

9^e
ANNÉE

PENSONS MATHÉMATIQUES!

**Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques**

Minileçon

ALGÈBRE

Effectuer des translations, des réflexions
et des rotations de droites définies
par l'équation $y = ax$

RÉSUMÉ

Dans cette minileçon, l'élève effectue des translations, des réflexions et des rotations de droites définies par une équation $y = ax$, où a est une constante. L'élève décrit l'effet des transformations sur le graphique et sur l'équation qui définit la droite.

PISTES D'OBSERVATION

L'élève :

- › interprète des résultats et trace des droites à la suite des transformations géométriques;
- › utilise des outils technologiques afin de tracer des droites ayant subi des transformations géométriques;
- › compare le graphique et l'équation d'une droite suite à une translation verticale et horizontale;
- › compare le graphique et l'équation d'une droite suite à une rotation dans le sens horaire et dans le sens antihoraire;
- › compare le graphique et l'équation d'une droite suite à une réflexion par rapport à l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées;
- › interprète la présence ou non d'un point d'intersection des droites.

MATÉRIEL

- › calculatrice;
- › logiciel de géométrie, facultatif;
- › crayons rouges;
- › feuilles blanches;
- › règle;
- › papier quadrillé en cm^2 .

CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Les concepts mathématiques nommés ci-dessous sont nécessaires pour bien accomplir cette minileçon. Il est important de s'assurer de leur compréhension avant de débiter. Une explication de ceux-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

Domaine d'étude	Concept mathématique
Nombres	Les fractions unitaires
Algèbre	La comparaison des paires de relations de la forme $y = ax + b$ graphiquement et algébriquement
Algèbre	Les translations, réflexions et rotations des droites $y = ax$

Partie 1 – Exploration guidée

Éléments à faire ressortir

- Deux droites parallèles ont un taux de variation identique et n'auront jamais de point d'intersection.
- Deux droites perpendiculaires ont un point d'intersection. Si le taux de variation de la droite initiale est représenté par la valeur a dans $y = ax$, la droite perpendiculaire aura un taux de variation de $-\frac{1}{a}$.
- Une translation verticale affecte la valeur des ordonnées. L'équation initiale est représentée par $y = ax$, tandis que la droite ayant subi la translation est représentée par l'équation $y = ax + b$ où b représente la translation. Une variable b positive représente une translation vers le haut de b unités, tandis qu'une variable b négative représente une translation vers le bas de b unités.
- Une translation horizontale affecte la valeur des abscisses. L'équation initiale est représentée par $y = ax$, tandis que la droite ayant subi la translation est représentée par l'équation $y = a(x - h)$ où h représente la translation. Une variable positive de h (par exemple : $y = a(x - 3)$, où $(h = 3)$) représente une translation vers la droite de h unités, tandis qu'une valeur de h négative (par exemple : $y = a(x + 3)$, où $(h = -3)$) représente une translation vers la gauche de h unités.
- Une réflexion peut se faire par rapport à l'axe des ordonnées ou l'axe des abscisses.
- Lorsqu'une équation de la forme $y = ax$ subit une réflexion par rapport à l'axe des ordonnées, les coordonnées (x, y) de la droite initiale deviennent $(-x, y)$ et donc l'équation devient $y = a(-x)$ ou $y = -ax$.
- Lorsqu'une équation de la forme $y = ax$ subit une réflexion par rapport à l'axe des abscisses, les coordonnées (x, y) de la droite initiale deviennent $(x, -y)$ et donc l'équation devient $-y = ax$ ou $y = -ax$.
- Lorsqu'une équation de la forme $y = ax$ subit une rotation de 90 degrés dans le sens horaire ou antihoraire, la droite obtenue est perpendiculaire à la droite initiale.
- Lorsqu'une équation de la forme $y = ax$ subit une rotation de 90 degrés dans le sens horaire ou antihoraire, l'équation de la droite obtenue est $y = -\frac{1}{a}x$.

Déroulement pour l'exemple

- Consulter, au besoin, la fiche **Les translations, réflexions et rotations des droites $y = ax$** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves les différentes transformations possibles pouvant être effectuées sur une droite $y = ax$ ainsi que la terminologie liée à ces concepts en vue de les aider à réaliser l'activité.
- Animer une discussion afin d'activer les connaissances antérieures ou connexes et établir des liens avec des expériences personnelles en posant des questions telles que :
 - Quel est le résultat graphique d'une rotation de 90 degrés d'une figure plane sur un plan cartésien?
 - Quel est le résultat graphique d'une réflexion par rapport à l'axe des abscisses d'une figure plane sur un plan cartésien?
 - Quels outils as-tu déjà utilisés afin d'effectuer des transformations géométriques sur des figures planes ou des coordonnées sur un plan cartésien?
- Présenter aux élèves l'exemple, soit L'exploration et la comparaison des transformations sur une droite.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour comparer l'effet des différentes transformations sur une droite. De plus, l'élève pourra faire ressortir les différentes équations et explorer les similitudes entre les différentes transformations.
- Consulter les notes pédagogiques fournies dans le corrigé de l'exemple pour obtenir des stratégies d'accompagnement au niveau des processus mathématiques et des éléments de difficultés que les élèves risquent de rencontrer.

Stratégie de résolution de problèmes pour l'exemple

Afin de déterminer des liens entre les différentes transformations et l'équation résultante de celles-ci, l'élève est appelé à se baser sur des connaissances antérieures et à établir des liens entre les différents concepts mathématiques. L'élève résout le problème à l'aide d'outils technologiques.

Notes pédagogiques

- Cet exemple permet à l'élève de mettre en application les processus mathématiques de réflexion et de raisonnement et justification.
- L'élève devra démontrer sa compréhension des différents concepts mathématiques et fera des liens entre les différentes transformations possibles à l'aide de preuves basées sur le raisonnement spatial et algébrique. L'élève devra aussi prendre le temps de bien comprendre la question et sera amenée ou amené à réfléchir sur ses connaissances antérieures afin de juger de l'efficacité des stratégies utilisées et du mode de présentation de la solution.
- Pour les translations horizontales et verticales, il est possible d'utiliser l'outil graphique disponible à partir de [Desmos](#) pour a), b), c) et d).

EXEMPLE

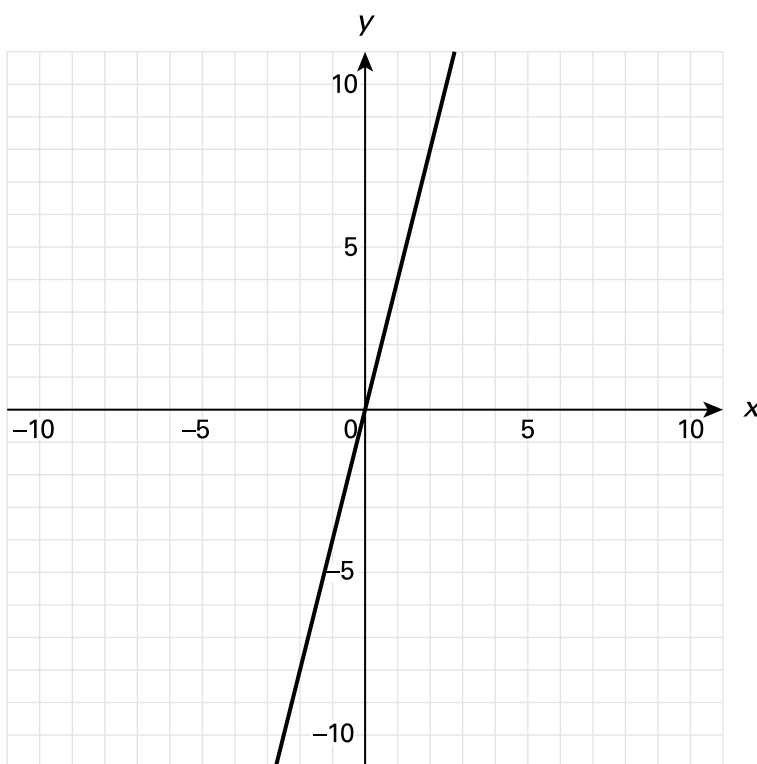
L'exploration et la comparaison des transformations sur une droite

À l'aide d'un outil technologique, explore les effets de chacune des transformations sur le graphique de la droite $y = 4x$ ainsi que sur son équation.

- Translation de 8 unités vers le haut;
- Translation de 2 unités vers la gauche;
- Translation de 8 unités vers le bas;
- Translation de 2 unités vers la droite;
- Réflexion par rapport à l'axe des abscisses;
- Réflexion par rapport à l'axe des ordonnées;
- Rotation de 90 degrés dans le sens horaire;
- Rotation de 90 degrés dans le sens antihoraire.

Corrigé

Je trace le graphique pour l'équation $y = 4x$.



Notes pédagogiques

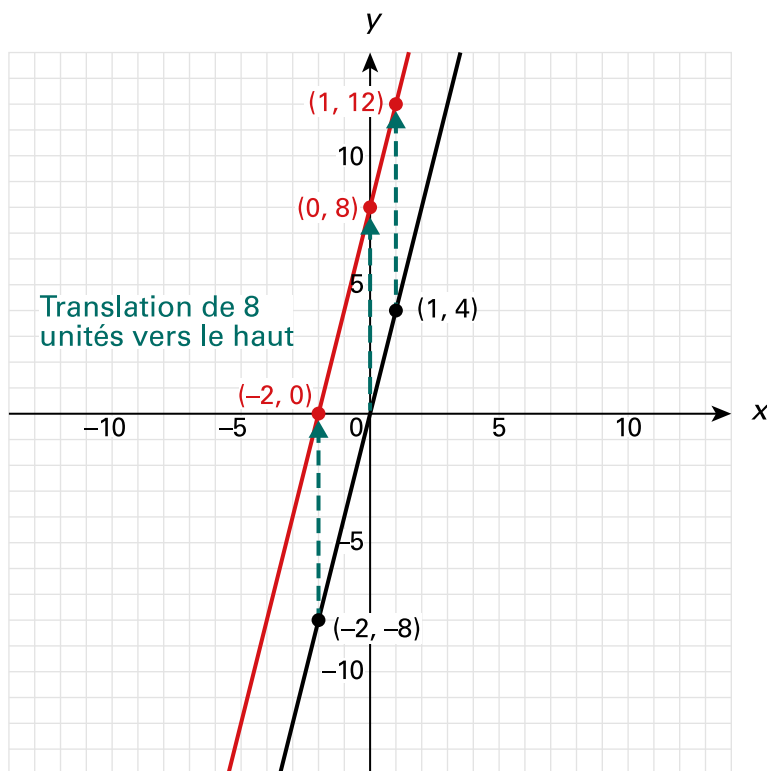
L'enseignante ou l'enseignant devrait offrir à l'élève la possibilité de vérifier la validité de son graphique en utilisant différents outils technologiques. Certains élèves pourraient vouloir utiliser des outils de manipulation afin de solutionner le problème, tels que la règle ou le rapporteur.

- a) Je détermine l'effet d'une translation de 8 unités vers le haut sur le graphique de la droite définie par l'équation $y = 4x$.

Une translation de 8 unités vers le haut va modifier les valeurs des ordonnées. Je détermine de nouvelles coordonnées suite à la translation.

Coordonnées pour l'équation $y = 4x$	Coordonnées à la suite d'une translation de 8 unités vers le haut
(0, 0)	(0, 8)
(1, 4)	(1, 12)
(-2, -8)	(-2, 0)

Je trace le graphique de la droite transformée en plaçant les nouvelles coordonnées et en les reliant par une droite.



Je détermine l'équation de la droite.

Je constate que les 2 droites sont parallèles et ont le même taux de variation. De plus, la nouvelle droite passe par la coordonnée $(0, 8)$, et donc 8 est l'ordonnée à l'origine.

En effectuant une translation de 8 unités vers le haut, j'obtiens une équation de la droite $y = 4x + 8$.

Notes pédagogiques

Afin d'amener l'élève à établir des liens entre la translation verticale et la translation horizontale, il est important de fournir des pistes de réflexion ou un questionnement adéquat tout au long de la résolution du problème. Voici quelques exemples de questions ou de pistes de réflexion afin d'aider l'élève à déterminer le point d'intersection de 2 droites.

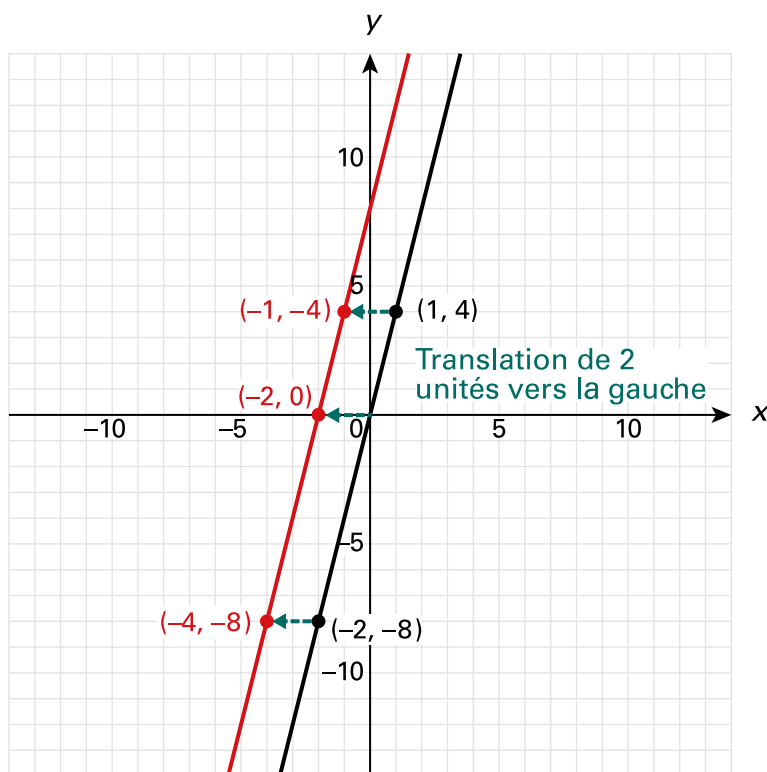
- Quels changements as-tu aperçus entre la droite initiale et celle des translations horizontale et verticale? En quoi sont-elles pareilles? En quoi sont-elles différentes?
- Que remarques-tu à propos du taux de variation de chacune des droites?
- Quelle est la relation entre l'équation de la forme $y = ax + b$ et $y = a(x - h)$?

- b) Je détermine l'effet d'une translation de 2 unités vers la gauche sur le graphique de la droite définie par l'équation $y = 4x$.

Une translation de 2 unités vers la gauche va modifier les valeurs des abscisses. Je détermine de nouvelles coordonnées à la suite de la translation.

Coordonnées pour l'équation $y = 4x$	Coordonnées suite à une translation de 2 unités vers la gauche
(0, 0)	(-2, 0)
(1, 4)	(-1, 4)
(-2, -8)	(-4, -8)

Je trace le graphique de la droite transformée en plaçant les nouvelles coordonnées et en les reliant par une droite.



Je détermine l'équation de la droite. Je constate que les 2 droites sont **parallèles** et ont le même **taux de variation**. De plus, la nouvelle droite passe par la coordonnée (0, 8), et donc 8 l'ordonnée à l'origine.

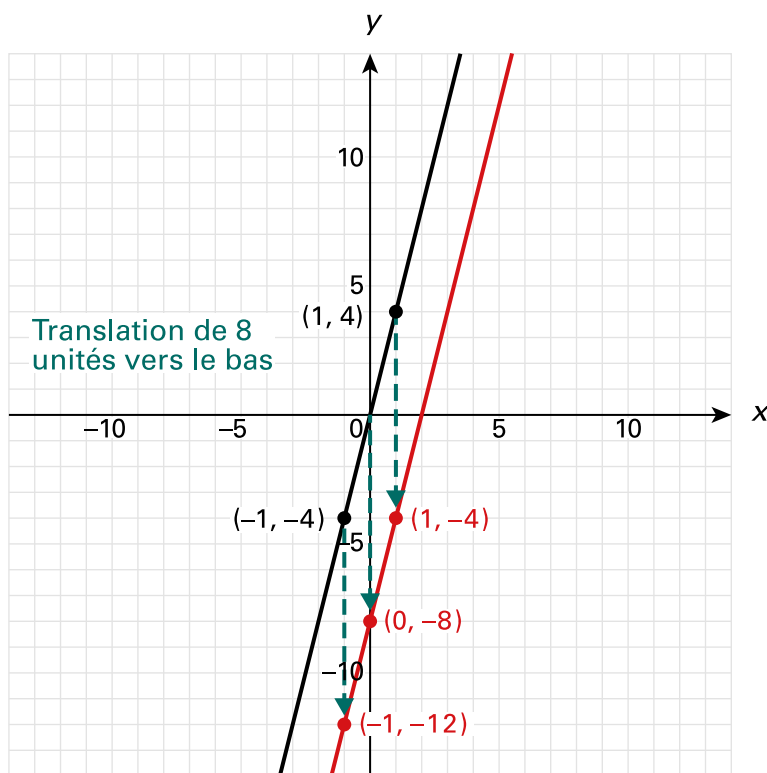
Pour la translation de 2 unités vers la gauche, je remarque que les coordonnées de l'abscisse à l'origine de la droite originale (0, 0) est devenue (-2, 0). L'équation de la nouvelle droite est donc $y = 4(x + 2)$ puisque si $x = -2$, $y = 0$. Cette équation correspond à une translation vers la gauche.

- c) Je détermine l'effet d'une translation de 8 unités vers le bas sur le graphique de la droite définie par l'équation $y = 4x$.

Une translation de 8 unités vers le bas va modifier les valeurs des ordonnées. À l'aide d'une table de valeurs, je détermine de nouvelles coordonnées à la suite de la translation.

Coordonnées pour l'équation $y = 4x$	Coordonnées à la suite d'une translation de 8 unités vers le bas
(0, 0)	(0, -8)
(1, 4)	(1, -4)
(-1, -4)	(-1, -12)

Je trace le graphique de la transformée en plaçant les nouvelles coordonnées et en les reliant par une droite.



Je détermine l'équation de la droite.

Je constate que les 2 droites sont **parallèles** et ont le **même taux de variation**. De plus, la nouvelle droite passe par la coordonnée (0, -8), et donc -8 est l'ordonnée à l'origine.

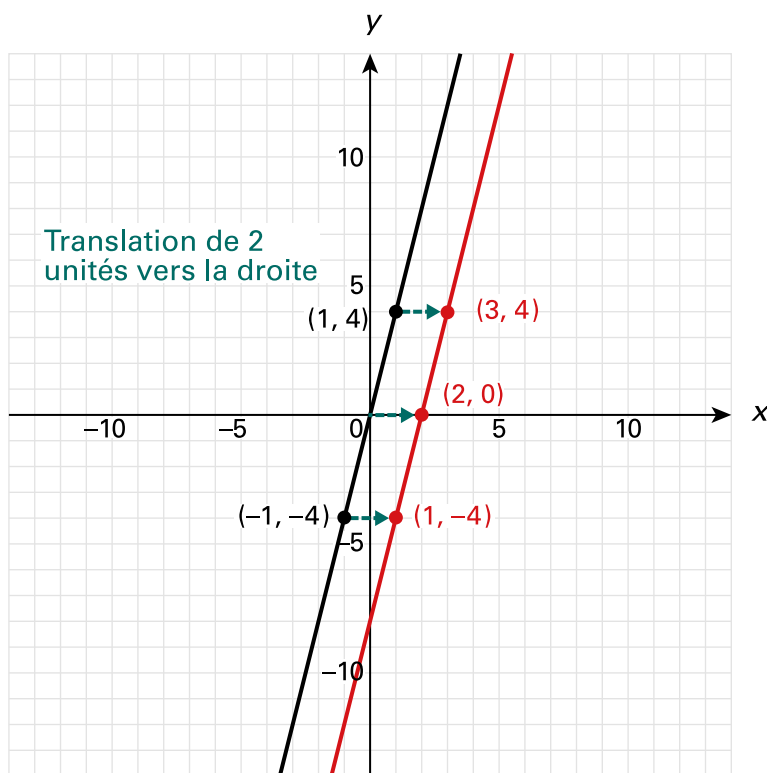
En effectuant une translation de 8 unités vers le bas, j'obtiens une équation de la droite de $y = 4x - 8$.

- d) Je détermine l'effet d'une translation de 2 unités vers la droite sur le graphique de la droite définie par l'équation $y = 4x$.

Une translation de 2 unités vers la droite va modifier les valeurs des abscisses. À l'aide d'une table de valeurs, je détermine de nouvelles coordonnées à la suite de la translation.

Coordonnées pour l'équation $y = 4x$	Coordonnées à la suite d'une translation de 2 unités vers le bas
(0, 0)	(2, 0)
(1, 4)	(3, 4)
(-1, -4)	(1, -4)

Je trace le graphique de la transformée en plaçant les nouvelles coordonnées et en les reliant par une droite.



Je détermine l'équation de la droite. Je constate que les 2 droites sont **parallèles** et ont les mêmes **taux de variation**. De plus, la nouvelle droite passe par la coordonnée (2, 0), et donc 2 est l'abscisse à l'origine.

Pour la translation de 2 unités vers la droite, je remarque que les coordonnées de l'abscisse à l'origine de la droite originale (0, 0) est devenue (2, 0). L'équation de la nouvelle droite est donc $y = 4(x - 2)$ puisque si $x = 2$, $y = 0$. Cette équation correspond à une translation vers la droite.

Voici mes conclusions pour les translations

Je remarque que lorsque je fais une translation **verticale**, ce sont les ordonnées qui sont augmentées ou diminuées. Donc $y = ax$ devient $y = ax + b$.

Je remarque que lorsque je fais une translation **horizontale**, ce sont les abscisses qui sont augmentées ou diminuées. Donc $y = ax$ devient $y = a(x - h)$.

? *Quelles observations peux-tu faire en comparant la translation de 8 unités vers le bas et celle de 2 unités vers la droite?*

Si j'effectue une translation vers le bas de 8 unités, alors mon équation $y = 4x$ devient $y = 4x - 8$ (-8 représente la translation verticale).

Si j'effectue une translation vers la droite de 2 unités, alors mon équation $y = 4x$ devient $y = 4(x - 2)$ (2 représente la translation vers la droite). C'est-à-dire que j'augmente chaque valeur de x par 2 qui crée une translation vers la droite.

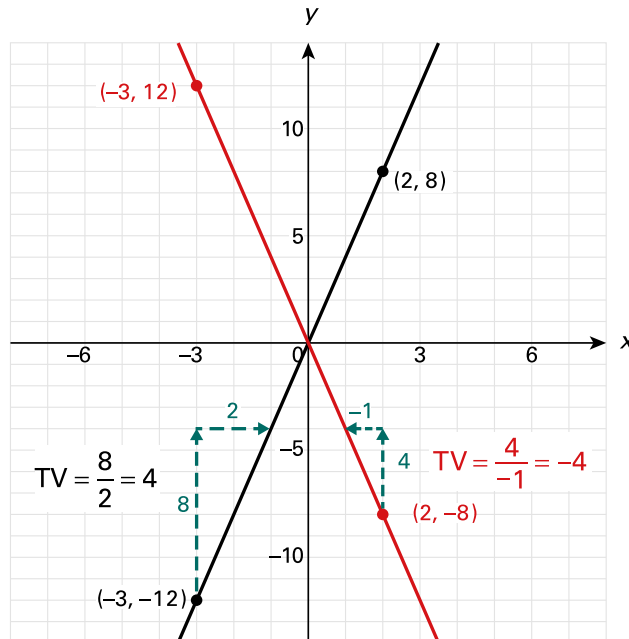
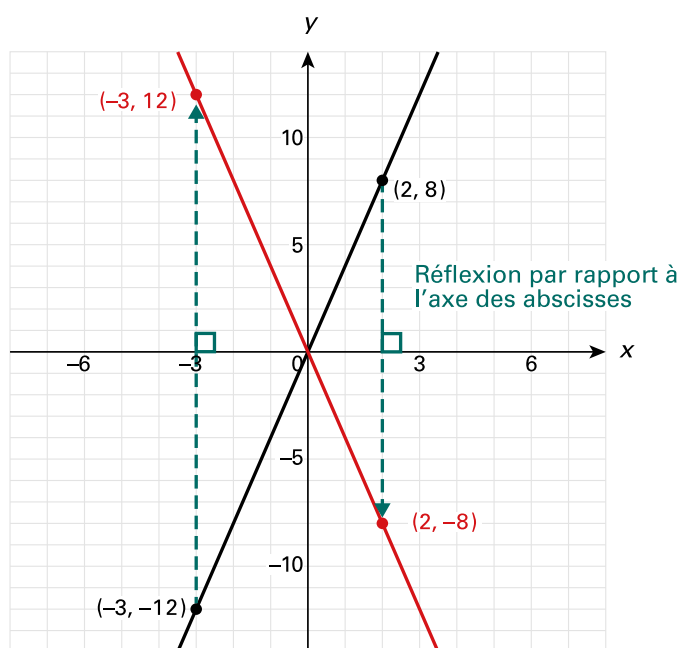
L'équation de la nouvelle droite est sous la forme $y = ax + b$ ou $y = a(x - h)$.
Les droites $y = 4x - 8$ et $y = 4(x - 2)$ représentent la même droite, puisque si je distribue 4 dans l'équation $y = 4(x - 2)$, j'obtiens $y = 4x - 8$.

e) Je détermine l'effet d'une réflexion par rapport à l'axe des abscisses sur le graphique de la droite définie par l'équation $y = 4x$.

Je détermine de nouvelles coordonnées suite à la réflexion.

Coordonnées pour l'équation $y = 4x$	Coordonnées à la suite d'une réflexion par rapport à l'axe des abscisses
(0, 0)	(0, 0)
(2, 8)	(2, -8)
(-3, -12)	(-3, 12)

Je détermine les coordonnées, la réflexion, le point d'intersection et je trace le nouveau graphique.



Je détermine l'équation de la droite.

Je constate que les 2 droites se croisent à l'origine. Le taux de variation de la droite originale est de 4; le taux de variation de sa réflexion par rapport à l'axe des abscisses est de -4 .

En effectuant une réflexion par rapport à l'axe des abscisses, j'obtiens l'équation de la droite $y = -4x$.

Notes pédagogiques

Afin d'amener l'élève à établir des liens entre la réflexion horizontale et la réflexion verticale, il est important de fournir des pistes de réflexion ou un questionnement adéquat tout au long de la résolution du problème. Voici quelques exemples de questions ou de pistes de réflexion.

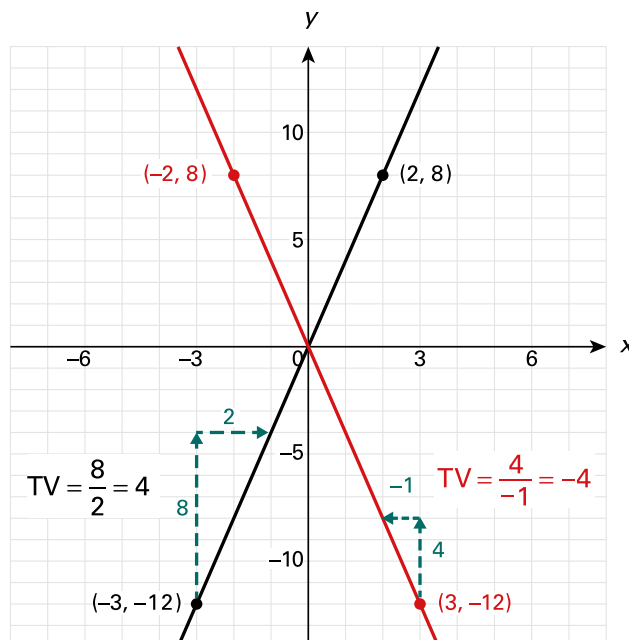
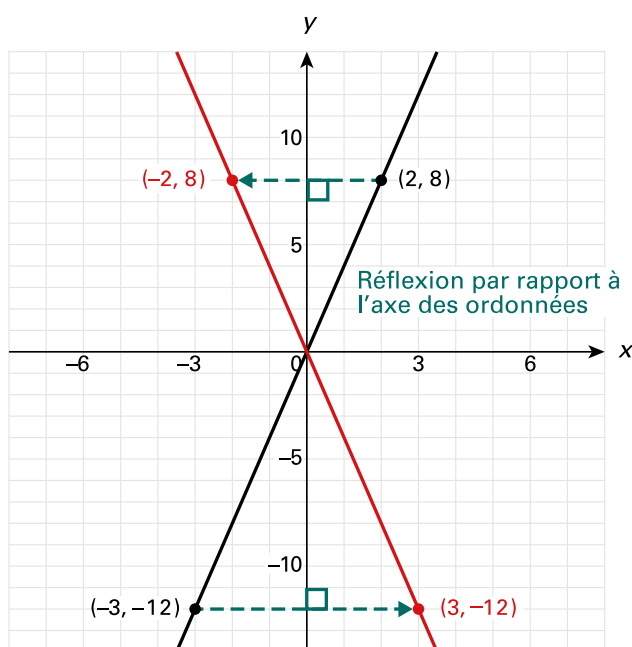
- Quels changements as-tu remarqués entre la droite initiale et celle des réflexions horizontale et verticale? En quoi sont-elles pareilles? En quoi sont-elles différentes?
- Quelles ressemblances et différences remarques-tu au sujet des taux de variation des droites pour chacun des graphiques?

- f) Je détermine l'effet d'une réflexion par rapport à l'axe des ordonnées sur le graphique de la droite définie par l'équation $y = 4x$.

Je détermine de nouvelles coordonnées suite à la réflexion.

Coordonnées pour l'équation $y = 4x$	Coordonnées à la suite d'une réflexion par rapport à l'axe des ordonnées
(0, 0)	(0, 0)
(2, 8)	(-2, 8)
(-3, -12)	(3, -12)

Je détermine les coordonnées, la réflexion, le point d'intersection et je trace le nouveau graphique.



Je détermine l'équation de la droite.

Je constate que les 2 droites se croisent à l'origine. Le taux de variation de la droite originale est de 4 et le taux de variation de sa réflexion par rapport à l'axe des ordonnées est de -4.

En effectuant une réflexion par rapport à l'axe des ordonnées, l'équation de la droite devient $y = -4x$.

- ? Quelles observations peux-tu faire en comparant la réflexion par rapport à l'axe des abscisses et celle par rapport à l'axe des ordonnées pour l'équation $y = 4x$?

Je constate que le point d'intersection des deux graphiques est l'origine.

Je constate que lorsqu'une équation de la forme $y = ax$ subit une réflexion par rapport à l'axe des ordonnées, les coordonnées (x, y) de la droite initiale deviennent $(-x, y)$ et donc l'équation devient $y = a(-x)$ ou $y = -ax$. Je constate aussi que lorsqu'une équation de la forme $y = ax$ subit une réflexion par rapport à l'axe des abscisses, les coordonnées (x, y) de la droite initiale deviennent $(x, -y)$ et donc l'équation devient $-y = ax$ ou $y = -ax$.

Je détermine qu'une réflexion verticale (dans ce cas, l'axe des ordonnées) et une réflexion horizontale (dans ce cas, l'axe des abscisses) ont le même effet, pourvu que les 2 axes de réflexion se rencontrent au même point et que la droite originale passe par l'origine.

Notes pédagogiques

Afin d'amener l'élève à établir des liens entre les rotation horaire et antihoraire de 90 degrés, il est important de fournir des pistes de réflexion ou un questionnement adéquat tout au long de la résolution du problème.

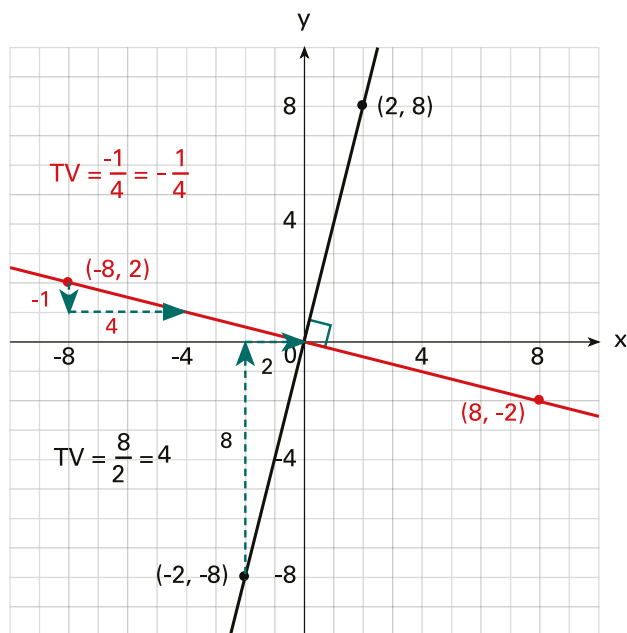
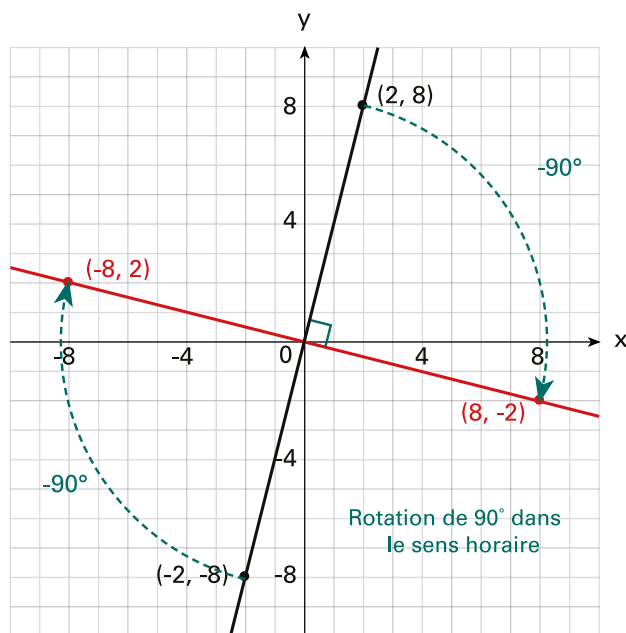
- Quels changements remarques-tu entre la droite initiale et celle des rotations horaire et antihoraire? En quoi sont-elles pareilles? En quoi sont-elles différentes?
- Quelles ressemblances et différences remarques-tu au sujet des taux de variation des droites pour chacun des graphiques?

g) Je détermine l'effet d'une rotation de 90 degrés dans le sens horaire sur le graphique de la droite définie par l'équation $y = 4x$.

Je détermine de nouvelles coordonnées suite à la rotation.

Coordonnées pour l'équation $y = 4x$	Coordonnées à la suite d'une rotation de 90 degrés dans le sens horaire
(0, 0)	(0, 0)
(2, 8)	(8, -2)
(-2, -8)	(-8, 2)

Je détermine les coordonnées, la rotation, le point d'intersection et je trace le nouveau graphique.



Je détermine l'équation de la droite.

Je constate que les 2 droites se croisent à l'origine. Le taux de variation de la droite originale est de 4 et le taux de variation de la droite, après une rotation de 90 degrés dans le sens horaire, est de $-\frac{1}{4}$.

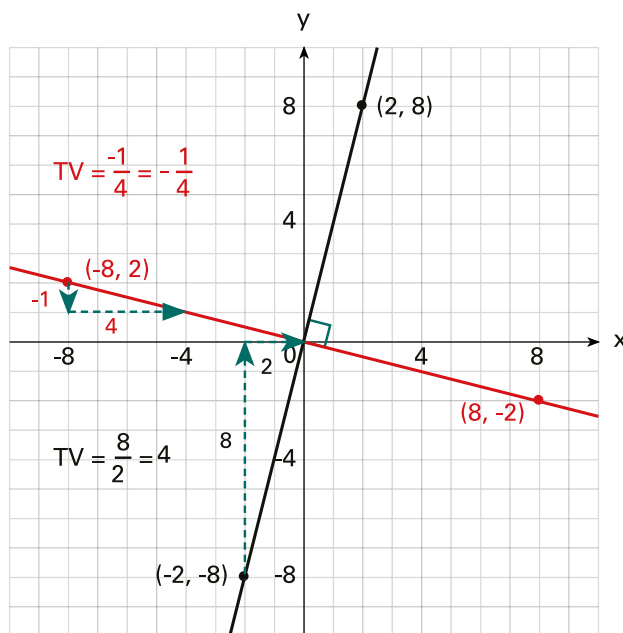
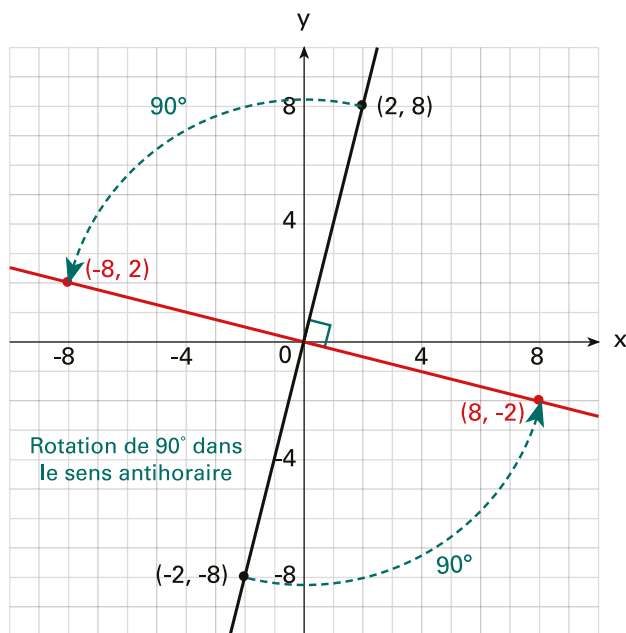
En effectuant une rotation de 90 degrés dans le sens horaire, l'équation devient $y = -\frac{1}{4}x$.

h) Je détermine l'effet d'une rotation de 90 degrés dans le sens antihoraire sur le graphique de la droite définie par l'équation $y = 4x$.

Je détermine de nouvelles coordonnées à la suite de la rotation.

Coordonnées pour l'équation $y = 4x$	Coordonnées à la suite d'une rotation de 90 degrés dans le sens antihoraire
(0, 0)	(0, 0)
(2, 8)	(-8, 2)
(-2, -8)	(8, -2)

Je détermine les coordonnées, la rotation, le point d'intersection et je trace le nouveau graphique.



Je détermine l'équation de la droite.

Je constate que les 2 droites se croisent à l'origine. Le taux de variation de la droite originale est de 4 et la taux de variation de la droite, après une rotation de 90 degrés dans le sens antihoraire, est de $-\frac{1}{4}$.

En effectuant une rotation de 90 degrés dans le sens antihoraire, l'équation devient $y = -\frac{1}{4}x$.

? Quelles observations peux-tu faire en comparant la rotation de 90 degrés dans le sens horaire et celle dans le sens antihoraire pour l'équation $y = 4x$?

Je peux constater que le taux de variation de $y = 4x$ est 4, tandis que le taux de variation des 2 images produites par une rotation de 90 degrés est de $-\frac{1}{4}$. Je peux déterminer que leurs taux de variation sont des réciproques négatives.

Je peux conclure que le taux de variation d'une droite perpendiculaire à la droite $y = ax$, ayant un taux de variation de a , est la réciproque négative de a , soit $-\frac{1}{a}$. L'équation de la nouvelle droite est $y = -\frac{1}{4}x$.

Retour sur l'exemple

- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour déterminer les équations pour chacune des transformations. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- Pendant les discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre les transformations à l'étude et les différentes équations résultantes possibles et que les éléments de la section **Éléments à faire ressortir** sont abordés. Si nécessaire, poser des questions telles que :
 - Quelles sont les similitudes entre 2 droites qui ont subi des translations verticales et horizontales?
 - Quelles sont les similitudes entre 2 droites qui ont subi des réflexions?
 - Quelles sont les similitudes entre 2 droites qui ont subi des rotations?
- Encourager les élèves à ajouter des éléments à leur travail ou à consigner les éléments essentiels dans leur cahier de notes.

ALLER PLUS LOIN

À partir de l'équation $y = -5x$, trace le graphique et détermine l'équation de la droite qui a subi les transformations suivantes dans l'ordre présenté.

1. Réflexion par rapport à l'axe des ordonnées;
2. Rotation de 90 degrés dans le sens antihoraire;
3. Translation de 20 unités vers la droite;
4. Translation de 15 unités vers le bas.

Partie 2 – Apprentissage autonome

Déroulement

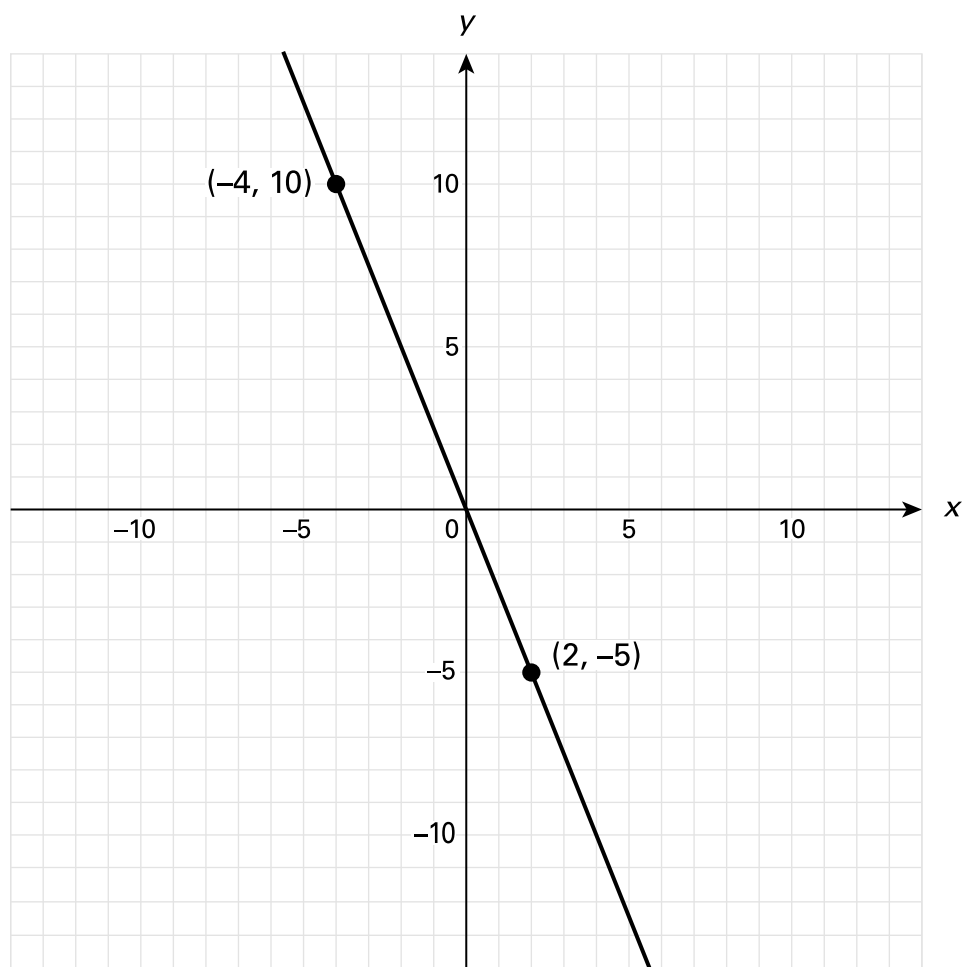
- Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!**. Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou autres preuves d'apprentissage.
- Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves et les interpréter selon l'atteinte des critères d'évaluation et cibler les prochaines étapes de l'enseignement et des élèves pour qu'elles et ils s'améliorent.

Note : Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.

Corrigé

1. Une droite est représentée dans le plan cartésien ci-dessous. La droite subit les transformations successives suivantes :
 - une réflexion par rapport à l'axe des ordonnées;
 - une rotation de 90 degrés dans le sens horaire;
 - une translation de 4 unités vers la droite;
 - une translation de 5 unités vers le haut.

Trace les droites pour chacune des transformations et détermine l'équation de la droite après les quatre transformations.

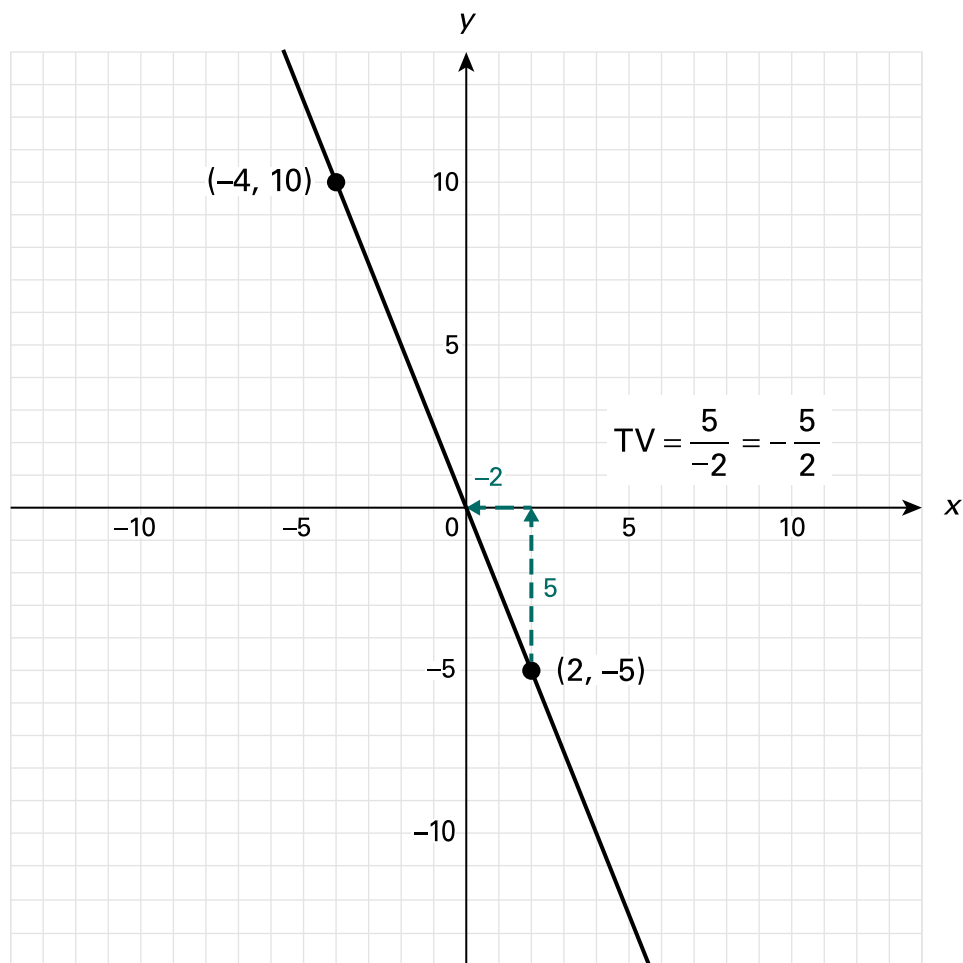


Processus mathématique préconisé : sélection d'outils et de stratégies

L'élève sélectionne les outils nécessaires afin d'analyser et de déterminer l'effet des transformations géométriques sur l'équation d'une droite.

- Quel outil serait utile pour tracer la droite?
- Quelle serait une bonne stratégie pour déterminer l'équation?

Je détermine le taux de variation de l'équation de la droite.



Je détermine que le taux de variation est égale à $-\frac{5}{2}$.

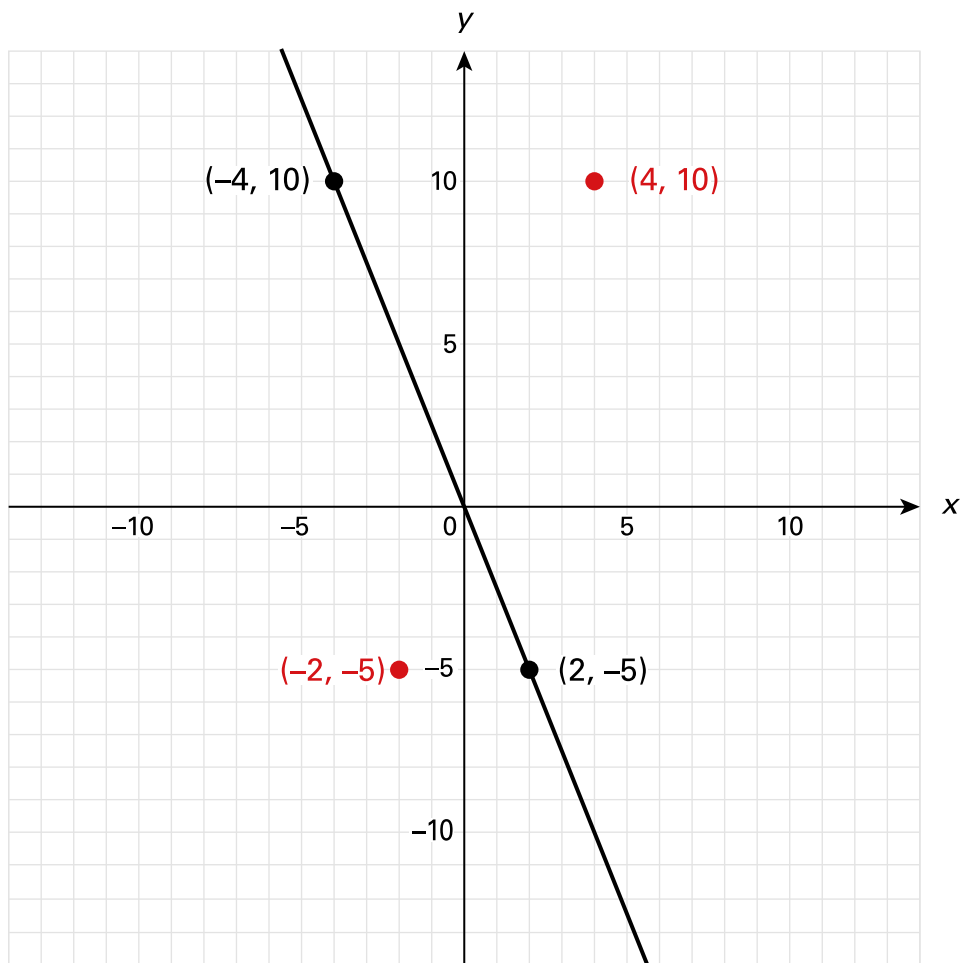
À l'aide du taux de variation, je peux déterminer l'équation de ma droite sous le format $y = ax$, pour laquelle a représente le taux de variation. L'équation de la droite est $y = -\frac{5}{2}x$.

J'effectue la réflexion par rapport à l'axe des ordonnées. Lorsqu'une équation de la forme $y = ax$ subit une réflexion par rapport à l'axe des ordonnées, les coordonnées (x, y) de la droite initiale deviennent $(-x, y)$. J'utilise les coordonnées sur la droite afin de trouver les coordonnées de la transformation.

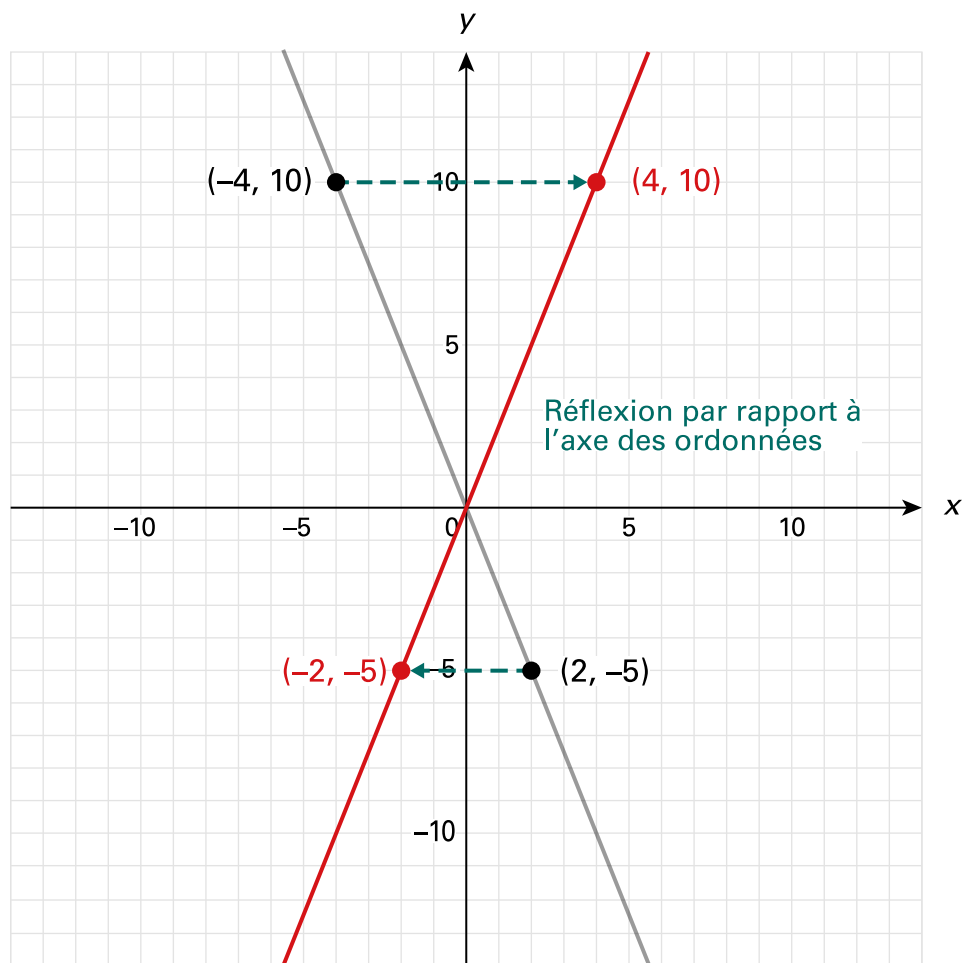
$$(-4, 10) \rightarrow (4, 10)$$

$$(2, -5) \rightarrow (-2, -5)$$

J'identifie les nouveaux points sur le plan cartésien.



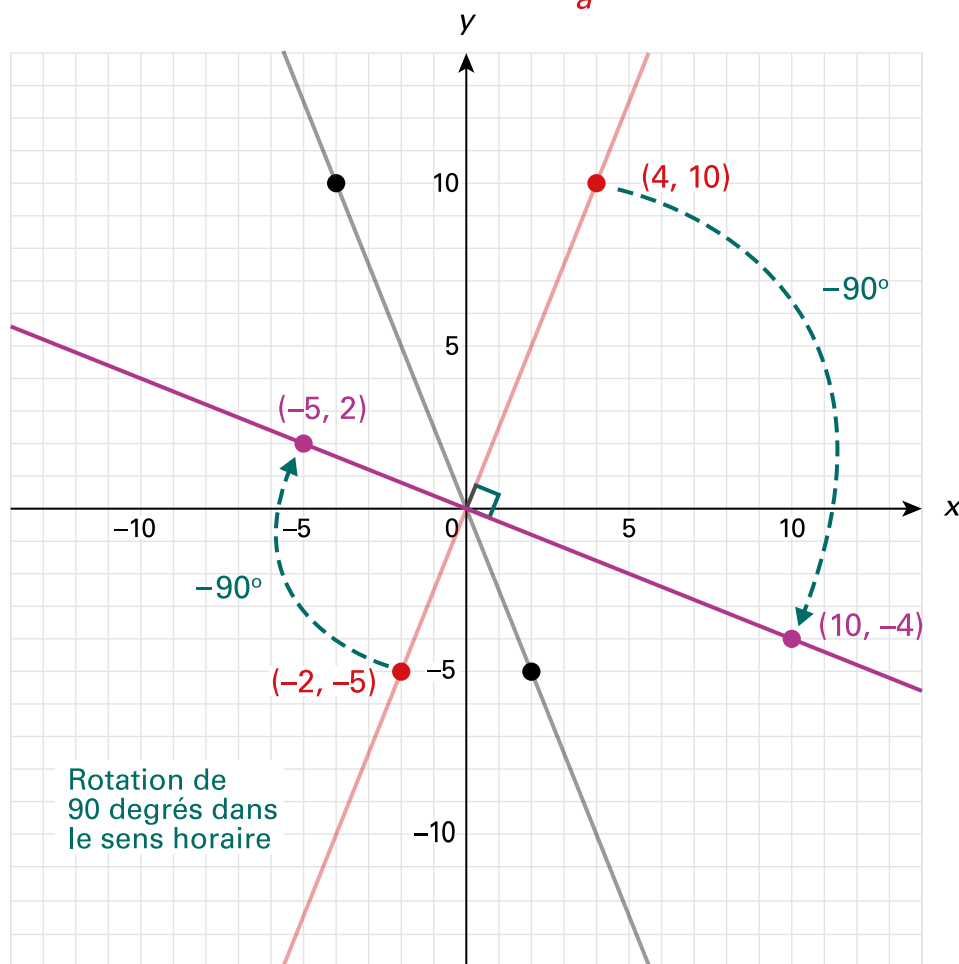
Je trace la droite pour représenter la réflexion.



Lorsqu'une équation de la forme subit une réflexion par rapport à l'axe des ordonnées, l'équation devient $y = a(-x)$ ou $y = -ax$. L'équation de la droite réfléchie est $y = -\frac{5}{2}x$.

Je trace la droite qui subit une rotation de 90 degrés dans le sens horaire.

Lorsqu'une équation de la forme $y = ax$ subit une rotation de 90 degrés dans le sens horaire ou antihoraire, la droite obtenue est perpendiculaire à la droite initiale, l'équation de la droite obtenue est $y = -\frac{1}{a}x$.



J'identifie les coordonnées de la droite ayant subi une rotation de 90 degrés dans le sens horaire.

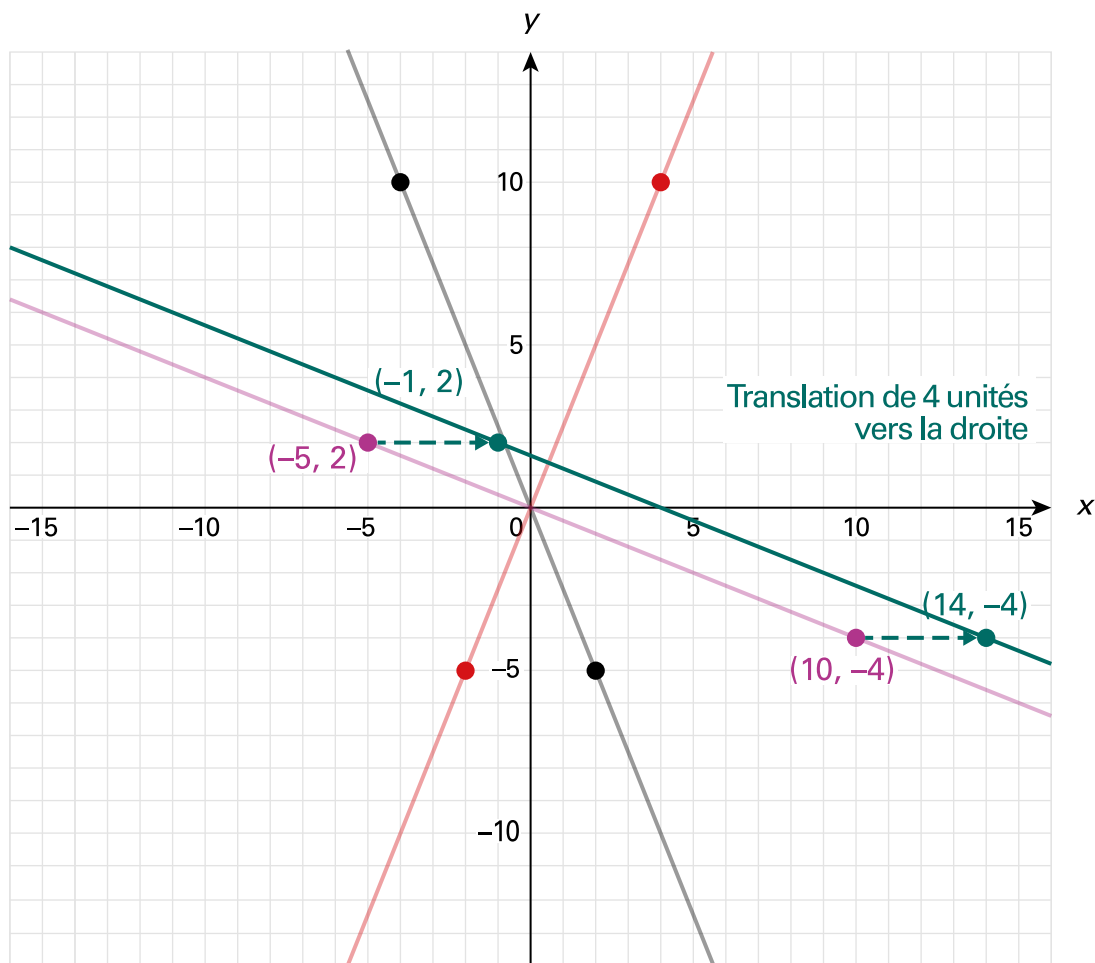
L'équation de la droite ayant subi une rotation de 90 degrés dans le sens horaire est $y = -\frac{2}{5}x$.

J'effectue une translation de 4 unités vers la droite. J'utilise les coordonnées sur la droite mauve afin de déterminer les coordonnées de la transformation.

$$(-5, 2) \rightarrow (-1, 2)$$

$$(10, -4) \rightarrow (14, -4)$$

Je trace la droite en reliant les deux coordonnées trouvées.

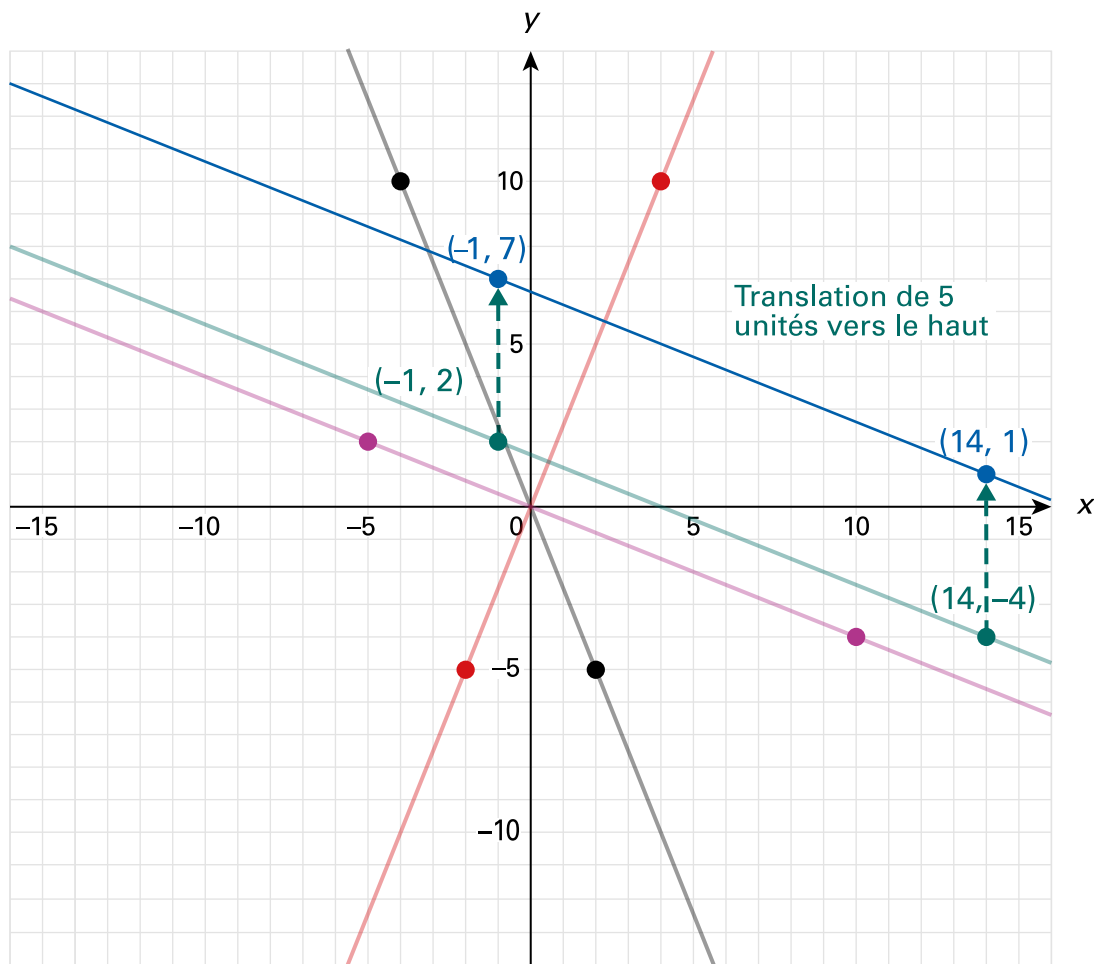


Une translation horizontale modifie la valeur des abscisses. L'équation initiale est représentée par $y = ax$, tandis que la droite ayant subi la translation est représentée par l'équation $y = a(x - h)$ où h représente la translation. Une variable positive de h (par exemple : $y = -\frac{2}{5}(x - 4)$ ou $h = 4$) représente une translation vers la droite de h unités.

J'effectue une translation de 5 unités vers le haut. J'utilise les coordonnées sur la droite verte afin de trouver les coordonnées de la transformation.

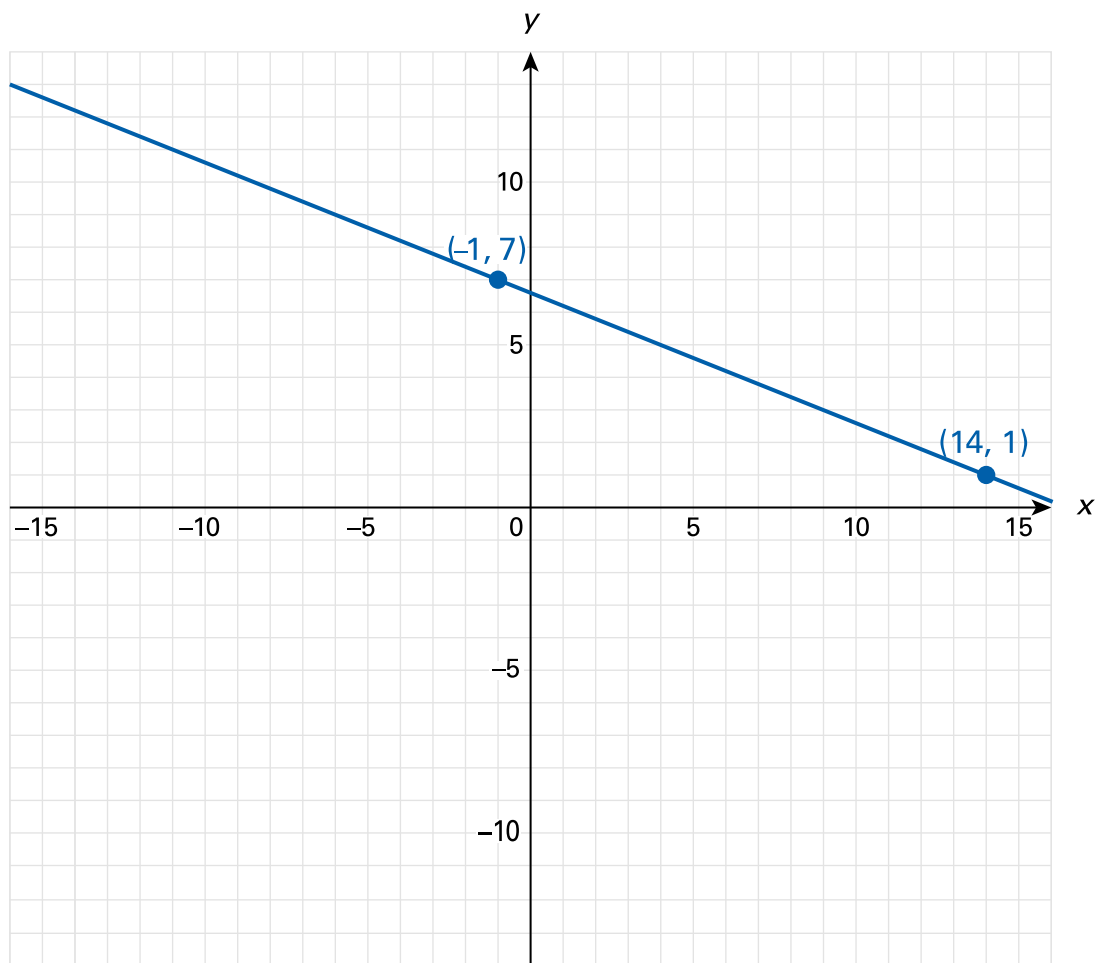
$$(-1, 2) \rightarrow (-1, 7)$$

$$(14, -4) \rightarrow (14, 1)$$



Je trace la droite en reliant les deux coordonnées trouvées.

La droite obtenue suite aux quatre transformations est :



L'équation finale est $y = -\frac{2}{5}(x - 4) + 5$.

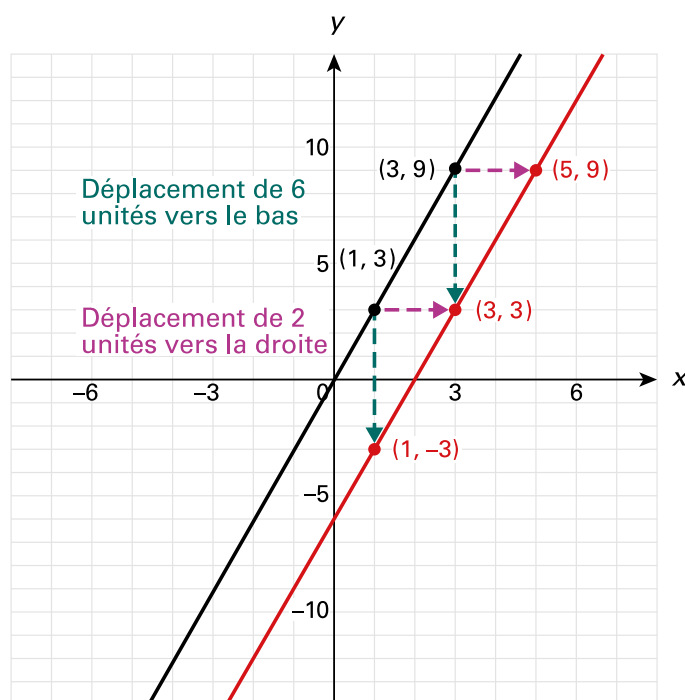
? *Serait-il possible d'écrire l'équation sous une forme différente à la suite des transformations effectuées?*

2. À partir de la droite $y = 3x$, compare les translations suivantes :

- translation de 6 unités vers le bas;
- translation de 2 unités vers la droite.

Processus mathématique préconisé : raisonnement et justification

L'élève justifie sa pensée critique et mathématique en expliquant les différentes étapes de son travail. L'élève démontre sa compréhension lors de la comparaison de différentes transformations géométriques appliquées sur une droite.



En utilisant un outil technologique :

- Je peux constater que chaque point de la droite initiale ($y = 3x$) a subi une translation de 6 unités vers le bas.
- Je peux également constater que chaque point a subi une translation de 2 unités vers la droite.
- Ces deux translations donnent le même résultat.
- La droite obtenue est parallèle à la droite initiale et a donc le même taux de variation.

Dans ce cas, si j'effectue une translation vers le bas de 6 unités, alors mon équation $y = 3x$ devient $y = 3x - 6$ (-6 représente la translation vers le bas). C'est-à-dire que je diminue chaque valeur de y (ou de $3x$) par 6.

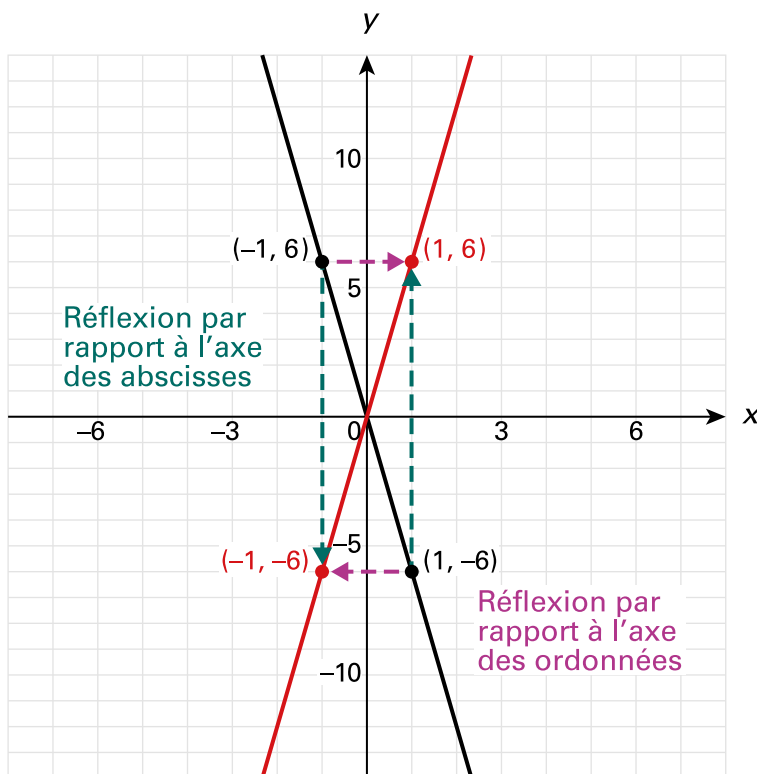
Si j'effectue une translation vers la droite de 2 unités, alors mon équation $y = 3x$ devient $y = 3(x - 2)$ (le nombre 2 représente la translation vers la droite).

Je peux conclure que $y = 3(x - 2)$ et $y = 3x - 6$ représentent la même droite puisque si je distribue le nombre 3 dans l'équation $y = 3(x - 2)$, j'obtiens $y = 3x - 6$.

3. À partir de la droite $y = -6x$, compare les réflexions de la droite par rapport à l'axe des ordonnées et l'axe des abscisses.

Processus mathématique préconisé : raisonnement et justification

L'élève justifie sa pensée critique et mathématique en expliquant les différentes étapes de son travail. L'élève démontre sa compréhension lors de la comparaison de différentes transformations géométriques appliquées sur une droite.



En utilisant un outil technologique :

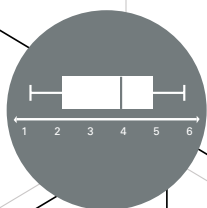
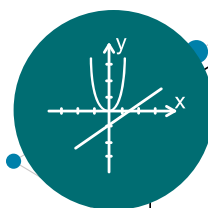
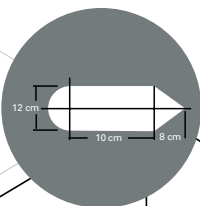
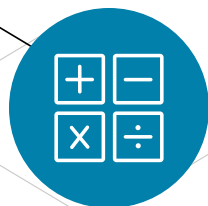
- Je peux constater que chaque point de la droite initiale ($y = -6x$) a subi une réflexion par rapport à l'axe des ordonnées.
- Je peux également constater que le point d'intersection des deux droites est $(0, 0)$ et que ce point est situé sur l'axe de réflexion.
- Je remarque que chaque coordonnée (x, y) est devenue $(-x, y)$.
- Chaque point de la droite initiale et son image sont à égale distance perpendiculaire de l'axe des ordonnées.
- Le taux de variation de l'image est l'opposé du taux de variation de la droite originale, soit 6.



Je détermine qu'une réflexion verticale (dans ce cas, l'axe des abscisses) et une réflexion horizontale (dans ce cas, l'axe des ordonnées) ont le même effet, puisque le point d'intersection est $(0, 0)$.

L'équation de la nouvelle droite est donc $y = 6x$, car le taux de variation est $\frac{6}{1} = 6$ comme on peut le voir dans le graphique.

VERSION DE L'ÉLÈVE



$$\pi$$
$$1,4 \times 10^{-8}$$
$$-\frac{3}{4}$$

9^e
ANNÉE

PENSONS MATHÉMATIQUES!

Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques

Minileçon

ALGÈBRE

Effectuer des translations, des réflexions
et des rotations de droites définies
par l'équation $y = ax$

Partie 1 – Exploration guidée

EXEMPLE

L'exploration et la comparaison des transformations sur une droite

À l'aide d'un outil technologique, explore les effets de chacune des transformations sur le graphique de la droite $y = 4x$ ainsi que sur son équation.

- a) Translation de 8 unités vers le haut
- b) Translation de 2 unités vers la gauche
- c) Translation de 8 unités vers le bas
- d) Translation de 2 unités vers la droite
- e) Réflexion par rapport à l'axe des abscisses
- f) Réflexion par rapport à l'axe des ordonnées
- g) Rotation de 90 degrés dans le sens horaire
- h) Rotation de 90 degrés dans le sens antihoraire



TA STRATÉGIE



TA STRATÉGIE

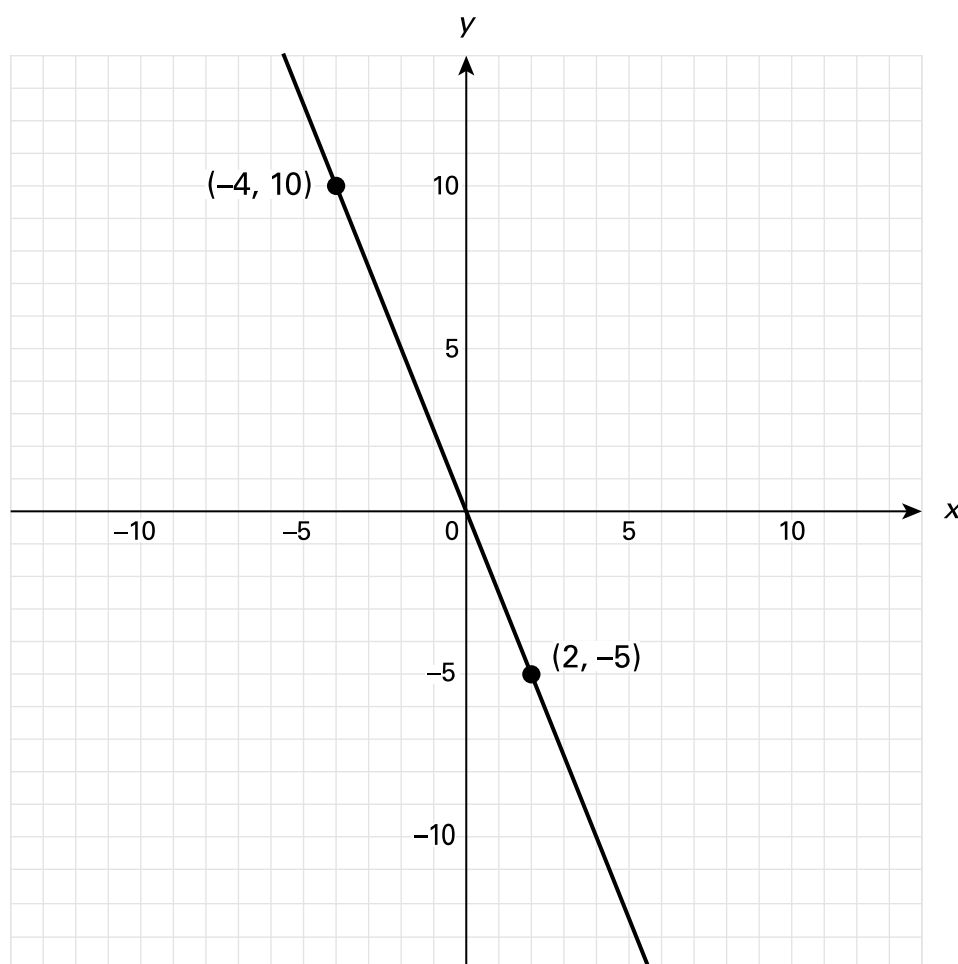
Partie 2 – Apprentissage autonome

À ton tour!

1. Une droite est représentée dans le plan cartésien ci-dessous. La droite subit les transformations successives suivantes :

- une réflexion par rapport à l'axe des ordonnées;
- une rotation de 90 degrés dans le sens horaire;
- une translation de 4 unités vers la droite;
- une translation de 5 unités vers le haut.

Trace les droites pour chacune des transformations et détermine l'équation de la droite après les quatre transformations.





TA STRATÉGIE

2. À partir de la droite $y = 3x$, compare les translations suivantes :
- translation de 6 unités vers le bas;
 - translation de 2 unités vers la droite.



TA STRATÉGIE

3. À partir de la droite $y = -6x$, compare les réflexions de la droite par rapport à l'axe des ordonnées et l'axe des abscisses.



TA STRATÉGIE