

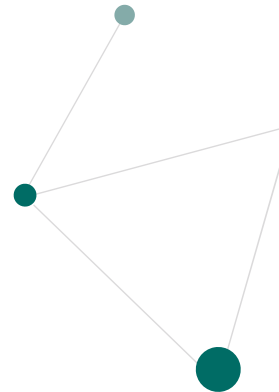
9^e
ANNÉE

PENSONS MATHÉMATIQUES!

**Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques**

Situation d'apprentissage

Le voyage galactique



COUP D'ŒIL

Dans cette situation d'apprentissage, l'élève fait des calculs relativement à un voyage en navette spatiale (par exemple, le temps et le carburant nécessaires pour effectuer un aller-retour entre deux planètes). L'élève doit calculer la distance à parcourir afin de voyager de la Terre jusqu'à une planète tellurique, une planète jovienne et une planète géante de glace avant de revenir sur Terre. Les distances ainsi que la quantité de carburant seront écrites en notation scientifique.

Dans la partie **Aller plus loin**, l'élève doit déterminer la distance à ajouter au trajet afin de contourner chacune des planètes plusieurs fois. De plus, elle ou il doit déterminer la quantité de carburant nécessaire pour effectuer ce voyage selon une équation préétablie ainsi que des rapports équivalents.



ATTENTES ET CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Nombres

- › **B2.** Utiliser ses connaissances des nombres et des opérations pour résoudre des problèmes mathématiques de la vie quotidienne. (**B2.1, B2.2, B2.3**)
- › **B3.** Mettre en application sa compréhension des nombres rationnels, des rapports, des taux, des pourcentages et des proportions, dans divers contextes mathématiques, et utiliser cette compréhension pour résoudre des problèmes. (**B3.5**)

Algèbre

- › **C1.** Démontrer sa compréhension du développement et de l'utilisation des concepts algébriques et de leur lien aux nombres, en utilisant divers outils et représentations. (**C1.2, C1.4**)

Codage

- › **C2.** Lire du code pour prédire son résultat, et modifier le code pour ajuster des contraintes, des paramètres et des résultats pour une situation similaire ou pour une nouvelle situation. (**C2.3**)

Géométrie et mesure

- › **E1.** Démontrer sa compréhension du développement et de l'utilisation des relations géométriques et des relations liées aux mesures, et appliquer ces relations afin de résoudre des problèmes, y compris des problèmes liés à des situations de la vie quotidienne. (**E1.2, E1.4**)



Voici les concepts mathématiques et les minileçons qui peuvent être utilisés comme référence pour cette situation d'apprentissage.

Concept mathématique	Minileçon
Les opérations sur la notation scientifique	Évaluer des nombres en notation scientifique
Les opérations sur les puissances	Simplifier des expressions comportant des puissances
La simplification d'expressions algébriques avec exposants	Faire le lien entre des expressions numériques et des expressions algébriques en ce qui a trait aux exposants
La simplification des expressions algébriques	Expliquer la simplification des expressions algébriques
La lecture, l'analyse et la modification du code	Lire, prédire, analyser et modifier du code
Les systèmes de mesure et concepts géométriques liés aux carrières et aux autres disciplines	<i>Il n'y a pas de minileçon pour ce concept mathématique.</i>
Des unités dans différents systèmes de mesure dans les cultures	Utiliser différents systèmes de mesure pour résoudre des problèmes

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

À la fin de cette situation d'apprentissage, l'élève pourra :

- › évaluer et exprimer des nombres en notation scientifique;
- › simplifier des expressions algébriques avec des exposants;
- › résoudre des équations;
- › déterminer l'effet qu'a le rayon sur la circonférence d'un cercle;
- › mettre en application des principes de géométrie dans une résolution de problèmes;
- › résoudre des taux et des rapports équivalents;
- › déterminer un taux unitaire.

CRITÈRES D'ÉVALUATION POSSIBLES

Au cours de cette situation d'apprentissage, l'élève parvient à élaborer des critères d'évaluation. En voici des exemples :

- › Je choisis les bonnes données et les opérations appropriées.
- › J'interprète les résultats selon le contexte présenté.
- › Je présente mon raisonnement et j'organise mes calculs en laissant des traces.
- › J'utilise les conventions et la terminologie à l'étude.
- › J'applique des opérations de base sur des nombres en notation scientifique.
- › J'applique des concepts de géométrie afin de déterminer le trajet le plus court d'une navette spatiale.
- › J'applique des concepts en géométrie pour calculer la distance parcourue dans l'orbite de différentes planètes.

MATÉRIEL

- › calculatrice;
- › crayons-feutres à encre effaçable;
- › règle;
- › tableur;
- › modèle [interactif](#);
- › ruban gommé;
- › ciseaux;
- › feuilles blanches 20 cm sur 28 cm.



Types de raisonnement (liés aux documents d'appui)

Raisonnement spatial

Habiletés spatiales visées :

- › changement d'échelle (imaginer des objets proportionnellement plus grands ou plus petits);
- › utilisation du raisonnement proportionnel;
- › mouvement d'un corps dans l'espace.

Raisonnement proportionnel

Concepts liés au raisonnement proportionnel :

- › raisonnement multiplicatif;
- › comparaison de mesures;
- › compréhension du modèle de longueur.

Raisonnement algébrique

Concepts liés au raisonnement algébrique :

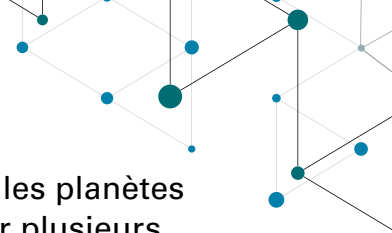
- › utilisation de symboles algébriques comme variables;
- › utilisation de formules;
- › compréhension des relations et des variations entre les quantités.

Domaine A – Pensée mathématique et établissement de liens

Le domaine A agit en tant que domaine « parapluie » pour les autres domaines. Il est à considérer tout le long de cette situation d'apprentissage. L'attente A1 (processus mathématique) est présente à tous les niveaux du cycle pédagogique ci-dessous, et un questionnement est proposé avant chaque étape. L'attente A2 (établissement des liens) est explicitée au moyen des pistes de réflexion ainsi que des suggestions d'évaluation.

La conquête de l'espace

Depuis les romans de Jules Verne et bien avant, l'humanité a cherché à trouver des façons d'explorer notre système solaire. À la suite du développement des moteurs à réaction dans les années 1940 et le début des vols supersoniques (plus vite que la vitesse du son) dans les années 1950, les différents gouvernements ont toujours cherché à aller de plus en plus loin dans l'espace à la découverte de l'inconnu.



Le voyage vers les différents corps célestes de notre système solaire (les planètes et leurs lunes) au moyen de vaisseaux partant de la Terre est limité par plusieurs facteurs : les immenses distances à parcourir et le poids du carburant comptent parmi les plus limitants. La colonisation de la Lune ou même de Mars nécessiterait le transport des matériaux de construction dans un vaisseau de transport. Chaque kilogramme de matériel mis à bord d'un vaisseau spatial coûte 1 million de dollars à transporter. Bien que nous explorions l'espace depuis plus de 60 ans, il nous reste beaucoup à apprendre sur notre système solaire et même sur le reste de notre galaxie.

Le saviez-vous?

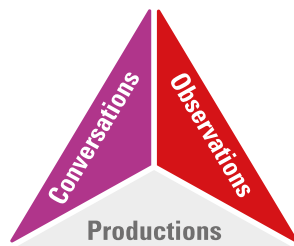
- › Notre système solaire a environ 4,6 milliards d'années.
- › Il y a environ 183 lunes qui tournent autour des différentes planètes de notre système solaire.
- › Notre galaxie (la Voie lactée) contient plus de 100 millions d'étoiles (de soleils), qui peuvent également contenir des systèmes planétaires. Les scientifiques ont identifié au moins 3800 autres planètes qui contournent des étoiles proches de nous.
- › Il faut compter trois ou quatre jours pour qu'un vaisseau se rende à la Lune, mais presque six mois pour se rendre jusqu'à Mars. Cela veut dire que, pour envoyer des astronautes sur Mars aller-retour, il faut l'équivalent d'un an de nourriture dans un vaisseau.
- › Selon le temps de l'année, il est possible de voir Vénus et Mars à l'œil nu, le soir.
- › La planète la plus chaude de notre système solaire a une température moyenne de 460 °C. La plus froide est Uranus avec une température moyenne de – 220 °C. Par comparaison, la température moyenne de la Terre est 15 °C.

Pistes de réflexion

- › Quel est le plus grand corps céleste qui a été visité par un être humain?
- › Quelle est la vitesse maximale que nous avons réussi à atteindre dans l'espace avec un vaisseau?
- › Quelles sont les implications sociales, économiques et morales liées à l'exploration de l'espace?
- › Comment font les scientifiques pour mesurer les distances entre les corps célestes? Par exemple, comment savons-nous que la distance entre la Terre et le Soleil est environ 150 millions de kilomètres?
- › En quoi les mathématiques sont-elles liées à l'exploration de l'espace? Combien d'applications des mathématiques peux-tu trouver?

Suggestions d'évaluation

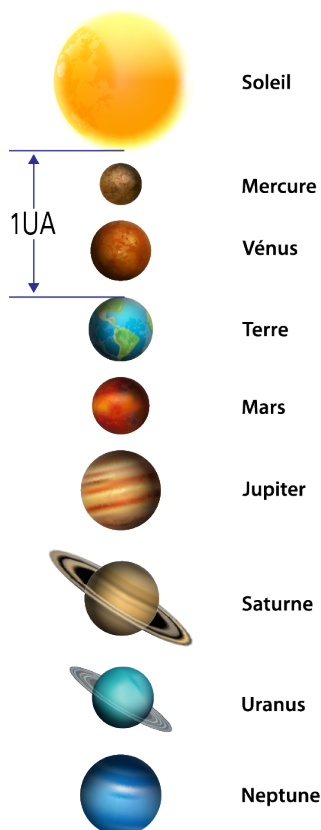
L'évaluation
peut se faire par les...



- › Animer une discussion en groupe-classe au sujet des ressources requises (par exemple, nourriture, carburant) pour envoyer une personne sur la Lune ou sur une planète.
- › Regrouper les élèves et leur demander d'effectuer une recherche sur les contributions d'un pays ou d'une culture à l'exploration de l'espace et de faire ressortir les aspects mathématiques de celle-ci.
- › Demander à l'élève de créer un programme qui calcule la circonférence des orbites des différentes planètes et d'afficher leur ordre de grandeur comparativement à la Terre.

Le voyage galactique

Que remarques-tu?



Corps céleste	Distance du Soleil sur l'illustration (en UA)	Diamètre (km)	Type
Mercure	0,4	4 879	Tellurique
Vénus	0,7	12 104	Tellurique
Terre	1	12 756	Tellurique
Mars	1,5	6 792	Tellurique
Ceinture d'astéroïdes	2,8	-	-
Jupiter	5,2	142 984	Jovienne
Saturne	9,6	120 536	Jovienne
Uranus	19,2	51 118	Géante de glace
Neptune	30,1	49 528	Géante de glace

[Source \(NASA\)](#)

Mise en situation (avant l'apprentissage)

Observer

Déroulement

- Utiliser différentes méthodes pour grouper les élèves en équipes et leur assigner des rôles. Elles et ils peuvent être en équipes de trois ou de quatre. Les rôles possibles sont les suivants : cheffe ou chef d'équipe (mène le questionnement, dirige les discussions, prend l'initiative dans la prise de décisions tout en consultant ses coéquipières et coéquipiers), scriptrice ou scripteur (prise de notes, données, idées, etc.) et autres (élèves qui participent à la résolution, mais qui n'ont pas de rôle précis).
- Leur montrer l'illustration représentant la situation d'apprentissage, puis leur poser la question suivante : Que remarques-tu?
- Inviter les élèves à noter leurs observations de façon individuelle. Leur demander d'en discuter avec les membres de leur équipe.
- Animer une discussion avec les élèves au sujet des observations notées.
- Demander ensuite aux élèves de faire des inférences au sujet de l'illustration en leur demandant : Que représente une UA? Que remarques-tu par rapport aux distances entre la Terre et les différentes planètes? Le diagramme est-il à l'échelle comparativement au tableau?

Plusieurs visuels de cette situation d'apprentissage ont été créés avec la calculatrice graphique dynamique [Desmos](#).

CONTEXTE SOCIOÉMOTIONNEL

- › L'image ou le questionnement ne semble pas susciter l'intérêt de l'élève. (GÉ)
As-tu besoin d'un peu de temps avant de commencer l'activité?
- › Le lien entre l'image et les mathématiques n'est pas évident pour l'élève. (PC)
Y a-t-il des formes ou des symboles qui sont familiers dans l'image?

OBSERVATIONS POSSIBLES ET PISTES DE QUESTION ET D'INTERVENTION

- › L'élève fait des constats par rapport aux différentes positions des planètes.
Quelles planètes ont des différences de distance importantes d'une image à l'autre? (Ré) Quelles sont les planètes voisines à la Terre?
Lesquelles sont éloignées? Lesquelles semblent être ni l'une ni l'autre?
(RJ) À quoi ressemblerait le trajet d'un voyage qui se passe sur différentes planètes et qui revient sur Terre? (Rep)
- › L'équipe fait des suppositions quant à la nature de la tâche.
Qu'est-ce que tu te demandes quant à la position des planètes? (Réf)
Comment se comparent les planètes? (Réf)

Réponses pertinentes possibles des élèves

Observations de base

- › Je vois que les planètes changent de position.
- › Je remarque que les planètes sont de différentes tailles.
- › Je remarque que les orbites ne semblent pas être toutes pareilles.
- › Je remarque que Mercure, Vénus et Mars sont plus près de la Terre et qu'Uranus et Neptune sont plus éloignés de la Terre.

Inférences

- › Je crois que nous allons devoir mesurer les circonférences des orbites des planètes.
- › Je suppose que l'image n'est pas à l'échelle.
- › Je suppose que les planètes ne vont pas toutes à la même vitesse.
- › Je comprends que de très grandes distances séparent chacune des planètes.
- › Je comprends qu'il faudra déterminer la distance de différentes planètes par rapport à la Terre.
- › Je suppose que les planètes tournent sur elles-mêmes à différentes vitesses.

QUESTION CIBLÉE

L'Agence spatiale canadienne (ASC) désire envoyer un satellite sur différentes planètes. L'objectif de la mission sera de contourner l'orbite de trois différents types de planètes et de prendre des photos de haute qualité qui seront envoyées à la station. Les trois types de planètes sont les suivantes :

- › les planètes telluriques;
- › les planètes joviennes;
- › les planètes géantes de glace.

Tu dois faire tout le voyage d'un coup. Toutefois, il est primordial de choisir le temps opportun pour partir afin de réduire la durée du voyage, donc le coût. Les directives de la mission se trouvent ci-dessous.

- › Tu dois faire un aller-retour à partir de la Terre.
- › Tu dois orbiter autour d'une planète tellurique, une planète jovienne et une planète géante de glace.
- › Chacun des types de planètes doit se trouver dans un des quatre quadrants différents du plan cartésien, la Terre étant dans le quadrant 1.
- › Les distances parcourues entre chaque planète doivent être écrites en notation scientifique.
- › Tu dois noter la distance totale du voyage.

Tu dois faire référence à la distance entre la Terre et le Soleil (1 UA) pour établir une échelle et déterminer les distances à parcourir pour te rendre sur chacune des planètes.

Déroulement

- Demander aux équipes de formuler une ou deux questions mathématiques auxquelles les élèves du groupe-classe pourraient répondre à la suite de leurs observations de l'image.
- Animer une discussion pour permettre aux élèves d'échanger sur les questions formulées.
- Présenter aux élèves la question ciblée (problème à résoudre) se trouvant dans l'encadré.

CONTEXTE SOCIOÉMOTIONNEL

- › La tâche ne retient pas l'attention de l'élève. (GS)
As-tu besoin de précisions ou d'explications supplémentaires pour amorcer ta réflexion?
- › L'élève ne semble pas avoir confiance en ses opinions. (CS)
Appuyer l'opinion de l'élève en notant les points forts qui permettent de voir une autre perspective du sujet.

OBSERVATIONS POSSIBLES ET PISTES DE QUESTION ET D'INTERVENTION

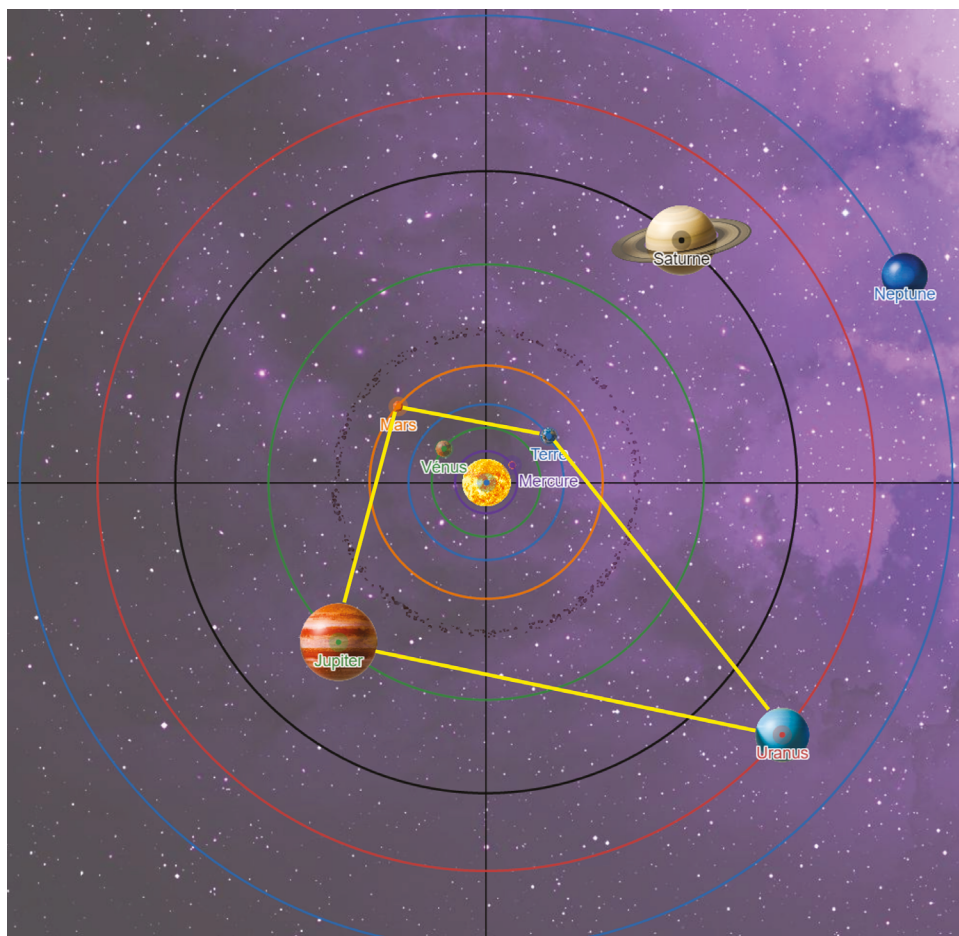
- › Les questions formulées manquent d'informations ou de précisions.
Comment ta question se rattache-t-elle aux mathématiques? (ÉL)
Quelles informations sont nécessaires pour répondre à ta question? (R)
Est-ce que toutes ces informations te sont disponibles? (R) Quelles suppositions as-tu faites en posant cette question? Peux-tu ajouter des clarifications? (Com)
- › L'équipe ne formule pas des questions qui auraient des réponses quantifiables. Comment peux-tu répondre à ta question à l'aide d'un raisonnement mathématique? (R) Peux-tu modifier ta question pour que la réponse soit quantifiable? (RP) Ta question permet-elle une variété de solutions? Explique ta réponse. (RJ)

Réponses possibles des élèves

- › Quels sont les liens entre le volume des différentes planètes?
- › Combien de temps serait nécessaire pour voyager sur chaque planète selon une vitesse quelconque?
- › Quelles sont les circonférences des orbites de chaque planète?
- › Quelle planète a la période de révolution la plus rapide?
- › Quelle planète a la période de révolution la plus lente?
- › Comment le temps nécessaire pour aller sur une planète diffère-t-il d'une image à l'autre?
- › Quel est le périmètre du cercle créé par l'orbite de chaque groupe de planètes?
- › Quelles sont les distances entre les planètes?

Déroulement

- Fournir aux élèves le document de présentation avec le graphique du système solaire (chaque planète choisie doit être dans un quadrant différent). Voici une suggestion d'un [modèle interactif](#).
- Demander aux élèves de prédire le trajet le plus court entre les planètes choisies et d'estimer les distances à parcourir à l'aide du matériel de manipulation mis à leur disposition. Leur préciser qu'elles et ils doivent choisir un trajet pour leur voyage et trouver une planète de chaque type à visiter. Les élèves peuvent faire des prédictions quant à la distance à parcourir.
- Demander aux élèves de cibler et de noter les données manquantes du problème et celles qui sont essentielles à sa résolution au fur et à mesure qu'elles et ils font leur estimation et construisent leur modèle.
- Regrouper les élèves en équipes de deux ou de trois.
- Afficher l'image ci-dessous qui représente le trajet entre quatre planètes.



- En utilisant une échelle allant de « Pas du tout d'accord » à « Entièrement d'accord », poser aux élèves la question suivante : L'illustration présente-t-elle le trajet le plus court?
- Animer une discussion afin de connaître leur justification. Il est important de faire ressortir la raison pour laquelle le trajet doit être le plus court possible.

CONTEXTE SOCIOÉMOTIONNEL

- › L'élève ne semble pas ouverte ou ouvert aux opinions divergentes des autres. (RS)
Peux-tu exprimer l'opinion d'une personne de ton groupe dans tes propres mots?
- › La formulation d'observations exige beaucoup d'efforts de la part de l'élève. (PC)
Fournir à l'élève des phrases d'amorce.

OBSERVATIONS POSSIBLES ET PISTES DE QUESTION ET D'INTERVENTION

- › L'élève ne semble pas capable de tracer un trajet.
Peux-tu expliquer, dans tes propres mots, les contraintes pour ton trajet? (RJ) (Com) Quelles suppositions as-tu faites pour prendre cette décision? (R) Quelles informations as-tu considérées avant de faire ton choix? (Com)
- › L'équipe n'arrive pas à un consensus quant au choix du trajet.
Qu'entendez-vous par « trajet efficace »? (ÉL) Pouvez-vous expliquer les avantages de votre trajet? (Com)(SOS) Y a-t-il de l'information manquante qui vous empêche d'arriver à une décision? (R)

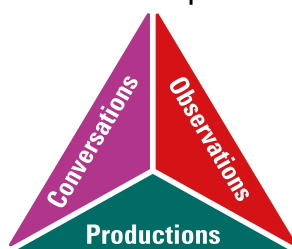
Réponses possibles des élèves

- › Je prédis que les planètes les plus éloignées du Soleil doivent être situées dans un quadrant près de la Terre.
- › Peu important les quadrants dans lesquels se trouvent les planètes, il y a plusieurs façons de les placer pour obtenir la même distance.
- › Le diagramme n'est pas à l'échelle, alors il n'est pas possible de trouver le trajet le plus court.

Exploration (pendant l'apprentissage)

Résoudre

L'évaluation
peut se faire par les...



Déroulement

Répondre à la question ciblée

- Allouer aux élèves (en équipes) le temps requis pour travailler, réfléchir et déterminer la façon de résoudre le problème en faisant plusieurs tentatives et en utilisant différentes données.
- Observer les équipes pendant qu'elles travaillent et repérer celles qui sont aux prises avec des difficultés. Au moment opportun, leur présenter la ou les minileçons ou les concepts mathématiques indiqués. Les minileçons et les concepts mathématiques permettront aux élèves d'aborder, de réviser, de clarifier ou d'approfondir les concepts nécessaires à la résolution du problème.
- Prévoir certains défis que pourraient rencontrer les élèves, comme déterminer le rayon et l'orbite des différentes planètes ou déterminer les distances à parcourir entre planètes.

Note : Tout le long du déroulement, recueillir les preuves d'apprentissage des élèves, les analyser et les interpréter pour déterminer leurs points forts et cibler les prochaines étapes en vue de les aider à s'améliorer.

CONTEXTE SOCIOÉMOTIONNEL

- L'élève ne semble pas trouver de ressources pour résoudre le problème. (GS) Quelles sont tes personnes-ressources dans la classe? Quelles autres ressources sont mises à ta disposition?
- La gestion efficace du temps représente un défi pour l'élève. (PC) Demander à l'élève d'écrire le temps consacré à chaque étape de la tâche.

OBSERVATIONS POSSIBLES ET PISTES DE QUESTION ET D'INTERVENTION

- L'élève ne saisit pas la conversion de mesures à l'aide de l'échelle. Pourquoi y a-t-il une échelle ou une légende sur une carte? (ÉL) De quelle manière les mesures sont-elles présentées? (R) As-tu déjà vu des nombres présentés de cette manière? (ÉL)
- L'équipe éprouve de la difficulté à catégoriser les planètes. Qu'est-ce qu'une planète tellurique? Jovienne? Géante de glace? (Com) Où, dans le système solaire, se trouvent les planètes les plus froides? (R, ÉL) Où, dans le système solaire, se trouvent les planètes les plus chaudes? (R, ÉL) Où pourrais-tu aller chercher les catégorisations des différentes planètes? (R)

Notes pédagogiques

- Les élèves doivent déterminer ce que sont des planètes telluriques, joviennes et géantes de glace. Pour ce faire, les questionner au sujet des natures des planètes (par exemple, lesquelles sont les plus chaudes? Lesquelles sont les plus froides?). Par la suite, les encourager à faire une courte recherche dans Internet pour trouver l'information nécessaire.
- S'assurer que l'élève trouve un site Web à jour qui ne considère pas Pluton comme étant une planète.
- Les planètes géantes de glace sont aussi des planètes joviennes. Il est donc important que l'élève reconnaisse ces deux types de planètes.
- Voici un exemple de site Web crédible et de valeurs approximatives de rayons pour chacune des planètes : [NASA](https://www.nasa.gov/planets/)

Solution possible

Je choisis la première illustration pour mon voyage. J'effectue des recherches dans Internet pour déterminer les caractéristiques clés des différentes planètes (notamment ce que sont des planètes telluriques, joviennes et géantes de glace). Je présente mes données sous forme de tableau. Les planètes sont organisées en ordre de la plus près à la plus éloignée du Soleil.

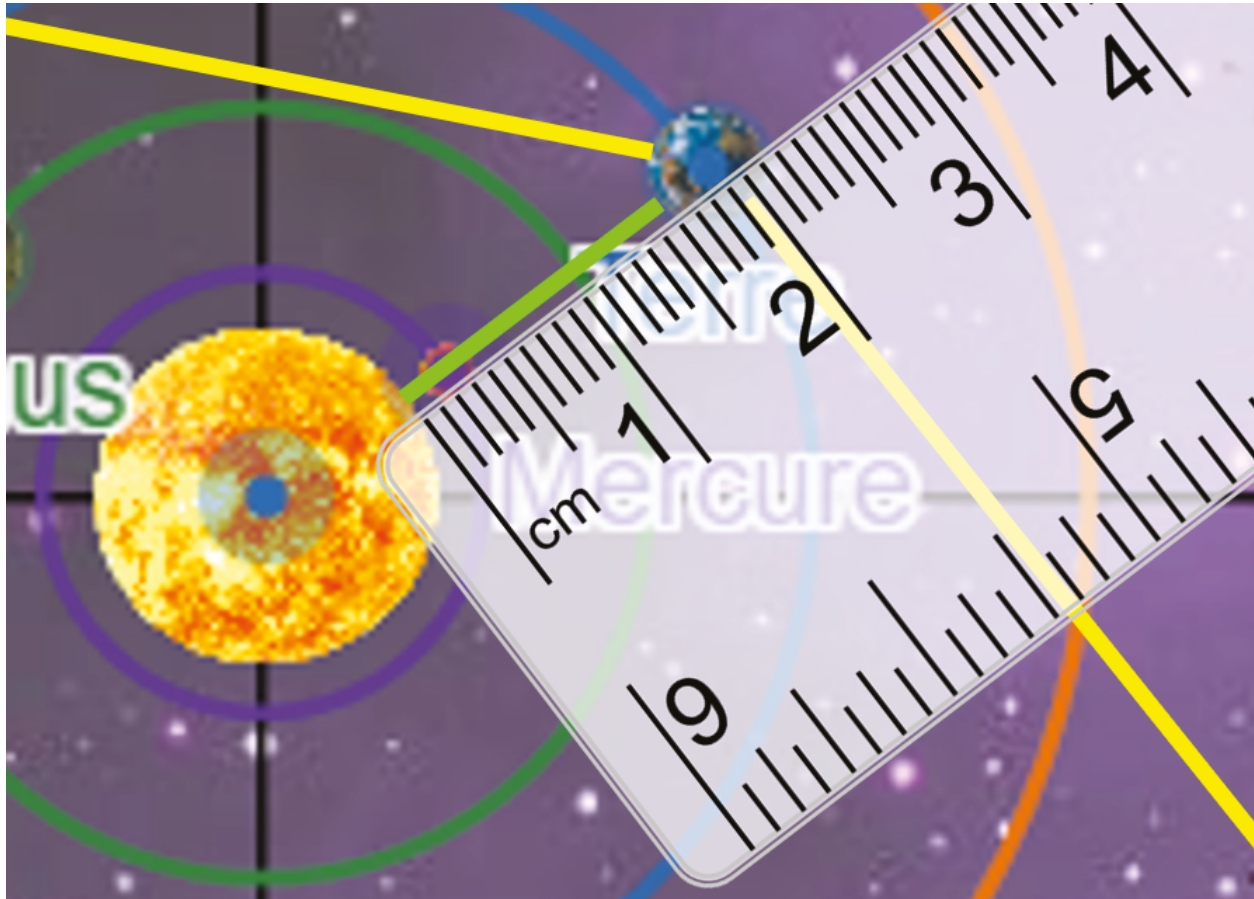
Planète	Rayon (km)	Type
Mercure	2 439,5	Tellurique
Vénus	6 052	Tellurique
Terre	6 378	Tellurique
Mars	3 396	Tellurique
Jupiter	71 492	Jovienne
Saturne	60 268	Jovienne
Uranus	25 559	Géante de glace
Neptune	24 764	Géante de glace

Je crois qu'une planète tellurique est une planète rocheuse, alors qu'une planète jovienne est une planète principalement gazeuse. Uranus et Neptune sont des planètes qualifiées de planètes géantes de glace. À l'aide du modèle interactif, je choisis une planète de chaque type et je les place une planète par quadrant. J'imprime mon choix et je trace mon trajet.

Notes pédagogiques

- À l'aide du ruban gommé, des ciseaux et des feuilles blanches, les élèves peuvent indiquer les différentes planètes directement sur l'illustration (si celle-ci est imprimée, ce qui serait préférable).
- Une fois les planètes catégorisées, les élèves déterminent leur trajet à partir du modèle interactif. Il est important de leur rappeler que le voyage doit être « le plus efficace possible ». C'est à elles et à eux de décider ce que cela signifie. La majorité devrait chercher le trajet le plus court. Les élèves peuvent imprimer, annoter et tracer leur trajet.

J'établis d'abord l'échelle que je vais utiliser en mesurant la distance entre le Soleil et la Terre à l'aide d'une règle. Je choisis d'utiliser des centimètres dans mes calculs, car ils sont plus précis que les pouces.



Je remarque que la distance entre le Soleil et la Terre est d'environ 1,6 cm sur le diagramme. Je calcule donc l'échelle du diagramme de la façon suivante :
 $1 \text{ UA} \approx 1,495\,978\,707 \times 10^8 \text{ km}$,

$$\frac{1,495\,978\,707 \times 10^8 \text{ km}}{1,6 \text{ cm}} = \frac{x}{1 \text{ cm}}$$

$$x = \frac{1,495\,978\,707 \times 10^8 \text{ km}}{1,6 \text{ cm}}$$

$$x = 9,349\,866\,919 \times 10^7 \text{ km/cm}$$

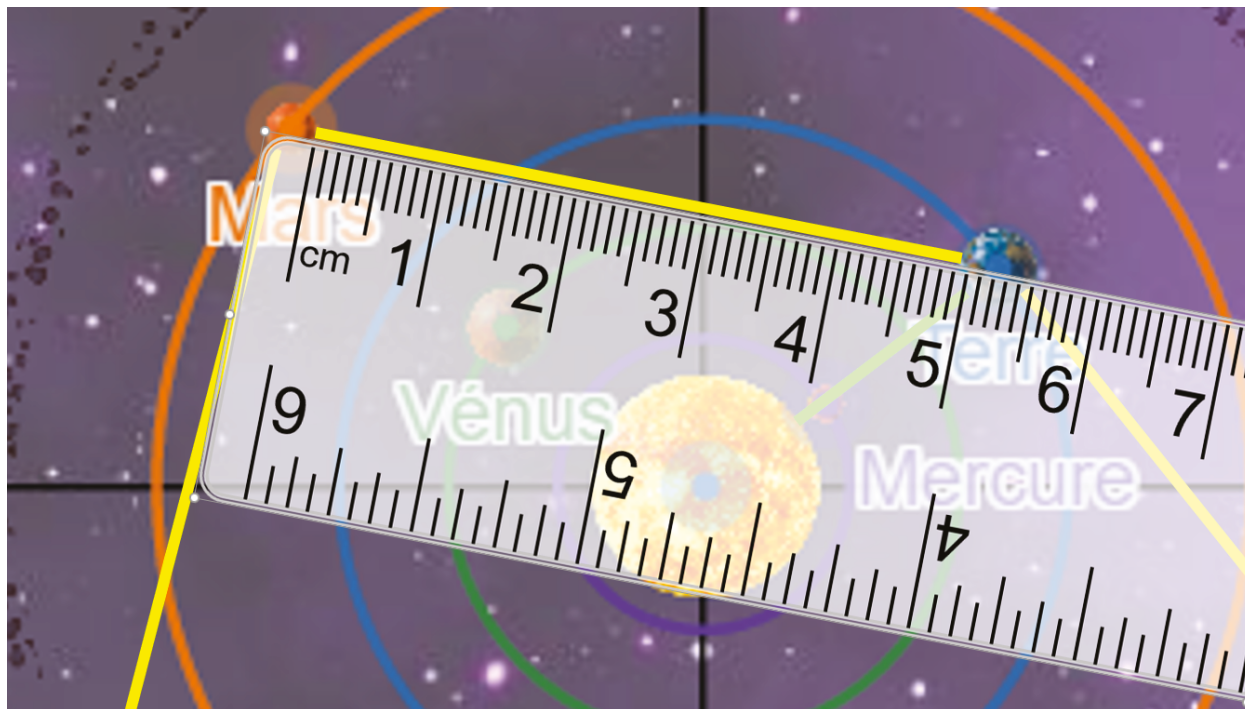
Échelle : $1 \text{ cm} = 9,349\,866\,919 \times 10^7 \text{ km}$

Notes pédagogiques

L'élève peut utiliser une règle et mesurer les distances directement sur son écran ou sur l'illustration imprimée. Si l'élève le fait sur son écran, il est important qu'elle ou il n'agrandisse pas l'image pour respecter les proportions.

Je mesure les autres distances à l'aide de mon échelle. J'utilise l'extérieur du cercle de chaque planète pour les mesures, car elles représentent la surface de chacune.

1. La distance de la Terre à Mars



Je mesure environ 4,95 cm. Puisque $1 \text{ cm} = 9,349\,866\,919 \times 10^7 \text{ km}$, je calcule que la distance entre les deux planètes est la suivante :

$$d_{\text{TM}} = (9,349\,866\,919 \times 10^7) \times (4,95)$$

$$d_{\text{TM}} = 4,628\,184\,125 \times 10^8 \text{ km}$$

où d_{TM} est la distance de la Terre à Mars.

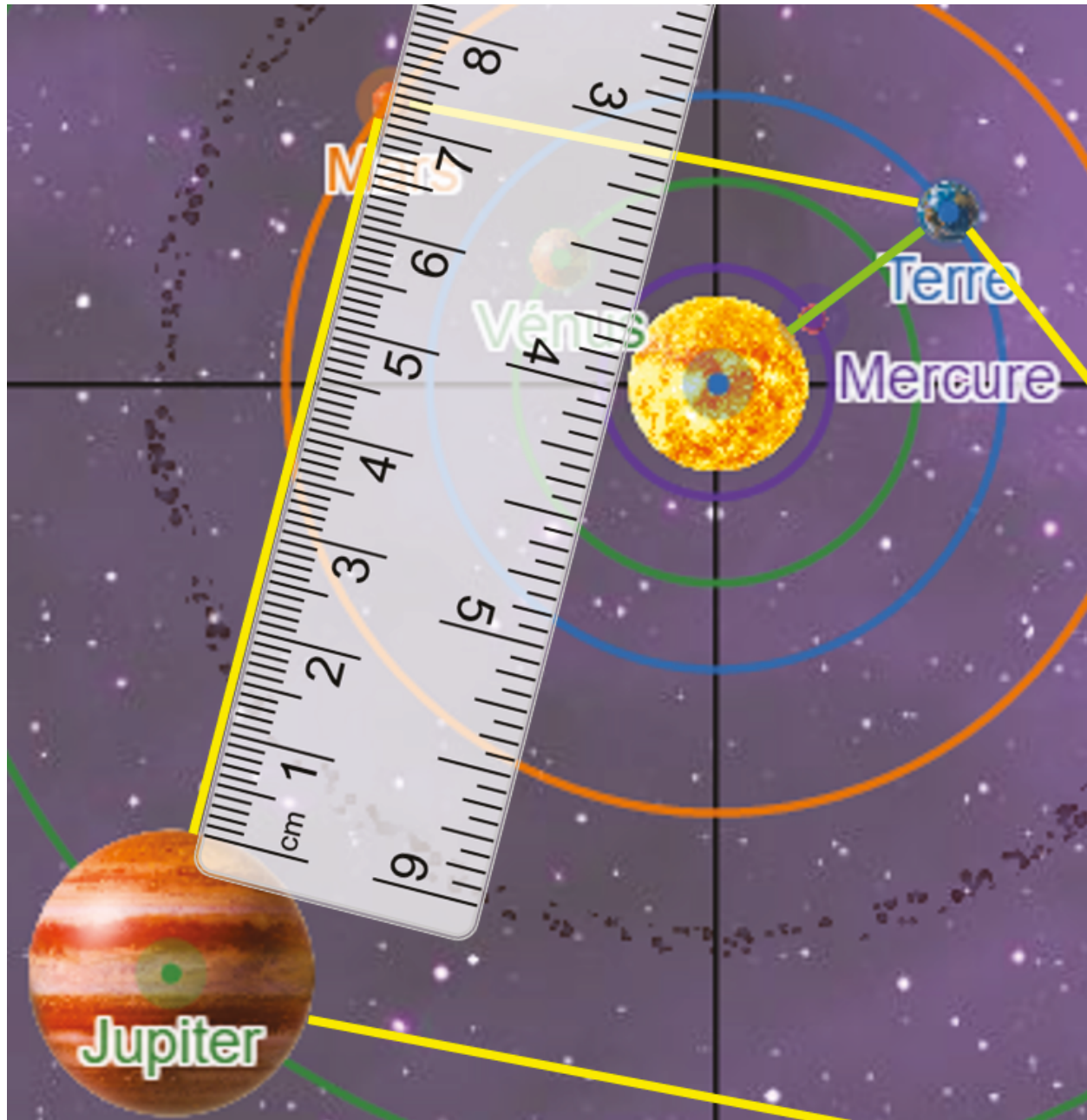


Notes pédagogiques

- L'élève doit utiliser la notation scientifique pour exprimer ses réponses.
- Rappeler à l'élève la façon de résoudre un problème de rapports et de proportions. Elle ou il peut résoudre l'équation ou peut déterminer le facteur par lequel on modifie la mesure des centimètres en kilomètres.
- Encourager l'élève à utiliser la même démarche pour déterminer les distances.

Je répète ces mêmes étapes pour déterminer la distance à parcourir entre les autres planètes.

2. La distance de Mars à Jupiter



Je mesure environ 7,05 cm. Puisque $1 \text{ cm} = 9,349\,866\,919 \times 10^7$, je calcule que la distance entre les deux planètes est la suivante :

$$d_{\text{MJ}} = (9,349\,866\,919 \times 10^7) \times (7,05)$$

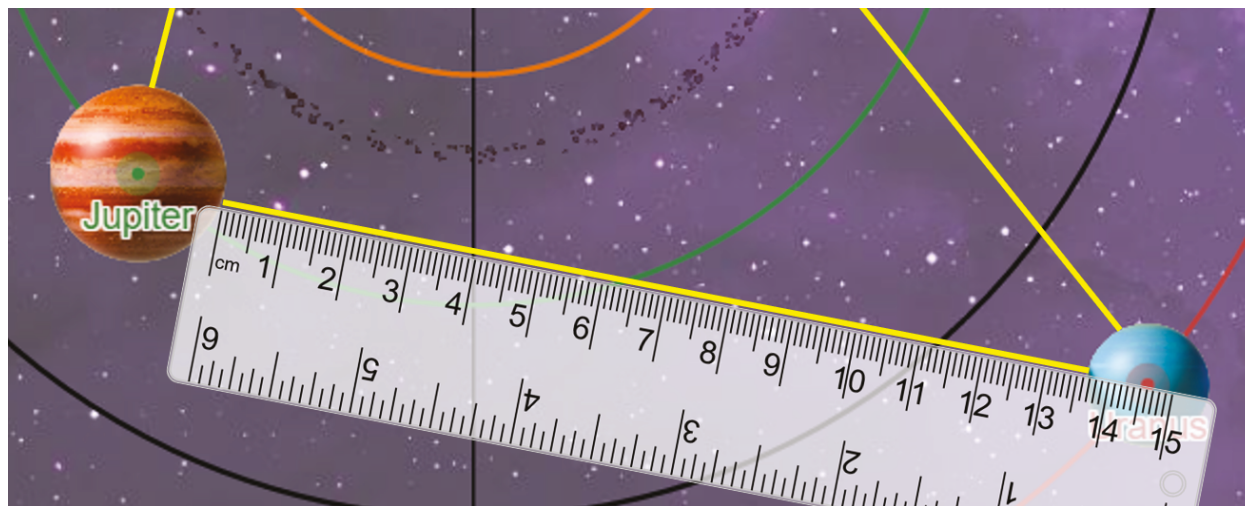
$$d_{\text{MJ}} = 6,591\,656\,178 \times 10^8 \text{ km}$$

où d_{MJ} est la distance entre Mars et Jupiter.

Notes pédagogiques

L'élève peut utiliser la notation scientifique pour évaluer les distances. Pour additionner des nombres en notation scientifique, il est important de s'assurer que les exposants de la base 10 sont identiques.

3. La distance de Jupiter à Uranus



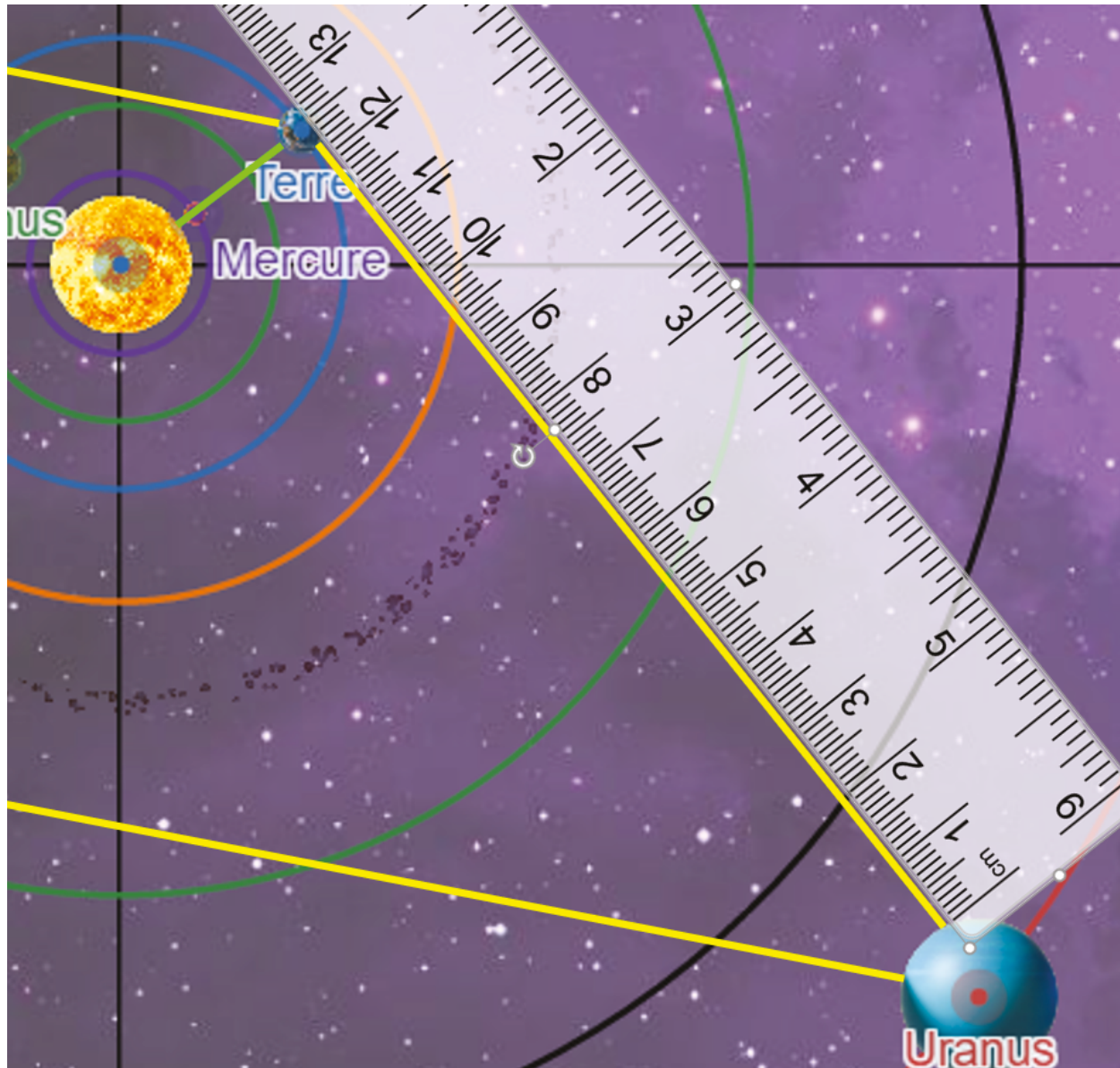
Je mesure environ 13,65 cm. Puisque $1 \text{ cm} = 9,349\,866\,919 \times 10^7$, je calcule que la distance entre les deux planètes est la suivante :

$$d_{JU} = (9,349\,866\,919 \times 10^7) \times (13,65)$$

$$d_{JU} = 1,276\,256\,834 \times 10^9 \text{ km}$$

où d_{JU} est la distance entre Jupiter et Uranus.

4. La distance d'Uranus à la Terre



Je mesure environ 12,2 cm. Puisque $1 \text{ cm} = 9,349\,866\,919 \times 10^7$, je calcule que la distance entre les deux planètes est la suivante :

$$d_{UT} = (9,349\,866\,919 \times 10^7) \times (12,2)$$

$$d_{UT} = 1,140\,683\,764 \times 10^9 \text{ km}$$

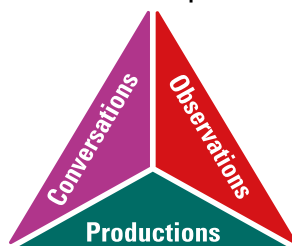
où d_{UT} est la distance entre Uranus et la Terre.

Je détermine maintenant la distance totale à parcourir en faisant la somme de ces distances.

$$\begin{aligned}d_{\text{TOTALE}} &= d_{\text{TM}} + d_{\text{MJ}} + d_{\text{JU}} + d_{\text{UT}} \\&= (4,628\ 184\ 125 \times 10^8) + (6,591\ 656\ 178 \times 10^8) \\&\quad + (1,276\ 256\ 834 \times 10^9) + (1,140\ 683\ 764 \times 10^9) \\&= (4,628\ 184\ 125 + 6,591\ 656\ 178 \\&\quad + 12,762\ 568\ 34 + 11,406\ 837\ 64) \times 10^8 \\&= 35,389\ 246\ 28 \times 10^8 \\&= 3,538\ 924\ 628 \times 10^9\end{aligned}$$

Aller plus loin

L'évaluation
peut se faire par les...

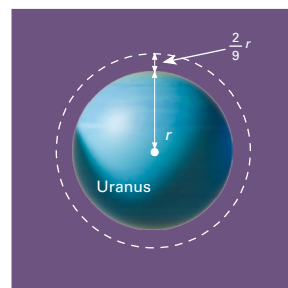


Déroulement

- Présenter aux élèves la situation suivante.

L'Agence canadienne aimerait prendre des images à haute définition de la surface de chacune des planètes sur ton trajet. Pour ce faire, tu dois entrer dans l'orbite de la planète (voir la note ci-dessous) et la contourner cinq fois avant de poursuivre ton trajet vers la prochaine planète. Détermine la distance que tu devras parcourir en contournant ces planètes (en notation scientifique). De plus, représente visuellement l'orbite à l'échelle d'une des trois planètes sur une feuille de papier ou à l'aide d'un logiciel.

- Pour prendre des photos à haute définition, l'orbite de la navette spatiale pourrait se situer à une distance de la surface de la planète en utilisant le rapport $\frac{2}{9} r$, où r est le rayon de la planète.



CONTEXTE SOCIOÉMOTIONNEL

- › L'élève bute contre une difficulté. (MP)
Peux-tu indiquer les obstacles qui semblent t'empêcher d'avancer?
- › L'élève n'arrive pas à prendre une décision quant aux objectifs de la tâche. (PC)
Inviter l'élève à lire à voix haute l'objectif de la tâche.

OBSERVATIONS POSSIBLES ET PISTES DE QUESTION ET D'INTERVENTION

- › L'élève ne comprend pas ce qui est demandé dans l'énoncé.
Peux-tu expliquer, dans tes propres mots, ce que tu as compris de l'énoncé? (Com) Que signifie « contourner quelque chose »? (R) Que peux-tu calculer pour déterminer la mesure du contour d'un cercle? (SOS)

Solution possible

La circonférence de l'orbite de chaque planète

J'utilise le rayon et le diamètre des planètes que j'ai utilisés précédemment.

Le rayon de la planète doit être ajouté à la distance de l'orbite de la surface de la planète afin de déterminer le rayon pour calculer la circonférence de l'orbite de chacune d'elles. Puisque je dois contourner la planète cinq fois, je multiplie donc la circonférence par 5.

J'utilise un tableur pour effectuer les calculs des distances des orbites pour Mars, Jupiter et Uranus.

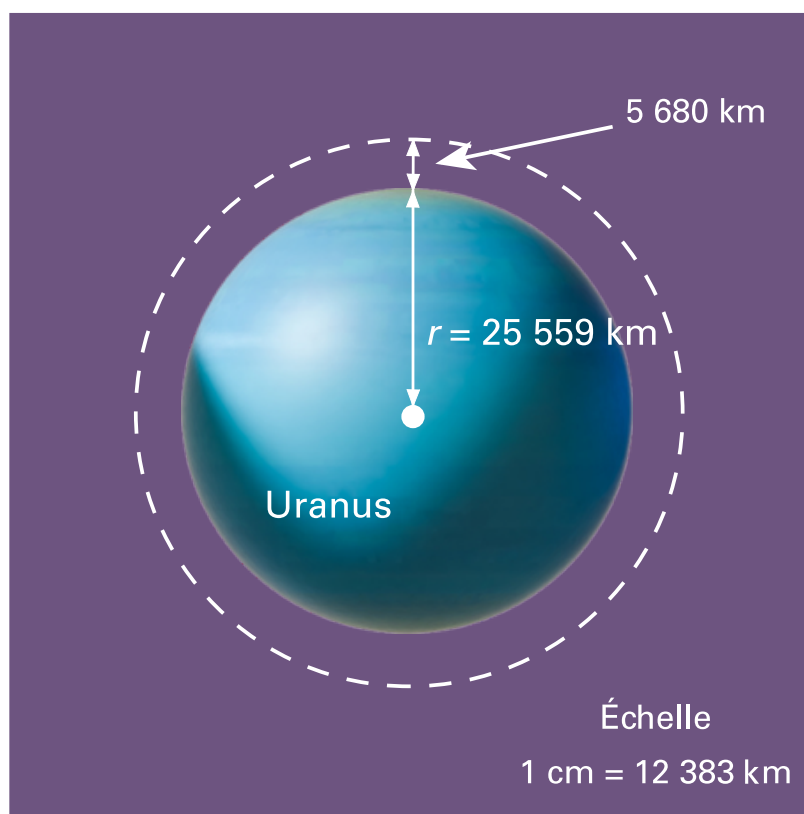
Planète	Diamètre (km)	Rayon (km)	Orbite (km) $(2/9)r$	Rayon de l'orbite (km) Rayon + Orbite	Circonférence de l'orbite (km) $C=2\pi r$	5 x circonférence (km) en notation scientifique
Mars	6 792	$=C3/2$	$=(2/9)*D3$	$=D3+E3$	$=2*PI()*F3$	$=5*G3$
Jupiter	142 984	$=C4/2$	$=(2/9)*D4$	$=D4+E4$	$=2*PI()*F4$	$=5*G4$
Uranus	51 118	$=C5/2$	$=(2/9)*D5$	$=D5+E5$	$=2*PI()*F5$	$=5*G5$

Planète	Diamètre (km)	Rayon (km)	Orbite (km) $(2/9)r$	Rayon de l'orbite (km) Rayon + Orbite	Circonférence de l'orbite (km) $C=2\pi r$	5 x circonférence (km) en notation scientifique
Mars	6 792	3 396	754,667	4 150,667	26 079,408	1,303970391E+05
Jupiter	142 984	71 492	15 887,111	87 379,111	549 019,147	2,745095735E+06
Uranus	51 118	25 559	5 679,778	31 238,778	196 279,030	9,813951477E+05

Notes pédagogiques

- Il est possible que l'élève utilise la distance de l'orbite de la surface comme étant la valeur du rayon pour calculer la circonférence. Lui demander de représenter visuellement l'orbite de la planète en question afin de mettre en évidence que l'orbite tourne autour du **centre** de la planète. Cela dit, le rayon de la planète doit être ajouté à la distance de l'orbite de la surface afin de déterminer le rayon actuel de l'orbite.
- L'élève ne doit pas oublier de multiplier chaque circonférence par un facteur de 5 afin de prendre en compte les cinq tours.

Voici une représentation visuelle de l'orbite d'Uranus :





Je détermine maintenant la distance totale aller-retour à parcourir en contournant les trois planètes.

$$d_{\text{TOTALE}} = d_{\text{TM}} + 5C_{\text{M}} + d_{\text{MJ}} + 5C_{\text{J}} + d_{\text{JU}} + 5C_{\text{U}} + d_{\text{UT}}$$

$$d_{\text{TOTALE}} = (d_{\text{TM}} + d_{\text{MJ}} + d_{\text{JU}} + d_{\text{UT}}) + 5C_{\text{M}} + 5C_{\text{J}} + 5C_{\text{U}}$$

$$d_{\text{TOTALE}} = 3,538\,924\,628 \times 10^9 + 1,303\,970\,391 \times 10^5 + 2,745\,095\,735 \times 10^6 + 9,813\,951\,477 \times 10^5$$

$$d_{\text{TOTALE}} = 3,542\,781\,516 \times 10^9 \text{ km}$$

où

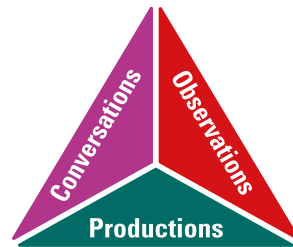
$5C_{\text{M}}$ est la distance parcourue autour de Mars,

$5C_{\text{J}}$ est la distance parcourue autour de Jupiter,

$5C_{\text{U}}$ est la distance parcourue autour d'Uranus.



L'évaluation
peut se faire par les...



Déroulement

- Présenter aux élèves la situation suivante.

L'Agence spatiale canadienne s'inquiète de ne pas être assez préparée pour ce voyage galactique. L'Agence aura besoin de ton aide afin de déterminer la quantité de carburant nécessaire pour le voyage. Il est à noter que la fusée n'a pas besoin de propulsion lorsqu'elle se déplace entre les planètes. Elle a uniquement besoin de propulsion au décollage ainsi que chaque fois qu'elle quitte l'orbite d'une planète. La durée du décollage est de 132 secondes et la quantité de carburant nécessaire pour quitter l'orbite d'une planète peut être calculée selon la formule suivante :

$$Q = \left(\frac{r}{3}\right)^4 \left[\frac{3r^{-2}}{5r^2} (3r^{\frac{1}{3}})^3 \right]$$

où Q représente la quantité de carburant en litres et r , le rayon de l'orbite en kilomètres. Cette formule peut être simplifiée.

La fusée consomme 5964 L de carburant en 7 secondes.

CONTEXTE SOCIOÉMOTIONNEL

- › L'évaluation de stratégies potentielles est un obstacle pour l'élève. (PC)
Demander à l'élève de numérotter les stratégies en ordre d'importance.
- › L'élève semble éprouver un malaise associé à ses apprentissages (difficultés avec l'apprentissage, frustrations). (GÉ)
Tes émotions t'empêchent-elles de poursuivre ton travail?
La complexité de la tâche te cause-t-elle un certain malaise?

OBSERVATIONS POSSIBLES ET PISTES DE QUESTION ET D'INTERVENTION

- › L'élève a un blocage en voyant la formule fournie.
Si tu devais simplifier cette formule, par où commencerais-tu selon la priorité des opérations? (ÉL) Serais-tu en mesure d'appliquer les opérations sur les puissances? (RP) Avec quelle partie de la formule éprouves-tu de la difficulté? (Com)
- › L'équipe éprouve de la difficulté à trouver les données importantes de l'énoncé.
Peux-tu indiquer les nombres et les unités de mesure dans l'énoncé? (RP) Peux-tu établir des liens avec ta démarche précédente? (ÉL) Peux-tu expliquer, dans tes propres mots, ce que tu comprends du problème? (Com)

Notes pédagogiques

- L'élève doit appliquer ses connaissances des rapports et des proportions afin de déterminer le taux unitaire de la consommation de carburant au moment du décollage.
- Une fois le taux unitaire déterminé, l'élève doit multiplier ce taux par la durée du décollage pour trouver la quantité de carburant consommée.
- L'élève devrait éviter de simplement remplacer la mesure du rayon dans la formule initiale. L'encourager plutôt à appliquer ses connaissances des opérations sur les puissances afin de simplifier la formule.
- L'élève peut utiliser la notation courante dans sa démarche et exprimer sa réponse définitive en notation scientifique.

Solution possible

Je calcule le taux unitaire de consommation de carburant en litres par seconde afin de déterminer le carburant nécessaire pour le décollage.

$$\begin{aligned}\text{Consommation en L/s} &= \frac{5\,964 \text{ L}}{7 \text{ s}} \\ &= 852 \text{ L/s}\end{aligned}$$

Je multiplie ce taux unitaire par la durée du décollage afin de déterminer la consommation de carburant.

$$\begin{aligned}\text{Consommation au décollage} &= \frac{852 \text{ L}}{\cancel{\text{s}}} \times 132 \cancel{\text{s}} \\ &= 112\,464 \text{ L}\end{aligned}$$

Je simplifie la formule fournie avant de calculer le carburant nécessaire pour quitter l'orbite des planètes.

$$\begin{aligned}Q &= \left(\frac{r}{3}\right)^4 \left[\frac{3r^{-2}}{5r^2} (3r^{\frac{1}{3}})^3\right] \\ &= \left(\frac{r^4}{81}\right) \left[\frac{3r^{-4}}{5} (27r)\right] \\ &= \frac{81r}{405} \\ &= \frac{1}{5}r\end{aligned}$$

où $\frac{1}{5}$ représente le facteur de proportion en litres par kilomètre et r , le rayon en kilomètres.

J'utilise cette nouvelle formule pour calculer la quantité d'essence nécessaire pour quitter l'orbite de Mars, Jupiter et Uranus.

$$Q_{\text{Mars}} = \frac{1}{5}r$$

$$Q_{\text{Mars}} \approx \frac{1 \text{ L}}{5 \cancel{\text{km}}} \times 4\,150,667 \text{ km}$$

$$Q_{\text{Mars}} \approx 830,133 \text{ L}$$

$$Q_{\text{Jupiter}} = \frac{1}{5}r$$

$$Q_{\text{Jupiter}} \approx \frac{1 \text{ L}}{5 \cancel{\text{km}}} \times 87\,379,111 \text{ km}$$

$$Q_{\text{Jupiter}} \approx 17\,475,822 \text{ L}$$


$$Q_{Uranus} = \frac{1}{5}r$$

$$Q_{Uranus} \approx \frac{1 \text{ L}}{5 \text{ km}} \times 31\,238,778 \text{ km}$$

$$Q_{Uranus} \approx 6\,247,756 \text{ L}$$

Je fais la somme de ces quantités et j'exprime ma réponse en notation scientifique.

$$Q_{total} \approx 112\,464 + 830,133 + 17\,475,822 + 6\,247,756$$

$$\approx 137\,017,711 \text{ L}$$

$$\approx 1,370\,177\,11 \times 10^5 \text{ L}$$

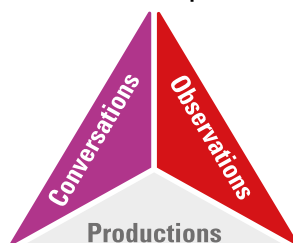
Le nombre de litres de carburant total pour faire le voyage est environ
 $1,370\,177\,11 \times 10^5 \text{ L}$.



Consolidation (après l'apprentissage)

Consolider les apprentissages

L'évaluation
peut se faire par les...



Déroulement

- Animer une discussion avec les élèves afin de déterminer les apprentissages importants en leur posant les questions suivantes.
 - Votre estimation était-elle juste?
 - Quelles erreurs avez-vous commises ou quels défis avez-vous relevés au moment de la résolution du problème?
 - Qu'avez-vous appris de ces erreurs ou de ces défis?
 - Quels concepts mathématiques avez-vous appliqués lors de la résolution de ce problème?
 - Quelles stratégies avez-vous utilisées afin de déterminer votre trajet?
 - Montrez la distance totale de votre trajet. Décrivez la raison pour laquelle vous avez choisi ces planètes. (*Faire ressortir la variété des réponses.*)
- Donner aux élèves l'occasion de noter les éléments importants liés aux types de raisonnement et aux concepts mathématiques ciblés dans cette situation d'apprentissage.

CONTEXTE SOCIOÉMOTIONNEL

- › L'élève ne semble pas à l'aise avec les résultats de ses apprentissages. (GÉ) *Es-tu capable d'établir le lien entre tes actions et l'effet qu'elles ont eu sur les autres?*
- › L'élève semble avoir vécu la tâche comme un obstacle. (GS) *À quel moment as-tu ressenti un stress?*
- › L'apprentissage de ses erreurs représente un défi pour l'élève. (MP) *Est-ce que tes erreurs t'ont permis d'améliorer tes apprentissages?*
- › L'analyse des défis vécus pendant l'apprentissage représente un défi pour l'élève. (PC) *Peux-tu rédiger un journal de tes questions et tes observations pendant l'apprentissage?*
- › Le travail accompli ne répond pas à la question de la tâche. (PC) *As-tu bien lu la question? Peux-tu établir des liens avec ta réponse?*

OBSERVATIONS POSSIBLES ET PISTES DE QUESTION ET D'INTERVENTION

- › L'élève éprouve de la difficulté à communiquer son raisonnement. *Avec quels éléments de ta démarche éprouves-tu de la difficulté? (R) Comment as-tu catégorisé les planètes? (Com) Pourquoi as-tu choisi ce trajet? (RJ) As-tu considéré d'autres trajets possibles? (RJ)*
- › La réflexion ou la métacognition de l'équipe n'est pas cohérente. *Dressez une liste de vos points forts et de vos points à améliorer. (Com) Qu'auriez-vous fait différemment? (R) Pouvez-vous, à tour de rôle, justifier vos décisions? (RJ)*



Apprentissages importants à faire ressortir

L'importance d'utiliser la notation scientifique afin d'exprimer ou de calculer de très grands nombres.

L'utilisation d'une carte, d'une échelle et d'une règle afin de convertir des mesures.

L'utilisation d'une carte, d'une échelle et d'une règle afin de choisir un trajet.

Le respect des proportions en représentant de très grandes ou très petites mesures sur une carte (échelle à déterminer).

L'importance de la simplification d'expressions algébriques.

Quand et comment appliquer les concepts de taux et de rapports équivalents dans la résolution d'un problème.

Prolongation possible

1. Si tu devais dessiner un diagramme du système solaire à l'échelle, de quelle façon les distances de tes trajets changeraient-elles?
2. Chaque planète a un temps d'orbite autour du Soleil qui est différent. Y a-t-il une façon de prédire le meilleur temps d'alignement des planètes pour déterminer le voyage le plus court entre elles?
3. Il est possible d'utiliser ce [modèle interactif](#) qui présente les orbites des planètes par rapport à la Terre.