

9^e
ANNÉE

PENSONS MATHÉMATIQUES!

**Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques**

Minileçon

DONNÉES

Déterminer des façons de représenter
et d'analyser des données afin de créer
un modèle mathématique

RÉSUMÉ

Dans cette minileçon, l'élève détermine des façons de représenter et d'analyser des données afin de créer un modèle mathématique pour répondre à la question initiale, en tenant compte de la nature des données, du contexte et des suppositions faites à leur sujet.

PISTES D'OBSERVATION

L'élève :

- › représente des données de diverses façons;
- › analyse des données;
- › crée des modèles mathématiques.

MATÉRIEL

- › crayons;
 - › feuilles blanches;
 - › feuille quadrillée;
 - › tableur;
 - › calculatrice graphique.
-

CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Les concepts mathématiques nommés ci-dessous sont nécessaires pour bien accomplir cette minileçon. Il est important de s'assurer de leur compréhension avant de débiter. Une explication de ceux-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

Domaine d'étude	Concept mathématique
Nombres	Des applications de nombres entiers
Données	L'application de la modélisation mathématique
Données	L'analyse d'un problème afin de collecter des données
Données	Les modèles mathématiques pour représenter des données

Partie 1 – Exploration guidée

Éléments à faire ressortir

- Les modèles mathématiques font partie de la 3^e composante du processus de modélisation mathématique, soit créer un modèle mathématique. Le modèle choisi doit permettre de répondre à la question initiale en tenant compte de la nature des données, du contexte et des suppositions faites lors de l'analyse de la situation.
- Les modèles mathématiques peuvent prendre plusieurs formes : diagramme, expression algébrique, table de valeurs, graphique, etc.

Déroulement

- Consulter, au besoin, la fiche **Les modèles mathématiques pour représenter des données** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves les modèles mathématiques ainsi que la terminologie liée à ces concepts en vue de les aider à réaliser l'activité.
- Animer une discussion afin d'activer les connaissances antérieures ou connexes et établir des liens avec des expériences personnelles en posant des questions telles que :
 - Quels sont les différents types de modèles mathématiques que tu peux utiliser pour représenter des données?
 - Comment fais-tu pour déterminer le type de modèle à utiliser à partir d'un ensemble de données?
- Présenter aux élèves l'exemple 1, soit Des produits de nettoyage pour voiture.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour analyser les données, choisir un modèle mathématique et créer ce modèle.
- Consulter les notes pédagogiques fournies dans le corrigé de l'exemple 1 pour obtenir des stratégies d'accompagnement au niveau des processus mathématiques et des éléments de difficultés que les élèves risquent de rencontrer.
- Choisir différentes stratégies de regroupements flexibles afin de répondre aux différents besoins des élèves.

Stratégie de résolution de problèmes pour l'exemple 1

Dans cet exemple, l'élève devra déterminer un modèle qui représente bien les données présentées et justifier son choix de modèle. L'élève devra également choisir parmi les stratégies qu'elle ou il connaît afin de créer le modèle choisi.

EXEMPLE 1

Des produits de nettoyage pour voiture

Mike veut démarrer une petite entreprise durant l'été pour nettoyer des voitures. Il se demande quels produits seraient les meilleurs à utiliser pour sa petite entreprise, ainsi que le prix qu'il devrait exiger.

Voici un extrait des données qu'il a été capable de recueillir. Quel modèle mathématique Mike pourrait-il utiliser pour bien représenter ces données dans chacun des cas? Explique, puis crée le modèle choisi.

- a) Sondage sur le nombre de voitures par ménage auprès de 100 personnes du village

Nombre de voitures	Fréquences
0	
1	
2	
3	
4	
5	

- b) Sondage auprès de 100 personnes du village concernant leur intérêt à l'égard du nettoyage de voiture

Intérêt	Fréquence
Oui	21
Non	42
Peut-être	37

- c) Nombre d'habitants du village, à la suite du recensement

Année	Nombre d'habitants
1996	10 478
2001	10 599
2006	10 662
2011	11 660
2016	12 808

- d) Coûts des différents produits nettoyants par 100 mL

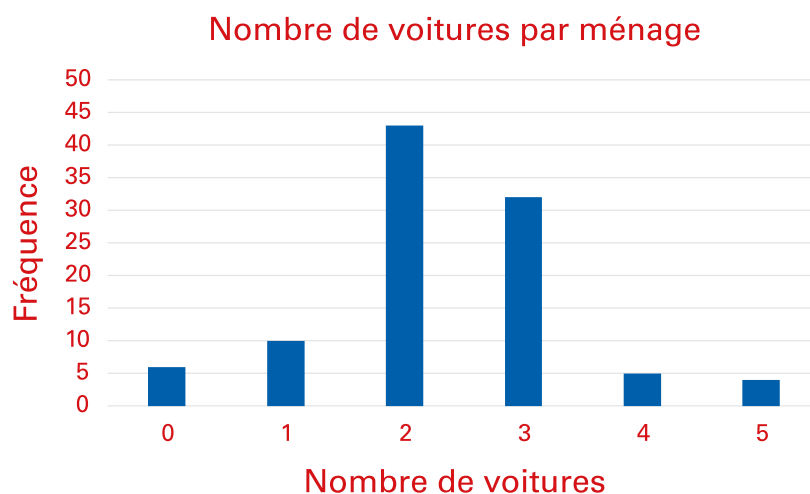
1,15 \$	1,22 \$
1,35 \$	1,23 \$
1,17 \$	1,19 \$
1,25 \$	1,32 \$
1,28 \$	1,19 \$
1,31 \$	1,23 \$
1,33 \$	1,12 \$
1,15 \$	1,27 \$

Notes pédagogiques

- Cet exemple permet à l'élève de mettre en application les processus mathématiques suivants :
 - Raisonnement et justification
 - Sélection d'outils et de stratégies
- L'élève doit justifier sa pensée mathématique en expliquant pourquoi il a choisi un certain modèle pour représenter les données. L'élève évalue la pertinence de son modèle et justifie son choix.
- L'élève doit sélectionner la meilleure stratégie pour représenter les données selon la représentation choisie. Il peut utiliser diverses méthodes pour faire la représentation : logiciel de création de graphique, feuille quadrillée, etc.
- Il est à noter que l'élève peut également décider de faire un diagramme circulaire, car celui-ci représente bien les données discrètes et comme l'aire de chaque section est proportionnelle au pourcentage de gens ayant choisi chacune des catégories du nombre de voitures, il permet de voir rapidement que la plupart des gens possèdent 2 ou 3 voitures dans leur ménage.
- Encourager l'élève à utiliser des modèles différents pour chaque groupe de données, y compris un diagramme de quartiles.

Corrigé

- a) Sondage sur le nombre de voitures par ménage auprès de 100 personnes du village
- J'ai choisi de représenter les données à l'aide d'un diagramme à bandes puisque ce sont des données discrètes. Ce type de diagramme présente la distribution de la fréquence de chacune des catégories du nombre de voitures par ménage.

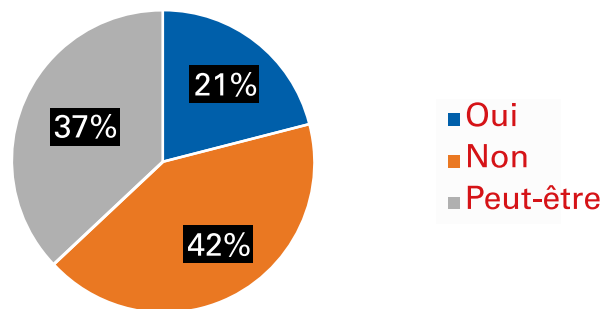


Je peux voir rapidement que la plupart des gens du village ont 2 ou 3 voitures par ménage, puisque les bandes du diagramme sont beaucoup plus élevées.

- b) Sondage auprès de 100 personnes du village concernant leur intérêt à l'égard du nettoyage de voiture

J'ai choisi de représenter les données à l'aide d'un diagramme circulaire puisque ce sont des données discrètes. Comme l'aire de chaque secteur est proportionnelle au pourcentage de gens dans chacune des catégories, je peux voir rapidement le choix ayant le plus d'intérêt.

Souhaitez-vous utiliser un service de nettoyage pour votre voiture?



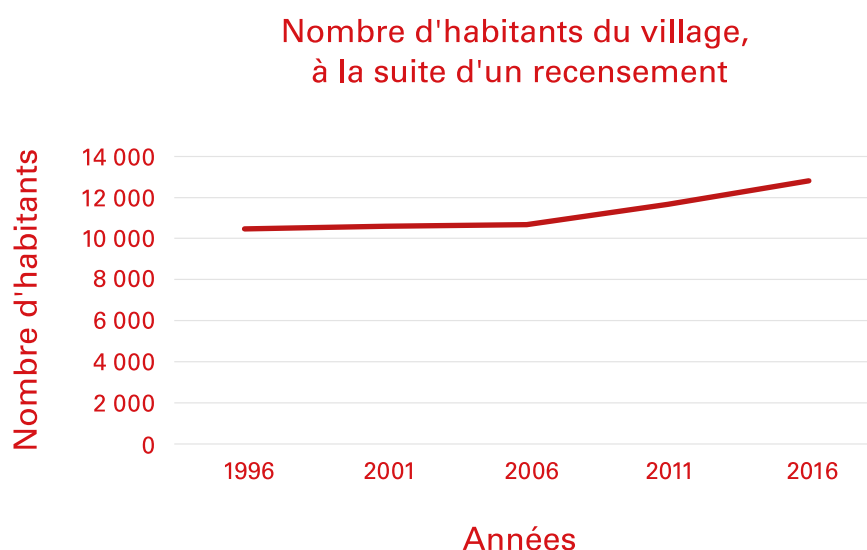
Je peux voir rapidement qu'environ 21 % des gens manifestent de l'intérêt à l'égard d'un service de nettoyage pour leur voiture et que 37 % pourraient l'envisager. Donc plus de 50 % des habitants du village sont des clients possibles.

Notes pédagogiques

Ici l'élève pourrait également faire une équation qui représente le nombre d'habitants du village depuis 1996 par le biais d'une analyse statistique, telle qu'une régression.

c) Nombre d'habitants du village à la suite du recensement

J'ai choisi de représenter les données à l'aide d'un diagramme à ligne brisée, puisqu'il me permet de décrire des données quantitatives qui évoluent dans le temps. Celui-ci me permettra de voir l'évolution du nombre d'habitants dans le village en fonction des années.

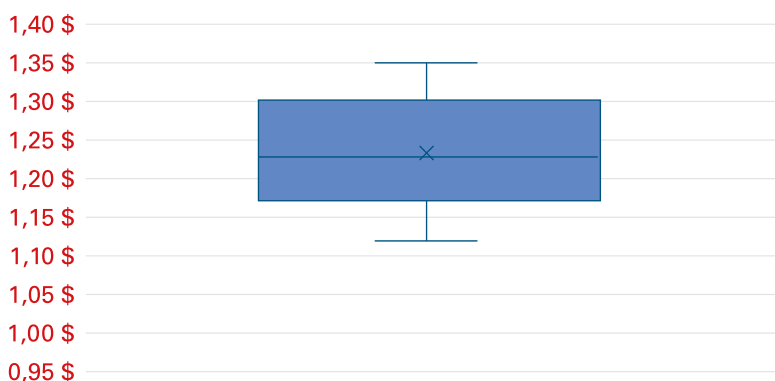


Je peux voir rapidement que depuis 2005, le nombre d'habitants du village augmente de façon plus ou moins linéaire. Le graphique me permet de voir une régularité dans les données et d'estimer la population du village de l'année actuelle.

d) Coût des différentes options de produits nettoyants

J'ai choisi de représenter les données à l'aide d'un diagramme de quartiles, puisqu'il me permet d'observer la tendance des différents coûts afin de déterminer le coût moyen selon les différents produits utilisés lors d'un nettoyage de voiture.

Coûts des différents produits nettoyants par 100 mL



Je peux voir rapidement que le prix moyen pour les produits nettoyants est de 1,24 \$ par 100 mL, que le prix médian est de 1,23 \$ par 100 mL, que le prix minimal est 1,13 \$ par 100 mL et que le prix maximal est 1,35 \$ par 100 mL. Je peux aussi voir que les prix médians des quartiles 2 et 3 sont entre 1,17 \$ et 1,31 \$ par 100 mL.

Retour sur l'exemple 1

- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour déterminer le modèle à utiliser pour chaque groupe de données recueillies et créer le modèle.
- Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- Pendant les discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre le type de données, le type de modèle, l'analyse de données que l'on veut faire et que les éléments de la section **Éléments à faire ressortir** sont abordés. Si nécessaire, poser des questions telles que :
 - Comment savais-tu quel type de représentation choisir?
 - Quelles autres représentations sont possibles dans chaque cas? Explique.
- Encourager les élèves à ajouter des éléments à leur travail ou à consigner les éléments essentiels dans leur cahier de notes.

Déroulement pour l'exemple 2

- Présenter aux élèves l'exemple 2, soit Sondage pour un club de ski.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour réfléchir sur la pertinence de chaque modèle, choisir le modèle, expliquer son raisonnement.
- Consulter les notes pédagogiques fournies dans le corrigé de l'exemple 2 pour obtenir des stratégies d'accompagnement au niveau des processus mathématiques et des éléments de difficulté que les élèves risquent de rencontrer.

Stratégie de résolution de problèmes pour l'exemple 2

Dans cet exemple, l'élève doit réfléchir sur les 3 représentations données afin de déterminer laquelle sera la plus efficace dans le cadre de la mise en situation donnée. L'élève doit justifier avec confiance les raisons de ce choix.

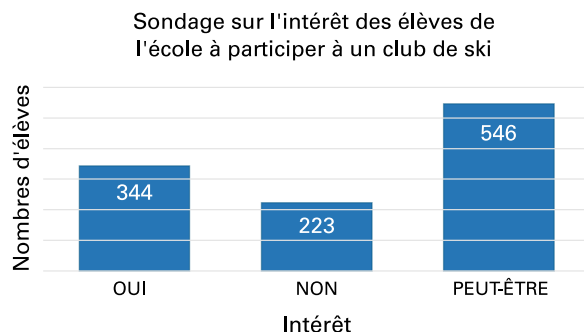
Notes pédagogiques

- Cet exemple permet à l'élève de mettre en application les processus mathématiques suivants :
 - Raisonnement et justification
 - Réflexion
- L'élève justifie sa pensée mathématique en expliquant son choix de représentation. L'élève évalue la pertinence de son choix en fournissant des arguments découlant d'un raisonnement mathématique.
- L'élève prend le temps de bien comprendre la question et est amenée ou amené à réfléchir sur ses connaissances antérieures concernant les différentes représentations de données. L'élève choisit le modèle qui, à son avis, saura convaincre la direction. De plus, elle ou il porte un jugement sur son choix en se questionnant sur la pertinence du modèle à l'égard de la mise en situation.
- Encourager l'élève à développer son raisonnement.
- L'élève peut avoir de la difficulté à déterminer une représentation qui serait plus efficace qu'une autre.
- Afin d'amener l'élève à établir ce lien, il est important de fournir des pistes de réflexion ou un questionnement adéquat tout au long de la résolution de problème. Voici quelques exemples de questions ou de pistes de réflexion :
 - Quelles sont les différences et les ressemblances entre les représentations?
 - Quel est le but de cette mise en situation?
- L'élève peut choisir une autre représentation, cependant il doit fournir une justification appropriée afin d'expliquer ce choix de représentation.

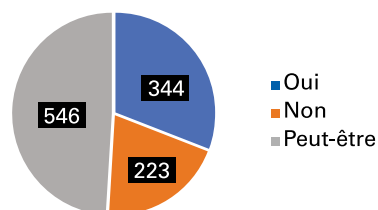
EXEMPLE 2

Sondage pour un club de ski

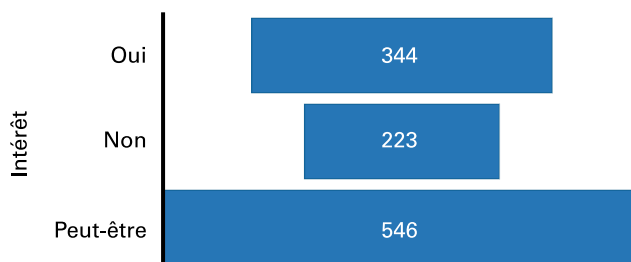
Voici 3 modèles mathématiques qui ont été élaborés à la suite d'une collecte de données auprès des élèves de l'école. Quel modèle serait le plus efficace afin de convaincre la direction d'avoir un club de ski à l'école? Explique.



Sondage sur l'intérêt des élèves de l'école à participer à un club de ski



Sondage sur l'intérêt des élèves de l'école à participer à un club de ski



Corrigé

Le diagramme circulaire permet de mieux représenter les données si l'on veut convaincre le directeur d'avoir un club de ski à l'école. Comme l'aire de chaque section est proportionnelle au pourcentage, on peut voir facilement la proportion des élèves dans chaque groupe.

Si je combine les élèves qui ont dit « oui » et les élèves qui ont dit « peut-être », on voit très bien qu'elles et ils représentent plus de la majorité de l'école. Ainsi, il sera facile de convaincre le directeur de l'école d'avoir un club de ski en lui démontrant qu'environ 80 % des élèves l'école manifestent un grand intérêt ou un petit intérêt pour s'inscrire dans un tel club.

Retour sur l'exemple 2

- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour déterminer la représentation qui permet le mieux de représenter les données dans le but de convaincre. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- Pendant les discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre la nature des données, le contexte et les modèles mathématiques et que les éléments de la section **Éléments à faire ressortir** sont abordés. Si nécessaire, poser des questions telles que :
 - En quoi ton modèle serait-il différent si le but avait été de convaincre la direction de ne pas avoir de club de ski à l'école?
 - Quels autres modèles mathématiques auraient pu être créés à partir du même ensemble de données?
 - Encourager les élèves à ajouter des éléments à leur travail ou à consigner les éléments essentiels dans leur cahier de notes.

ALLER PLUS LOIN

À l'aide des données sur le nombre d'habitants du village (Exemple 1, c), écris l'équation algébrique et détermine la meilleure régression qui pourrait modéliser la situation, puis à l'aide de celle-ci, extrapole la population de ce village en 2035.

Partie 2 – Apprentissage autonome

Déroulement

- Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!**. Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou autres preuves d'apprentissage.
- Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves et les interpréter selon l'atteinte des critères d'évaluation et cibler les prochaines étapes de l'enseignement et des élèves en vue de les aider à s'améliorer.

Note : Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.

Corrigé

1. Teresa se demande si la machine distributrice de l'école est utilisée de la même façon par les élèves de chacun des différents niveaux de l'école (9^e, 10^e, 11^e, 12^e).

Voici les suppositions que Teresa a faites pour recueillir ses données :

- la machine distributrice du corridor A est la plus achalandée de l'école;
- les élèves utilisent la machine distributrice à l'heure des pauses et à l'heure du dîner.

Teresa a noté le nombre d'élèves qui utilisent la machine distributrice du corridor A de l'école à différents moments de la journée pendant une semaine.

- 9^e année : pause du matin (42 élèves), dîner (105 élèves), pause de l'après-midi (70 élèves)
- 10^e année : pause du matin (36 élèves), dîner (113 élèves), pause de l'après-midi (64 élèves)
- 11^e année : pause du matin (24 élèves), dîner (98 élèves), pause de l'après-midi (74 élèves)
- 12^e année : pause du matin (7 élèves), dîner (30 élèves), pause de l'après-midi (20 élèves)

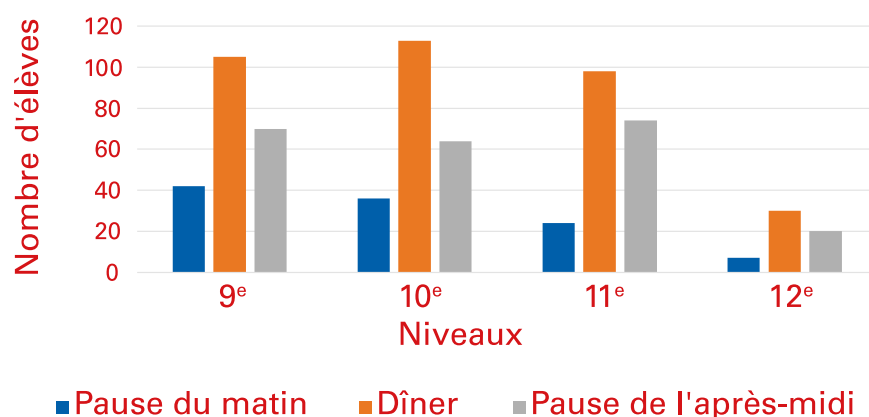
Quel modèle mathématique Teresa pourrait-elle utiliser pour bien représenter ces données? Explique, puis crée le modèle choisi.

Processus mathématique préconisé : raisonnement et justification

L'élève doit choisir un modèle qui représente bien les données et doit justifier pourquoi ce modèle convient pour répondre à la question initiale.

Je peux utiliser un diagramme à bandes multiples qui permet de comparer les valeurs de quelques catégories. Ce modèle me permet d'avoir une vue d'ensemble de tous les niveaux et je peux comparer chaque niveau également.

Nombre d'élèves qui utilisent la machine distributrice à différents moments de la journée pendant une semaine



2. Depuis la pandémie, le nombre de coyotes au Canada a augmenté de 2 % par mois dans différentes régions. Il y avait environ 1 243 coyotes en janvier 2020 dans une région nordique de l'Ontario. Crée 2 modèles mathématiques qui pourraient être élaborés à partir de cette situation.

Processus mathématique préconisé : sélection d'outils et de stratégies

L'élève doit choisir parmi toutes les représentations qu'elle ou il connaît afin de représenter la situation présentée.

Table de valeurs

Je calcule une augmentation de 2 % de 1 243.

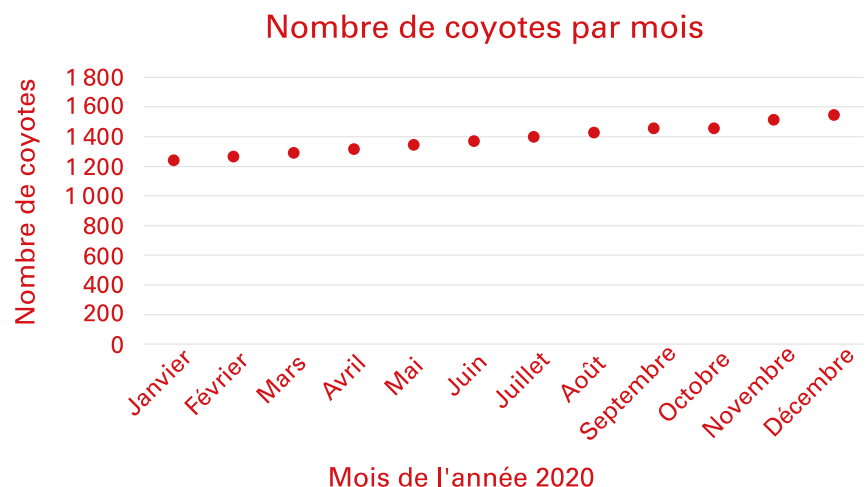
$$1\,243 \times 1,02 = 1\,268$$

Chaque mois, il y a une augmentation de 2 %, donc je dois multiplier le mois précédent par 1,02 afin d'obtenir le nombre de coyotes pour le mois suivant.

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre
Nombre de coyotes	1 243	1 268	1 293	1 319	1 345	1 372	1 400	1 428	1 456	1 486	1 515	1 546

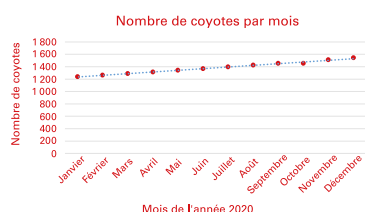
Graphique

À l'aide d'un outil technologique, je crée un graphique.



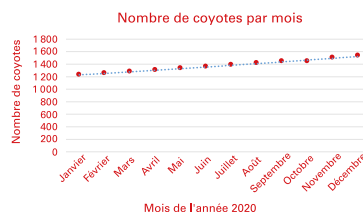
J'utilise l'outil technologique afin de comparer différents modèles de régression.

Régression linéaire



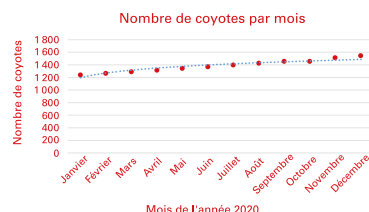
$$y = 26,78x + 1212,7$$
$$R^2 = 0,992$$

Régression exponentielle



$$y = 1\,220,3e^{0,0193x}$$
$$R^2 = 0,9938$$

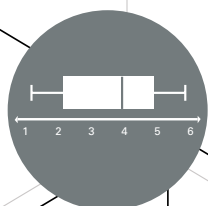
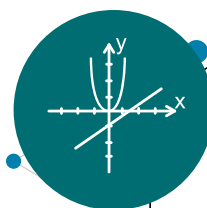
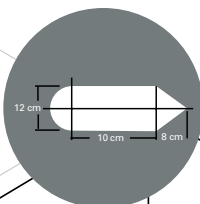
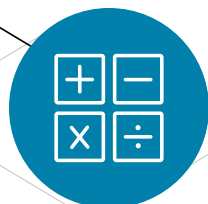
Régression puissance



$$y = 1\,196,3x^{0,0874}$$
$$R^2 = 0,8925$$

À l'aide des analyses de régression, je détermine que le modèle de régression exponentielle est celui qui me permet d'obtenir la valeur de R^2 la plus près de 1. Ce modèle me permet donc de trouver une régularité, de prolonger la table de valeurs selon le nombre de mois depuis janvier 2020 ou d'extrapoler à l'aide du graphique.

VERSION DE L'ÉLÈVE



$$\pi$$
$$1,4 \times 10^{-8}$$
$$-\frac{3}{4}$$

9^e
ANNÉE

PENSONS MATHÉMATIQUES!

Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques

Minileçon

DONNÉES

Déterminer des façons de représenter
et d'analyser des données afin de créer
un modèle mathématique

Partie 1 – Exploration guidée

EXEMPLE 1

Des produits de nettoyage pour voiture

Mike veut démarrer une petite entreprise durant l'été pour nettoyer des voitures. Il se demande quels produits seraient les meilleurs à utiliser pour sa petite entreprise, ainsi que le prix qu'il devrait exiger.

Voici un extrait des données qu'il a été capable de recueillir. Quel modèle mathématique Mike pourrait-il utiliser pour bien représenter ces données dans chacun des cas? Explique, puis crée le modèle choisi.

- a) Sondage sur le nombre de voitures par ménage auprès de 100 personnes du village

Nombre de voitures	Fréquences
0	
1	
2	
3	
4	
5	

- b) Sondage auprès de 100 personnes du village concernant leur intérêt à l'égard du nettoyage de voiture

Intérêt	Fréquence
Oui	21
Non	42
Peut-être	37

- c) Nombre d'habitants du village, à la suite du recensement

Année	Nombre d'habitants
1996	10 478
2001	10 599
2006	10 662
2011	11 660
2016	12 808

- d) Coûts des différents produits nettoyants par 100 mL

1,15 \$	1,22 \$
1,35 \$	1,23 \$
1,17 \$	1,19 \$
1,25 \$	1,32 \$
1,28 \$	1,19 \$
1,31 \$	1,23 \$
1,33 \$	1,12 \$
1,15 \$	1,27 \$



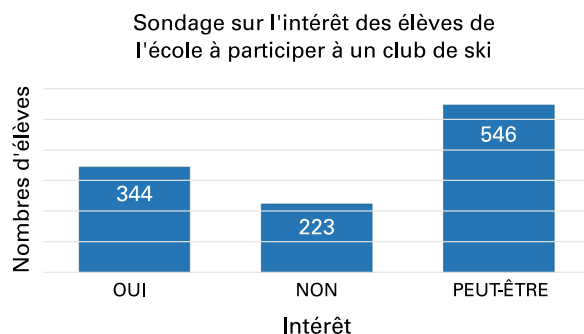
TA STRATÉGIE



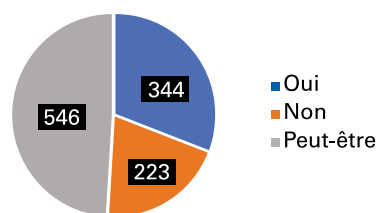
EXEMPLE 2

Sondage pour un club de ski

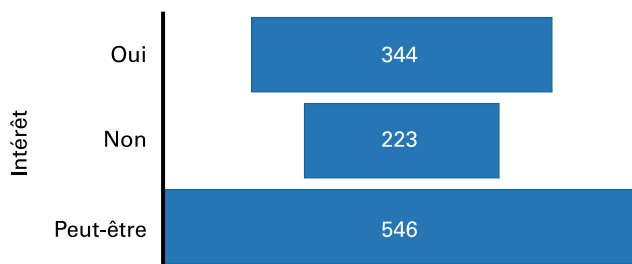
Voici 3 modèles mathématiques qui ont été élaborés à la suite d'une collecte de données auprès des élèves de l'école. Quel modèle serait le plus efficace afin de convaincre la direction d'avoir un club de ski à l'école? Explique.



Sondage sur l'intérêt des élèves de l'école à participer à un club de ski



Sondage sur l'intérêt des élèves de l'école à participer à un club de ski





TA STRATÉGIE

Partie 2 – Apprentissage autonome

À ton tour!

1. Teresa se demande si la machine distributrice de l'école est utilisée de la même façon par les élèves de chacun des différents niveaux de l'école (9^e, 10^e, 11^e, 12^e).

Voici les suppositions que Teresa a faites pour recueillir ses données :

- la machine distributrice du corridor A est la plus achalandée de l'école;
- les élèves utilisent la machine distributrice à l'heure des pauses et à l'heure du dîner.

Teresa a noté le nombre d'élèves qui utilisent la machine distributrice du corridor A de l'école à différents moments de la journée pendant une semaine.

- 9^e année : pause du matin (42 élèves), dîner (105 élèves), pause de l'après-midi (70 élèves)
- 10^e année : pause du matin (36 élèves), dîner (113 élèves), pause de l'après-midi (64 élèves)
- 11^e année : pause du matin (24 élèves), dîner (98 élèves), pause de l'après-midi (74 élèves)
- 12^e année : pause du matin (7 élèves), dîner (30 élèves), pause de l'après-midi (20 élèves)

Quel modèle mathématique Teresa pourrait-elle utiliser pour bien représenter ces données? Explique, puis crée le modèle choisi.



TA STRATÉGIE

2. Depuis la pandémie, le nombre de coyotes au Canada a augmenté de 2 % par mois dans différentes régions. Il y avait environ 1 243 coyotes en janvier 2020 dans une région nordique de l'Ontario. Crée 2 modèles mathématiques qui pourraient être élaborés à partir de cette situation.



TA STRATÉGIE