

9^e
ANNÉE

PENSONS MATHÉMATIQUES!

**Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques**

Minileçon

GÉOMÉTRIE ET MESURE

Déterminer l'influence d'un changement
de dimensions d'une figure plane
et d'un solide sur leurs mesures

RÉSUMÉ

Dans cette minileçon, l'élève détermine l'effet du changement d'une mesure sur le périmètre, la circonférence, et l'aire de figures planes ainsi que l'aire de la surface et du volume de différents solides.

PISTES D'OBSERVATION

L'élève :

- › applique les équations du périmètre, de l'aire et de l'aire de surface;
- › démontre une compréhension de l'effet qu'a un paramètre quelconque sur le périmètre, l'aire de figures planes ainsi que l'aire de la surface et du volume de solides;
- › vérifie ses prédictions à l'aide de calculs et/ou d'un outil technologique au choix.

MATÉRIEL

- › calculatrice;
 - › règle;
 - › crayon;
 - › logiciel de géométrie (facultatif).
-

CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Les concepts mathématiques nommés ci-dessous sont nécessaires pour bien accomplir cette minileçon. Il est important de s'assurer de leur compréhension avant de débiter. Une explication de ceux-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

Domaine d'étude	Concept mathématique
Nombres	Des applications de nombres entiers
Géométrie et mesure	L'analyse des propriétés des cercles et des triangles
Géométrie et mesure	L'influence d'un changement de dimensions d'une figure plane et d'un solide sur leurs mesures

Partie 1 – Exploration guidée

Éléments à faire ressortir

- Lorsqu'une dimension d'une figure plane ou d'un solide change, un facteur du périmètre, de l'aire, de l'aire de la surface et du volume change.
- Le changement de dimensions modifie aussi l'équation.

Déroulement

- Consulter, au besoin, la fiche **L'influence d'un changement de dimensions d'une figure plane et d'un solide sur leurs mesures** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves les équations de ces derniers, l'effet de la modification d'un paramètre sur chacune de ces équations ainsi que la terminologie liée à ces concepts en vue de les aider à réaliser l'activité. Les élèves doivent démontrer une compréhension d'un changement d'une mesure et de son effet sur le périmètre, l'aire, l'aire de la surface et le volume.
- Animer une discussion afin de rappeler les connaissances antérieures ou connexes et établir des liens avec des expériences personnelles en posant des questions telles que :
 - Peux-tu nommer des situations de la vie quotidienne où le périmètre, l'aire ou l'aire de surface seraient utiles?
 - Pourquoi modifier les dimensions des boîtes de livraison en fonction du produit envoyé par la poste?
- Présenter aux élèves l'exemple 1, soit L'incidence de la modification d'une dimension d'un cylindre.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape, l'élève découvre diverses stratégies pour faire des prédictions quant à la modification d'un paramètre et utilise les outils à sa disposition.
- Consulter les notes pédagogiques fournies dans le corrigé de l'exemple 1 pour obtenir des stratégies d'accompagnement au niveau des processus mathématiques et des éléments de difficultés que les élèves risquent de rencontrer.
- Choisir différentes stratégies de regroupements flexibles afin de répondre aux différents besoins des élèves.

Stratégie de résolution de problèmes pour l'exemple 1

L'élève doit faire une prédiction suite à la modification d'une mesure d'une figure plane sur le périmètre, l'aire et le volume.

Notes pédagogiques

- Le processus mathématique préconisé est la réflexion et le raisonnement. L'élève peut résoudre le problème sans valeur ou peut substituer des valeurs aléatoires afin de justifier sa réponse. Le questionnement de l'enseignement permettra à l'élève de faire des prédictions et de vérifier ses prédictions en utilisant l'algèbre.
- Si l'élève éprouve de la difficulté à conceptualiser le problème, voici des exemples de questions à poser :
 - Y a-t-il du matériel concret à ta disposition qui pourrait ressembler à une boîte de conserve (par exemple, feuille de papier roulée sur elle-même, bouteille d'eau cylindrique, patte de chaise cylindrique, etc.)?
 - Si tu pouvais décoller l'étiquette d'une boîte de conserve, quelle forme géométrique aurait-elle? (Amener l'élève à réaliser que l'étiquette sera en forme de rectangle).

EXEMPLE 1

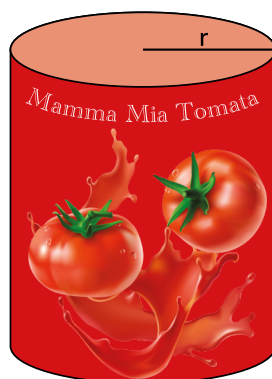
L'incidence de la modification d'une dimension d'un cylindre

La compagnie *Mamma Mia Tomata* vend des boîtes de conserve de sauce aux tomates. Pour vendre son produit, elle appose sur le côté de la boîte une étiquette. Le rayon de la boîte de conserve mesure 3 cm et la hauteur 11 cm.

- a) Si la compagnie décide de doubler le rayon de la boîte de conserve, mais que la hauteur demeure identique, quel sera le changement des dimensions de l'aire de la base et de l'aire de la surface de l'étiquette?
- b) Si la compagnie décide de doubler le rayon de la boîte de conserve, mais que la hauteur demeure identique, quel sera le changement du volume de la boîte de conserve?

Corrigé

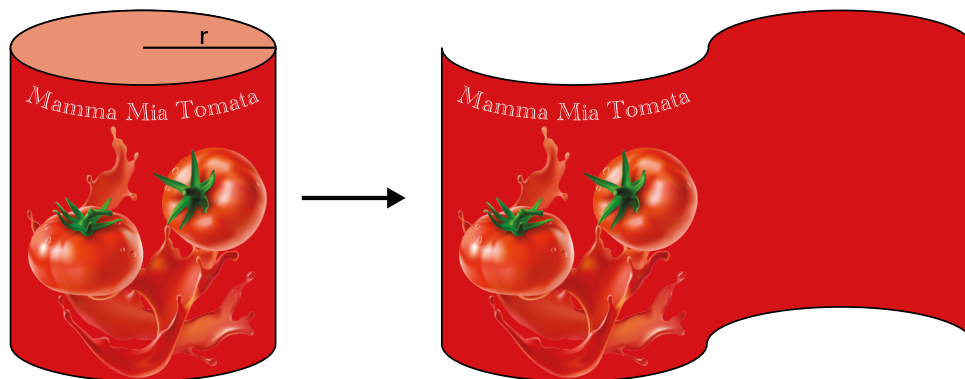
Je fais un schéma pour conceptualiser le problème.

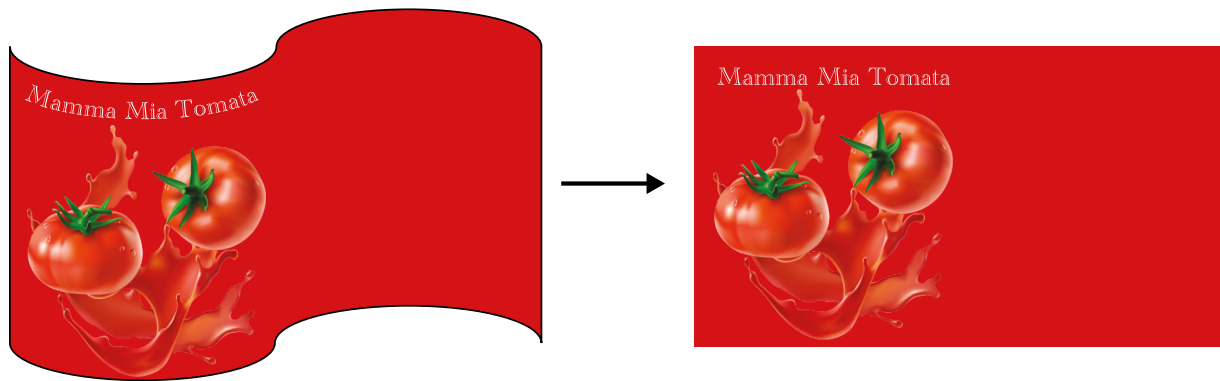


Notes pédagogiques

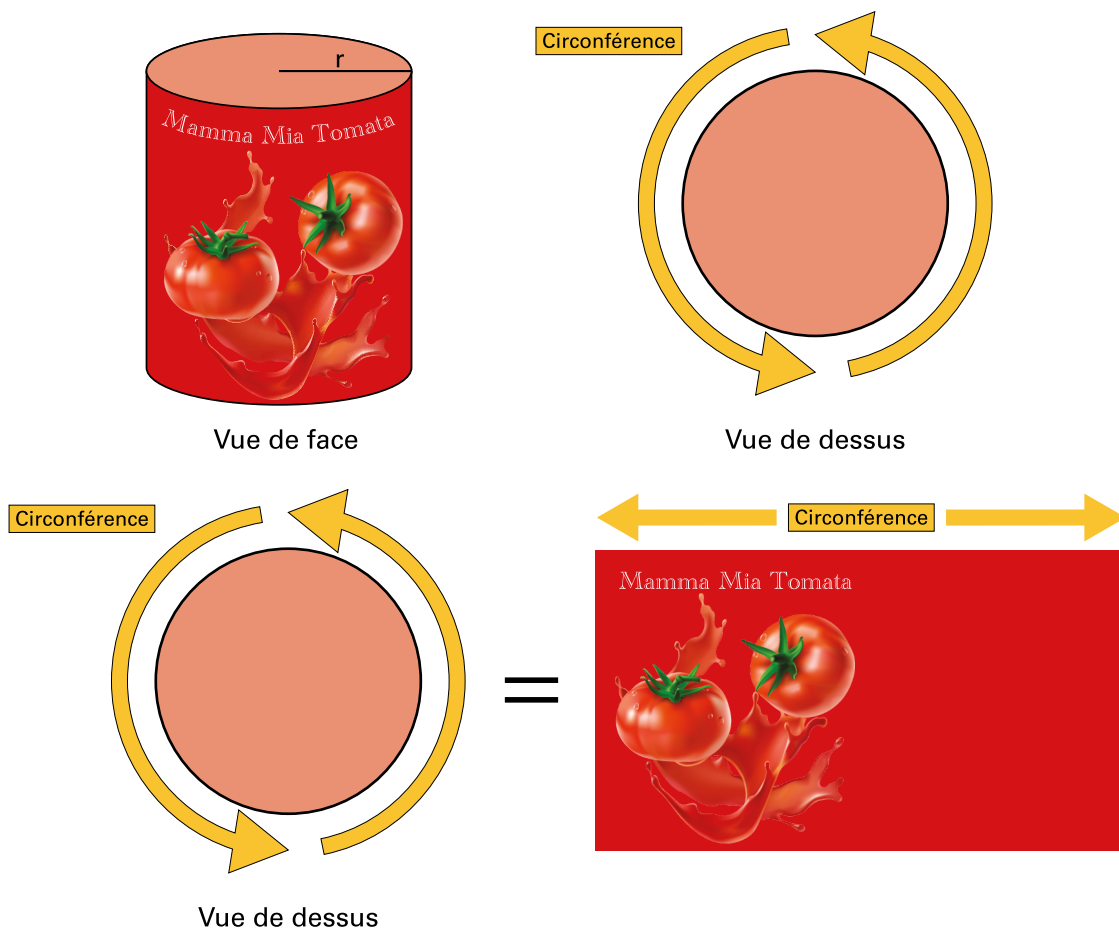
- Si l'élève éprouve de la difficulté à voir le rapport entre le rayon et la surface latérale de la boîte de conserve, voici des exemples de questions à poser :
 - Comment peux-tu déterminer les mesures de l'étiquette rectangulaire à partir de la boîte de conserve?
 - Si l'étiquette de la boîte de conserve forme un rectangle, quelle est l'équation de l'aire d'un rectangle? (faire ressortir $b \times h$)
 - Alors pourquoi utilisons-nous $2\pi r$ dans l'équation de l'aire de la surface latérale d'un cylindre au lieu de b ?
 - À quel autre moment utilisons-nous l'équation $2\pi r$?

Le collant qui fait le tour de la boîte de conserve peut être déroulé afin de former un rectangle.





Je sais que la circonférence du cercle qui forme la base et le dessus de la boîte de conserve représente aussi la longueur de l'étiquette.



Notes pédagogiques

- L'élève qui éprouve de la difficulté à travailler avec des variables peut choisir de substituer des valeurs aléatoires pour le rayon et la hauteur et calculer l'aire de la surface latérale de la boîte de conserve. Par la suite, elle ou il devra doubler la valeur du rayon, calculer l'aire de la surface latérale à nouveau et comparer la valeur obtenue avec la valeur originale.

Je détermine la formule qui me permet de calculer l'aire totale d'un cylindre, représentant ici, l'aire totale de la boîte de conserve.

$$A_{\text{cylindre}} = 2A_{\text{base}} + 2\pi rh$$

Je détermine l'effet d'une augmentation du rayon de la boîte de conserve sur l'aire de la base de la boîte de conserve ainsi que l'aire latérale.

Calcul de l'aire de la base de la boîte de conserve

Je calcule l'aire de la base de la boîte de conserve dont les dimensions sont représentées par un rayon de 3 cm.

Puisque la base d'un cylindre est un cercle, je peux conclure que $A_{\text{base}} = \pi r^2$.

Notes pédagogiques

- À l'aide d'un questionnaire, amener l'élève à découvrir le rapport qui existe entre le rayon et l'aire ainsi que la hauteur et l'aire. Si l'on modifie un de ces paramètres seulement, comment l'aire de la surface latérale ou l'aire totale changera-t-elle?

J'évalue en remplaçant le rayon par 3.

$$A_{\text{base}} = \pi r^2$$

$$A_{\text{base}} = \pi (3 \text{ cm})^2$$

$$A_{\text{base}} = \pi (9 \text{ cm}^2)$$

$$A_{\text{base}} \approx 28,27 \text{ cm}^2$$

L'aire de la base d'une boîte de conserve ayant un rayon de 3 cm est d'environ 28,27 cm².

Je calcule l'aire de la base de la boîte de conserve en doublant le rayon, $2 \times 3 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$.

J'évalue en remplaçant le rayon par 6.

$$A_{\text{base}} = \pi r^2$$

$$A_{\text{base}} = \pi (6 \text{ cm})^2$$

$$A_{\text{base}} = \pi (36 \text{ cm}^2)$$

$$A_{\text{base}} \approx 113,10 \text{ cm}^2$$

L'aire de la base d'une boîte de conserve ayant un rayon de 6 cm est d'environ $113,10 \text{ cm}^2$.

En divisant $113,10 \text{ cm}^2$ par $28,27 \text{ cm}^2$, j'obtiens un rapport de 4.

Lorsque le rayon du cylindre est doublé, l'aire de la base est multipliée par 4, c'est-à-dire 2^2 .

? *Quel serait l'effet sur l'aire latérale du cylindre si le rayon est doublé? Représente cette situation par une équation.*

Calcul de l'aire de la surface latérale de la boîte de conserve

Selon mes observations du début, je peux conclure que l'aire latérale d'un cylindre est égale à : $A_{\text{surface}} = 2\pi rh$.

Je calcule l'aire latérale du cylindre en remplaçant le rayon par 3 et la hauteur par 11.

$$A_{\text{surface}} = 2\pi(3 \text{ cm})(11 \text{ cm})$$

$$A_{\text{surface}} = 2\pi(33 \text{ cm}^2)$$

$$A_{\text{surface}} \approx 207,35 \text{ cm}^2$$

L'aire de la surface latérale d'une boîte de conserve ayant un rayon de 3 cm et une hauteur de 11 est d'environ $207,35 \text{ cm}^2$.

Je calcule l'aire latérale de la boîte de conserve en doublant le rayon, $2 \times 3 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$, et en gardant la hauteur de 11 cm.

J'évalue en remplaçant le rayon par 6.

$$A_{\text{surface}} = 2\pi(6 \text{ cm})(11 \text{ cm})$$

$$A_{\text{surface}} = 2\pi(66 \text{ cm}^2)$$

$$A_{\text{surface}} \approx 414,69 \text{ cm}^2$$

L'aire latérale d'une boîte de conserve ayant un rayon de 6 cm est environ $414,69 \text{ cm}^2$.

En divisant $414,69 \text{ cm}^2$ par $207,35 \text{ cm}^2$, j'obtiens un rapport de 2.

Lorsque je double le rayon d'un cylindre, l'aire latérale du cylindre est multipliée par 2.

? *Quel serait l'effet sur le volume du cylindre si le rayon est doublé? Représente cette situation par une équation. Penses-tu que le même rapport existe si l'on modifie la hauteur du cylindre au lieu du rayon ou si les deux mesures étaient modifiées?*

Je détermine l'effet d'une augmentation du rayon de la boîte de conserve sur le volume de cette boîte.

Calcul du volume de la boîte de conserve

Je calcule le volume de la boîte de conserve dont les dimensions sont représentées par un rayon de 3 cm et une hauteur de 11 cm.

Puisque la base d'un cylindre est un cercle, je peux conclure que $A_{\text{base}} = \pi r^2$.

Le volume d'un cylindre est représenté par la formule $V_{\text{cylindre}} = A_{\text{base}} \times H$.

J'évalue en remplaçant le rayon par 3 cm et la hauteur par 11 cm.

$$V_{\text{cylindre}} = A_{\text{base}} \times H$$

$$V_{\text{cylindre}} = \pi r^2 \times H$$

$$V_{\text{cylindre}} = \pi (3 \text{ cm})^2 \times 11 \text{ cm}$$

$$V_{\text{cylindre}} = \pi (9 \text{ cm}^2) \times 11 \text{ cm}$$

$$V_{\text{cylindre}} \approx 28,27 \text{ cm}^2 \times 11 \text{ cm}$$

$$V_{\text{cylindre}} \approx 311,02 \text{ cm}^3$$

Le volume de la boîte de conserve ayant un rayon de 3 cm et une hauteur de 11 cm est d'environ 311,02 cm³.

Je calcule le volume de la boîte de conserve en doublant le rayon, $2 \times 3 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$, et en gardant la hauteur de 11 cm.

J'évalue en remplaçant le rayon par 6.

$$V_{\text{cylindre}} = A_{\text{base}} \times H$$

$$V_{\text{cylindre}} = \pi r^2 \times H$$

$$V_{\text{cylindre}} = \pi (6 \text{ cm})^2 \times 11 \text{ cm}$$

$$V_{\text{cylindre}} = \pi (36 \text{ cm}^2) \times 11 \text{ cm}$$

$$V_{\text{cylindre}} \approx 113,10 \text{ cm}^2 \times 11 \text{ cm}$$

$$V_{\text{cylindre}} \approx 1244,07 \text{ cm}^3$$

L'aire de la base d'une boîte de conserve ayant un rayon de 6 cm est d'environ 1 244,07 cm³.

En divisant 1 244,07 cm³ par 311,02 cm³, j'obtiens un rapport de 4.

Lorsque le rayon du cylindre est doublé, le volume du cylindre est multiplié par 4, c'est-à-dire 2².

Retour sur l'exemple 1

- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour déterminer l'incidence de la modification d'un paramètre sur l'aire et le volume du cylindre. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- Pendant les discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre la dimension du rayon, la hauteur et l'effet sur l'aire et le volume du cylindre et que les éléments de la section **Éléments à faire ressortir** sont abordés. Si nécessaire, poser des questions telles que :
 - Qu'arrive-t-il à l'aire latérale du cylindre si la hauteur est doublée?
 - Pour un cylindre, quel rapport existe-t-il :
 - entre le rayon et l'aire totale;
 - entre la hauteur et l'aire totale;
 - entre le rayon et l'aire latérale;
 - entre la hauteur et l'aire latérale.
- Encourager les élèves à ajouter des éléments à leur travail ou à consigner les éléments essentiels dans leur cahier de notes.

Déroulement pour l'exemple 2

- Présenter aux élèves l'exemple 2, soit L'incidence de la modification d'une dimension d'une pyramide.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour faire des prédictions quant à l'incidence de la modification d'un paramètre sur le volume d'une pyramide et vérifier sa prédiction à l'aide d'un outil technologique.
- Consulter les notes pédagogiques fournies dans le corrigé de l'exemple 2 pour obtenir des stratégies d'accompagnement au niveau des processus mathématiques et des éléments de difficulté que les élèves risquent de rencontrer.
- Choisir différentes stratégies de regroupements flexibles afin de répondre aux différents besoins des élèves.

Stratégie de résolution de problèmes pour l'exemple 2

L'élève doit faire une prédiction suite à la modification d'une mesure d'une pyramide sur son volume.

Notes pédagogiques

- Le processus mathématique préconisé est l'établissement de liens et la résolution de problèmes. L'élève doit établir le lien entre la modification d'un paramètre et son incidence sur le volume d'une pyramide.
- Si l'élève éprouve de la difficulté à déterminer la mesure de la base carrée de la pyramide, voici des exemples de questions à poser :
 - Quelles sont les mesures manquantes?
 - De quelles mesures as-tu besoin pour calculer l'aire de la base?
 - Peux-tu créer un modèle de ton solide?

EXEMPLE 2

L'incidence de la modification d'une dimension d'une pyramide

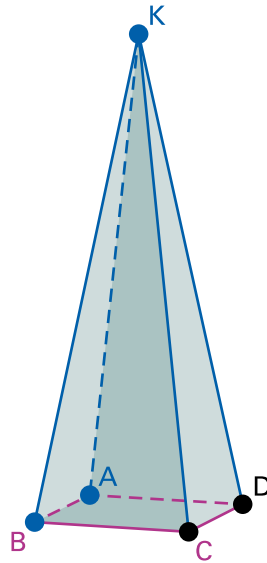
Construis une pyramide à base carrée ayant les dimensions de ton choix.

- a) Compare l'effet sur le volume si on double la longueur des segments de la base carrée. Crée une généralisation.
- b) Compare l'effet sur le volume si on double sa hauteur. Crée une généralisation.

Notes pédagogiques

- L'élève en difficulté est encouragé à utiliser des nombres entiers afin de faire ses calculs.
- Si l'élève éprouve de la difficulté, voici quelques exemples de questions à poser :
 - Quelle est la formule pour déterminer le volume d'une pyramide?
 - Comment peux-tu trouver l'aire de la base?

- a) Je construis une pyramide à base carrée avec des dimensions quelconques; je choisis des arêtes de 6 cm pour la base carrée et une hauteur de 10 cm.



Afin de calculer le volume de la pyramide à base carrée, j'utilise la formule

$$V_{\text{pyramide}} = \frac{A_{\text{base}} \times H}{3}.$$

Je calcule le volume de la pyramide. Les arêtes de la base carrée mesurent 6 cm et la hauteur 10 cm.

Puisque la base de la pyramide est un carré, je peux écrire $A_{\text{base}} = c^2$.

$$V_{\text{pyramide}} = \frac{c^2 \times H}{3}$$

$$V_{\text{pyramide}} = \frac{(6 \text{ cm})^2 \times 10 \text{ cm}}{3}$$

$$V_{\text{pyramide}} = \frac{360 \text{ cm}^3}{3}$$

$$V_{\text{pyramide}} = 120 \text{ cm}^3$$

Le volume de la pyramide à base carrée est 120 cm^3 .

Je calcule le volume de la pyramide en doublant les arêtes de la base, $2 \times 6 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$, et en gardant la hauteur de 10 cm.

$$V_{\text{pyramide}} = \frac{c^2 \times H}{3}$$

$$V_{\text{pyramide}} = \frac{(12 \text{ cm})^2 \times 10 \text{ cm}}{3}$$

$$V_{\text{pyramide}} = \frac{1440 \text{ cm}^3}{3}$$

$$V_{\text{pyramide}} = 480 \text{ cm}^3$$

Le volume de la pyramide à base carrée est 480 cm^3 .

Afin de généraliser les résultats, je refais les opérations pour déterminer le volume en utilisant des valeurs différentes pour chaque côté et en analysant les résultats sachant que la hauteur de la pyramide est toujours 10 cm.

Dimensions des côtés de la base (cm)		Volume (cm^3)	Conclusion
6	6	$\frac{6 \times 6 \times 10}{3} = 120$	
6×2	12	$\frac{(6 \times 2) \times (6 \times 2) \times 10}{3} = \frac{6 \times 6 \times 10}{3} = 120 \times 2^2$	Le volume a été multiplié par $2^2 = 4$.
$6 \times k$	$6k$	$\frac{6k \times 6k \times 10}{3} = \frac{6 \times 6 \times 10}{3} \times k^2 = 120 \times k^2$	Le volume a été multiplié par k^2 .
$n \times k$	nk	$\frac{nk \times nk \times 10}{3} = \frac{n^2 \times 10}{3} \times k^2 = \frac{10n^2}{3} \times k^2$	Le volume a été multiplié par k^2 .

Pour toute pyramide, si je multiplie les côtés de la base par k , le volume sera multiplié par k^2 .

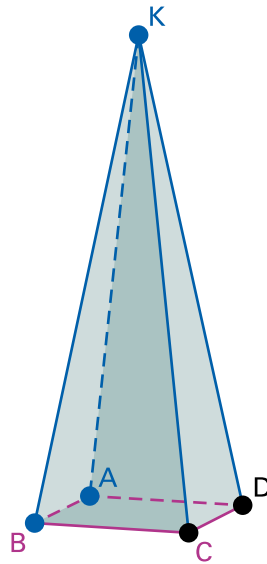
b) J'ai déjà calculé le volume d'une pyramide dont les arêtes de la base carrée mesurent 6 cm et la hauteur 10 cm.

$$V_{\text{pyramide}} = \frac{c^2 \times H}{3}$$

$$V_{\text{pyramide}} = \frac{(6 \text{ cm})^2 \times 10 \text{ cm}}{3}$$

$$V_{\text{pyramide}} = \frac{360 \text{ cm}^3}{3}$$

$$V_{\text{pyramide}} = 120 \text{ cm}^3$$



Je calcule le volume de la pyramide à base carrée en doublant sa hauteur, $2 \times 10 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$.

Je calcule le volume de la pyramide. Les arêtes de la base carrée mesurent 6 cm et la hauteur 20 cm.

$$V_{\text{pyramide}} = \frac{c^2 \times H}{3}$$

$$V_{\text{pyramide}} = \frac{(6 \text{ cm})^2 \times 20 \text{ cm}}{3}$$

$$V_{\text{pyramide}} = \frac{36 \text{ cm}^2}{3} \times 20 \text{ cm}$$

$$V_{\text{pyramide}} = \frac{720 \text{ cm}^3}{3}$$

$$V_{\text{pyramide}} = 240 \text{ cm}^3$$

Le volume de la pyramide à base carrée est 240 cm^3 .

Afin de généraliser les résultats, je refais les opérations pour déterminer le volume en utilisant des valeurs différentes pour chaque côté et en analysant les résultats sachant que les côtés de la base de la pyramide sont toujours de 6 cm.

Dimensions de la hauteur (cm)		Volume (cm ³)	Conclusion
10	10	$\frac{6 \times 6 \times 10}{3} = 120$	
10×2	20	$\frac{6 \times 6 \times (10 \times 2)}{3} = \frac{6 \times 6 \times 10}{3} \times 2$ $= 120 \times 2$	Le volume a été multiplié par 2.
$10 \times k$	$10k$	$\frac{6 \times 6 \times 10k}{3} = \frac{6 \times 6 \times 10}{3} \times k$ $= 120 \times k$	Le volume a été multiplié par k .
$n \times k$	nk	$\frac{6 \times 6 \times nk}{3} = \frac{6 \times 6 \times n}{3} \times k$ $= 12n \times k$	Le volume a été multiplié par k .

Pour toute pyramide, si je multiplie la hauteur par k , le volume sera multiplié par k .

? *Quelle modification a un plus grand impact sur le volume, la modification de la mesure des arêtes de la base ou la modification de la mesure de la hauteur?*

Si on multiplie les mesures des arêtes de la base et la hauteur par k , quelle sera l'incidence sur le volume de la pyramide? Comment ces connaissances peuvent-elles s'appliquer à d'autres solides, tels les prismes, les cônes ou les cylindres?

Retour sur l'exemple 2

- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour déterminer l'incidence d'un changement de mesures des arêtes de la base d'une pyramide sur le volume et l'incidence d'un changement de mesure de la hauteur d'une pyramide sur le volume. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- Pendant les discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre la dimension modifiée et son incidence sur le volume de la pyramide et que les éléments de la section **Éléments à faire ressortir** sont abordés. Si nécessaire, poser des questions telles que :
 - Si je change la dimension d'un côté d'une pyramide, est-ce que le volume changera de manière proportionnelle? Explique ta réponse.
 - Si je change la dimension d'un côté d'un prisme, est-ce que l'aire changera de manière proportionnelle? Explique ta réponse.
- Encourager les élèves à ajouter des éléments à leur travail ou à consigner les éléments essentiels dans leur cahier de notes.

ALLER PLUS LOIN

1. Si tu triples la mesure de la base d'une pyramide à base carrée, quelle sera l'incidence sur l'aire totale de la surface?
2. Si tu doubles la mesure de la base d'un prisme rectangulaire à base carrée, quelle sera l'incidence sur l'aire totale de la surface?

Partie 2 – Apprentissage autonome

Déroulement

- Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!** Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou autres preuves d'apprentissage.
- Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves et les interpréter selon l'atteinte des critères d'évaluation et cibler les prochaines étapes de l'enseignement en vue d'aider les élèves.

Note : Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.

Corrigé

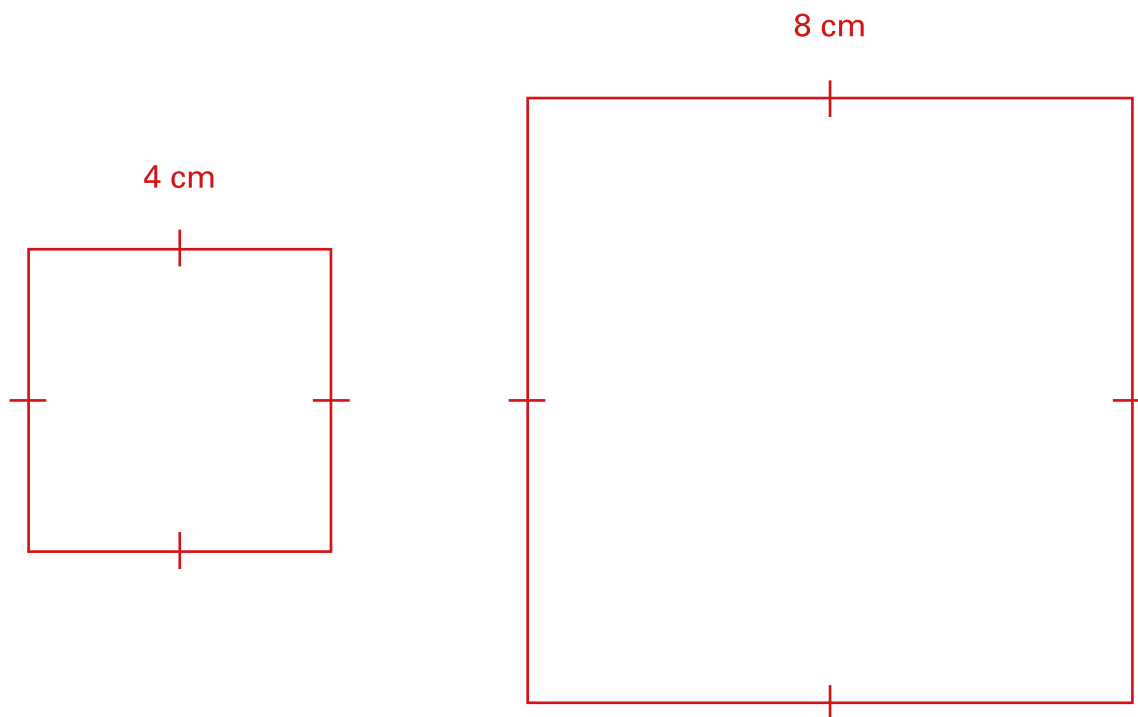
1. Pour chacun des énoncés suivants, fais une prédiction et ensuite vérifie cette prédiction algébriquement. Justifie ta prédiction.
 - a) Qu'arrivera-t-il au périmètre d'un carré si chacune de ses mesures est doublée?
 - b) Qu'arrivera-t-il à l'aire d'un carré si chacune de ses mesures est doublée?
 - c) Qu'arrivera-t-il à l'aire totale d'une pyramide si la hauteur des faces latérales, l'apothème, est doublée?

Processus mathématique préconisé : raisonnement et justification

L'élève doit justifier son raisonnement à l'aide d'exemples et d'explications concrets. L'enseignante ou l'enseignant pourra diriger des discussions afin de développer la pensée critique de l'élève en posant des questions telles que :

- Comment peux-tu utiliser cette relation pour déterminer la relation entre les côtés pour l'aire d'une figure plane différente?
- Est-ce possible de déterminer une relation similaire pour un polygone irrégulier?

- a) Je dessine deux carrés pour m'aider à faire ma prédiction. Je détermine que le côté de mon premier carré mesure 4 cm.



Je prédis que le périmètre sera doublé.

Je vérifie à l'aide de calculs.

Carré 1	Carré 2
si $L = 4 \text{ cm}$,	si $L = 8 \text{ cm}$,
$P = 4L$	$P = 4L$
$P = 4(4)$	$P = 4(8)$
$P = 16 \text{ cm}$	$P = 32 \text{ cm}$

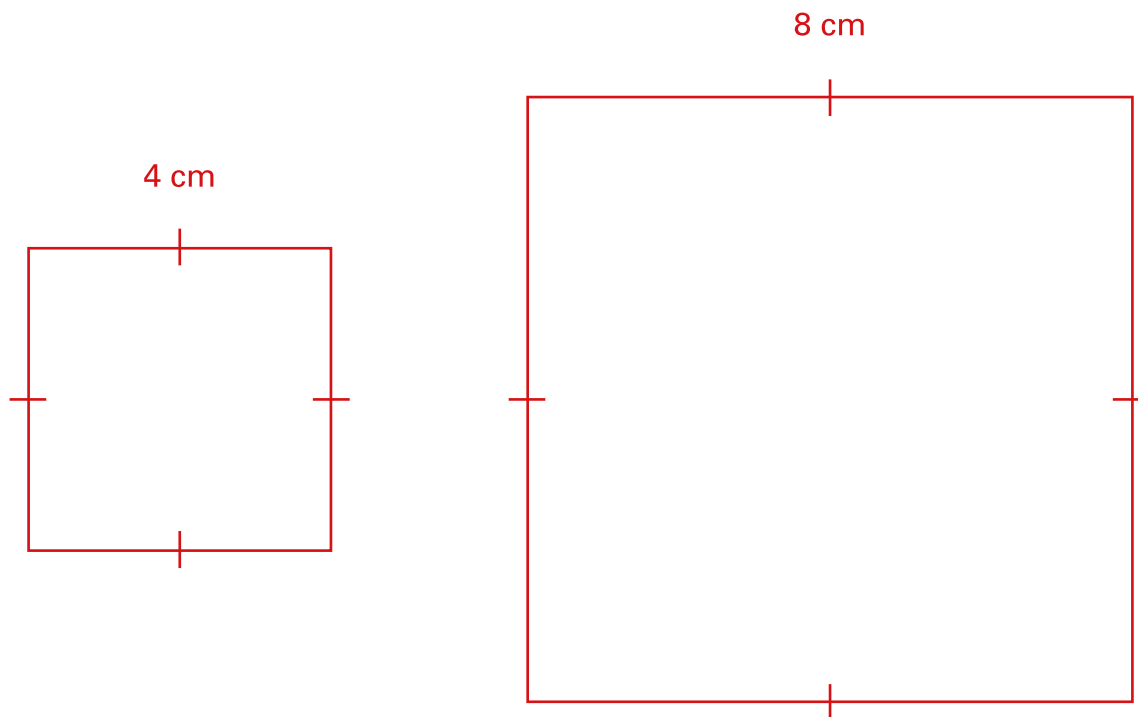
Si je double les côtés d'un carré, le périmètre est aussi doublé.

Je vérifie pour tout carré dont les côtés ont une longueur k .

Carré 1	Carré 2
si $L = k$,	si $L = 2k$,
$P = 4L$	$P = 4L$
$P = 4(k)$	$P = 4(2k)$
$P = 4k$	$P = 2 \times 4k$

Si je double les côtés d'un carré, le périmètre est aussi doublé.

b)



Je prédis que l'aire sera triplée.

Je vérifie à l'aide de calculs.

Carré 1	Carré 2
si $c = 4$ cm,	si $c = 8$ cm
$A = c^2$	$A = c^2$
$A = (4)^2$	$A = (8)^2$
$A = 16$ cm ²	$A = 64$ cm ²

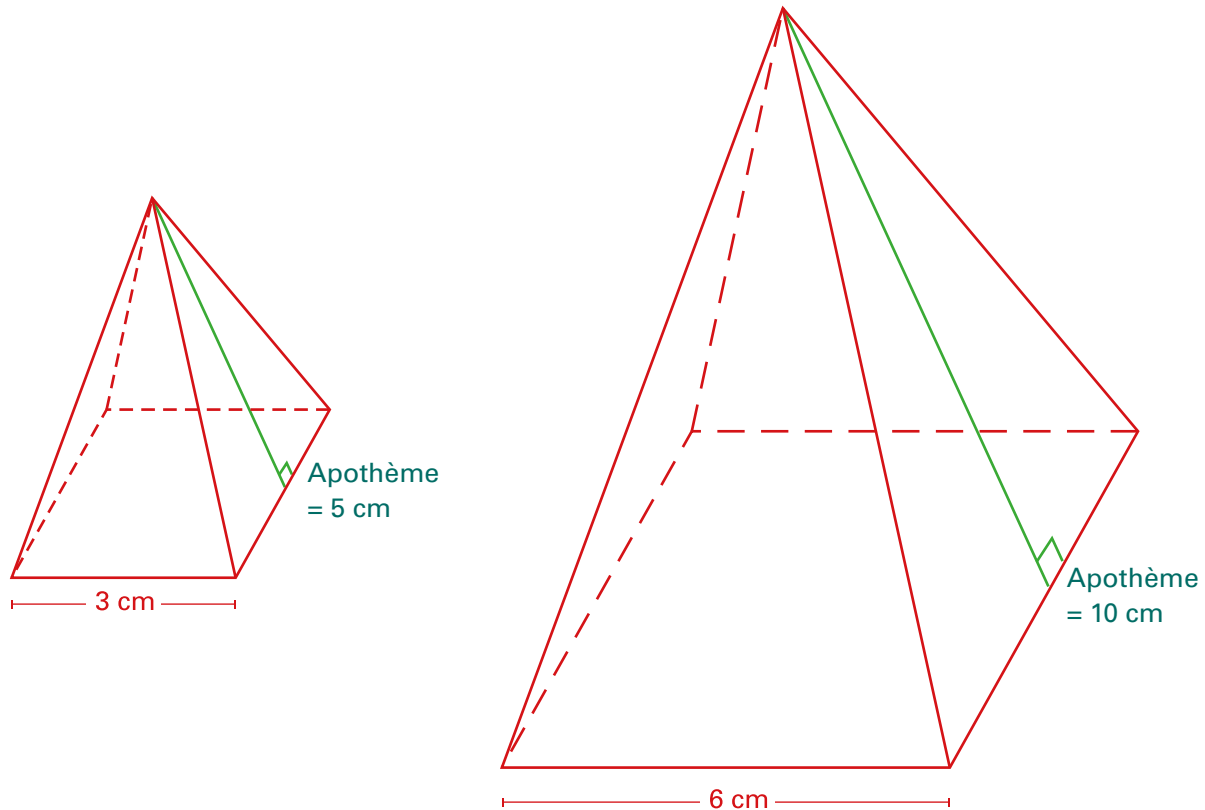
Si je double les côtés d'un carré, je remarque que l'aire du deuxième carré est 4 fois celle de l'aire du premier carré.

Je vérifie pour tout carré dont les côtés ont une longueur k .

Carré 1	Carré 2
si $c = k$,	si $c = 2k$,
$A = c^2$	$A = c^2$
$A = (k)^2$	$A = (2k)^2$
$A = k^2$	$A = 2^2 \times k^2$

Si je double les côtés d'un carré, je remarque que l'aire du deuxième carré est 4 fois celle de l'aire du premier carré. Je remarque que ma prédiction était erronée.

- c) Je dessine une esquisse et je détermine l'équation de l'aire de surface d'une pyramide à base carrée dont le côté mesure 3 cm et l'apothème 5 cm.



Je prédis que l'aire totale de la deuxième pyramide sera 2 fois plus grande que l'aire de la première pyramide.

$$\begin{aligned} A_{\text{pyramide}} &= A_{\text{carré}} + 4A_{\text{triangle}} \\ &= (L^2) + 4\left(\frac{b \times h}{2}\right) \\ &= (L^2) + 2(b \times h) \end{aligned}$$

- ?** Est-ce que cette relation est la même pour toutes les formes de pyramides? Comment cette relation diffère-t-elle pour une pyramide à base triangulaire ou pentagonale?

Je vérifie ma prédiction.

Pyramide 1 :

Si $L = 3$ cm et $h = 5$ cm

$$\begin{aligned}A_{\text{pyramide}} &= A_{\text{carré}} + 4A_{\text{triangle}} \\&= L^2 + 4\left(\frac{L \times h}{2}\right) \\&= (3 \text{ cm})^2 + 4\left(\frac{3 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}}{2}\right) \\&= 9 \text{ cm}^2 + 4(7,5 \text{ cm}^2) \\&= 9 \text{ cm}^2 + 30 \text{ cm}^2 \\&= 39 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

L'aire totale de la pyramide est de 39 cm^2 .

Pyramide 2 :

Si $L = 3$ cm et $h = 10$ cm

$$\begin{aligned}A_{\text{pyramide}} &= A_{\text{carré}} + 4A_{\text{triangle}} \\&= L^2 + 4\left(\frac{L \times h}{2}\right) \\&= (3 \text{ cm})^2 + 4\left(\frac{3 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}}{2}\right) \\&= 9 \text{ cm}^2 + 4(15 \text{ cm}^2) \\&= 9 \text{ cm}^2 + 60 \text{ cm}^2 \\&= 69 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

L'aire totale de la pyramide est de 69 cm^2 .

Je remarque que seulement l'aire totale des quatre triangles est doublée.

Je vérifie pour toute face latérale de la pyramide d'une hauteur k .

Si $L = 3$ cm et $h = k$ cm

$$\begin{aligned}A_{\text{pyramide}} &= A_{\text{carré}} + 4A_{\text{triangle}} \\&= L^2 + 4\left(\frac{L \times h}{2}\right) \\&= (3 \text{ cm})^2 + 4\left(\frac{3 \text{ cm} \times k \text{ cm}}{2}\right) \\&= 9 \text{ cm}^2 + 6k \text{ cm}^2\end{aligned}$$

Je double la hauteur des triangles.

Si $L = 3 \text{ cm}$ et $h = 2k \text{ cm}$

$$\begin{aligned} A_{\text{pyramide}} &= A_{\text{carré}} + 4A_{\text{triangle}} \\ &= L^2 + 4\left(\frac{L \times h}{2}\right) \\ &= (3 \text{ cm})^2 + 4\left(\frac{3 \text{ cm} \times 2k \text{ cm}}{2}\right) \\ &= 9 \text{ cm}^2 + 4\left(\frac{3 \text{ cm} \times 2 \times k \text{ cm}}{2}\right) \\ &= 9 \text{ cm}^2 + 6k \times 2 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Je remarque que seulement l'aire latérale de la pyramide, soit les quatre triangles, est doublée.

? *Est-ce cette relation est la même pour toutes les formes de pyramides? Comment cette relation diffère-t-elle pour une pyramide à base triangulaire ou pentagonale?*

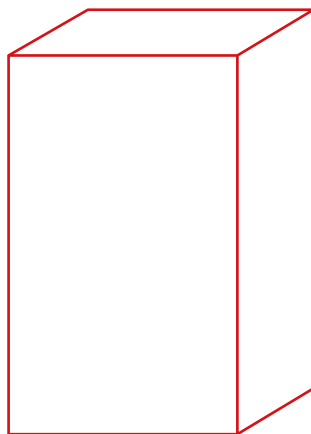
2. Démontre, à l'aide du prisme à base carrée, l'incidence que la modification d'une mesure peut avoir sur le volume de ce prisme.

Processus mathématique préconisé : raisonnement et justification

L'élève doit justifier son raisonnement à l'aide d'exemples et d'explications concrets. L'enseignante ou l'enseignant pourra diriger des discussions afin de développer la pensée critique de l'élève en posant des questions telles que :

- Comment peux-tu utiliser cette relation pour déterminer la relation entre les côtés d'un solide?
- Cette relation existe-t-elle aussi pour une pyramide?

Je dessine une esquisse d'un prisme rectangulaire à base carrée.

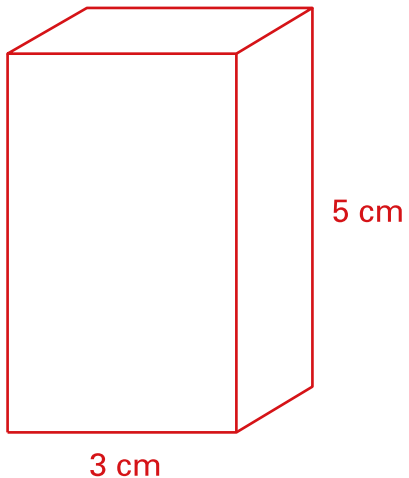


Avec des dimensions quelconques

Je détermine l'équation du volume d'un prisme à base carrée.

$$V = b^2 \times h$$

Je propose des dimensions pour b et h et je calcule le volume du prisme.



$$b = 3 \text{ cm}$$

$$h = 5 \text{ cm}$$

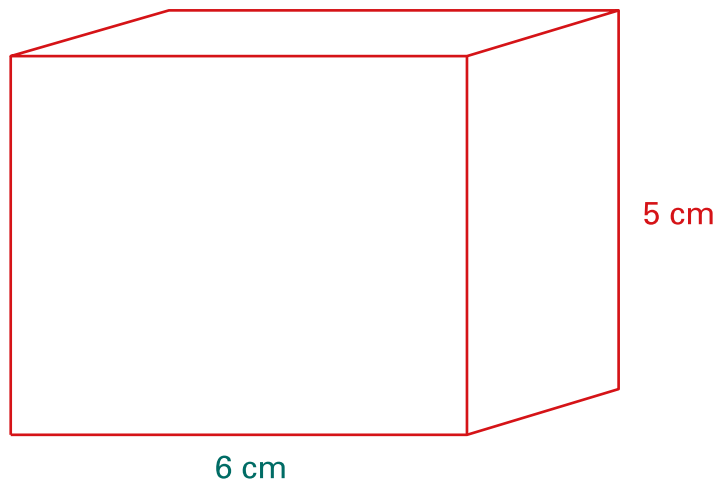
$$V = b^2 \times h$$

$$= (3 \text{ cm})^2 \times (5 \text{ cm})$$

$$= 9 \text{ cm}^2 \times 5 \text{ cm}$$

$$= 45 \text{ cm}^3$$

Je double les mesures de la base et je détermine l'incidence sur le volume du prisme.



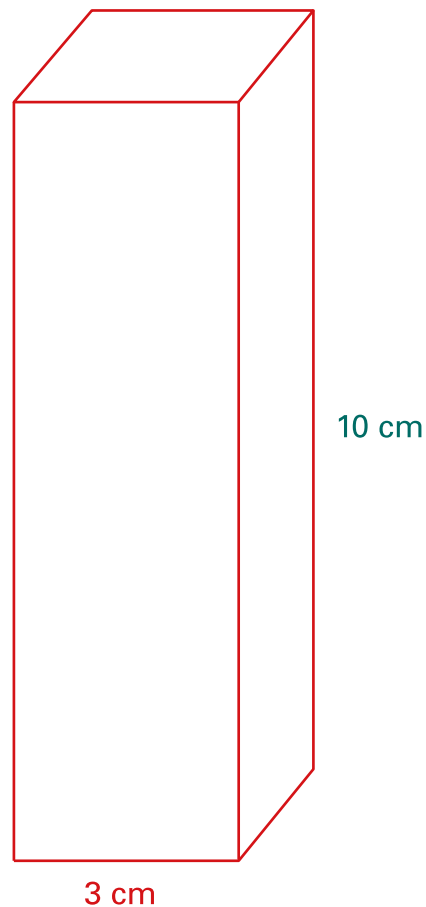
$$b = 6 \text{ cm}$$

$$h = 5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} V &= b^2 \times h \\ &= (6 \text{ cm})^2 \times (5 \text{ cm}) \\ &= 36 \text{ cm}^2 \times 5 \text{ cm} \\ &= 180 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

En divisant 180 cm^3 par 45 cm^3 , j'obtiens un rapport de 4. Si je double les côtés de la base, le volume du prisme à base carrée est quadruplé.

Je double maintenant la hauteur du prisme et je détermine l'incidence sur le volume.



$$b = 3 \text{ cm}$$

$$h = 10 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} V &= b^2 \times h \\ &= (3 \text{ cm})^2 \times (10 \text{ cm}) \\ &= 9 \text{ cm}^2 \times 10 \text{ cm} \\ &= 90 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$



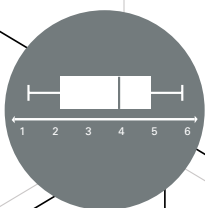
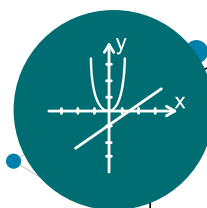
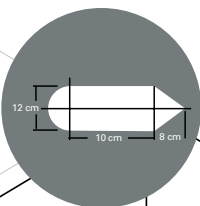
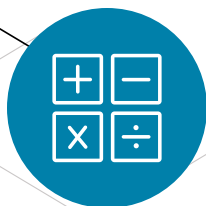
En divisant 180 cm^3 par 90 cm^3 , j'obtiens un rapport de 2. Si je double la hauteur du prisme à base carrée, le volume du prisme est doublé.

? Compare tes réponses et explique ce que tu remarques. Crois-tu que ce sera le même rapport qui existe entre la modification des 2 mesures si les mesures initiales sont plus grandes? (par exemple, $b = 10 \text{ cm}$ et $h = 45 \text{ cm}$?)

Cette relation diffère-t-elle pour des formes différentes de prismes?

Que devient cette relation si tu compares l'aire de la surface totale du prisme ou l'aire latérale du prisme?

VERSION DE L'ÉLÈVE



$$\pi$$
$$1,4 \times 10^{-8}$$
$$-\frac{3}{4}$$

9^e
ANNÉE

PENSONS MATHÉMATIQUES!

Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques

Minileçon

GÉOMÉTRIE ET MESURE

Déterminer l'influence d'un changement
de dimensions d'une figure plane et
d'un solide sur leurs mesures

Partie 1 – Exploration guidée

EXEMPLE 1

L'incidence de la modification d'une dimension d'un cylindre

La compagnie *Mamma Mia Tomata* vend des boîtes de conserve de sauce aux tomates. Pour vendre son produit, elle appose sur le côté de la boîte une étiquette. Le rayon de la boîte de conserve mesure 3 cm et la hauteur 11 cm.

- a) Si la compagnie décide de doubler le rayon de la boîte de conserve, mais que la hauteur demeure identique, quel sera le changement des dimensions de l'aire de la base et de l'aire de la surface de l'étiquette?
- b) Si la compagnie décide de doubler le rayon de la boîte de conserve, mais que la hauteur demeure identique, quel sera le changement du volume de la boîte de conserve?



TA STRATÉGIE

EXEMPLE 2

L'incidence de la modification d'une dimension d'une pyramide

Construis une pyramide à base carrée ayant les dimensions de ton choix.

- Compare l'effet sur le volume si on double la longueur des segments de la base carrée. Crée une généralisation.
- Compare l'effet sur le volume si on double sa hauteur. Crée une généralisation.



TA STRATÉGIE

Partie 2 – Apprentissage autonome

À ton tour!

1. Pour chacun des énoncés suivants, fais une prédiction et ensuite vérifie cette prédiction algébriquement. Justifie ta prédiction.
 - a) Qu'arrivera-t-il au périmètre d'un carré si chacune de ses mesures est doublée?
 - b) Qu'arrivera-t-il à l'aire d'un carré si chacune de ses mesures est doublée?
 - c) Qu'arrivera-t-il à l'aire totale d'une pyramide si la hauteur des faces latérales est doublée?



TA STRATÉGIE

2. Démontre, à l'aide du prisme à base carrée, l'incidence que la modification d'une mesure peut avoir sur le volume de ce prisme.



TA STRATÉGIE