

9^e
ANNÉE

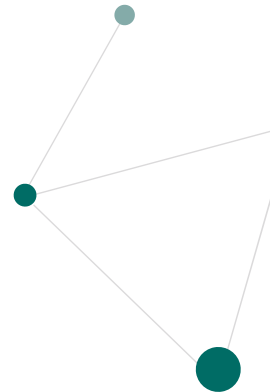
PENSONS MATHÉMATIQUES!

**Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques**

Minileçon

ALGÈBRE

Établir des liens entre les différentes
représentations de relations linéaires
(variation directe et variation partielle)



RÉSUMÉ

Dans cette minileçon, l'élève représente des relations linéaires (directes et partielles) à l'aide de représentations visuelles, de tables de valeurs, de graphiques et d'équations.

PISTES D'OBSERVATION

L'élève :

- › établit des liens entre les différentes représentations de relations linéaires;
- › représente une relation linéaire à l'aide d'un graphique, d'une représentation visuelle, d'une table de valeurs et d'une équation;
- › démontre sa compréhension de la valeur initiale à partir des différentes représentations;
- › démontre sa compréhension du taux de variation à partir des différentes représentations;
- › comprend la différence entre une relation linéaire de variation directe ou partielle.

MATÉRIEL

- › calculatrice;
 - › calculatrice graphique;
 - › crayons rouges;
 - › feuilles blanches;
 - › règle;
 - › papier quadrillé en cm^2 .
-

CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Les concepts mathématiques nommés ci-dessous sont nécessaires pour bien accomplir cette minileçon. Il est important de s'assurer de leur compréhension avant de débiter. Une explication de ceux-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

Domaine d'étude	Concept mathématique
Nombres	La création et la résolution de problèmes comprenant des décimaux, des pourcentages, des taux et des rapports
Algèbre	Les relations linéaires ou non linéaires
Algèbre	D'autres représentations de relations linéaires (variation partielle et variation directe)

Partie 1 – Exploration guidée

Éléments à faire ressortir

- La relation de variation partielle ne passe pas par l'origine du plan cartésien.
- La relation de variation directe passe par l'origine du plan cartésien.
- Il importe de reconnaître la proportionnalité dans les relations linéaires.
- Le taux de variation et l'ordonnée à l'origine d'une relation peuvent être déterminés à l'aide d'un graphique, d'une équation ou d'une table de valeurs.
- La valeur initiale représente la valeur des ordonnées lorsque l'axe des abscisses est égal à zéro.
- Tout dépendant du contexte, l'utilisation d'un type de représentation est plus pertinent qu'un autre.

Déroulement pour l'exemple 1

- Consulter, au besoin, la fiche **D'autres représentations de relations linéaires (variation partielle et variation directe)** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves des relations de variations directes et partielles ainsi que la terminologie liée à ces concepts en vue de les aider à réaliser l'activité. Dans cette minileçon, l'élève découvre les différentes représentations d'une relation ainsi que le taux de variation et la valeur initiale.
- Animer une discussion afin d'activer les connaissances antérieures ou connexes et établir des liens avec des expériences personnelles en posant des questions telles que :
 - Dans quel contexte de ta vie quotidienne, le taux de variation peut-il se retrouver?
 - Dans quel contexte utilise-t-on une représentation plutôt qu'une autre?
- Présenter aux élèves l'exemple 1, soit Une relation de variation directe ou partielle?.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour résoudre le problème.
- Consulter les notes pédagogiques fournies dans le corrigé de l'exemple 1 pour obtenir des stratégies d'accompagnement au niveau des processus mathématiques et des éléments de difficulté que les élèves risquent de rencontrer.
- Choisir différentes stratégies de regroupements flexibles afin de répondre aux différents besoins des élèves.

Stratégie de résolution de problèmes pour l'exemple 1

L'élève utilise différentes représentations d'une relation linéaire afin d'établir des liens.

Notes pédagogiques

- Cet exemple permet à l'élève de mettre en application les processus mathématiques suivants :
 - Établissement des liens
 - Représentation

EXEMPLE 1

Une relation de variation directe ou partielle?

Pour chacun des exemples ci-dessous, créer une **table de valeurs**, une **équation**, une **représentation visuelle** et un **graphique**. Indiquer ensuite s'il s'agit d'une relation de variation directe ou partielle.

- a) Samir offre un service de tutorat en mathématiques et demande 18 \$ de l'heure. Quel sera le montant reçu, en dollars, si son élève nécessite 6 heures de tutorat?
- b) Jordie vient de s'acheter une nouvelle voiture. La voiture consomme 7 L/100 km. Combien de kilomètres Jordie peut-elle parcourir si le réservoir de sa voiture peut contenir 63 L d'essence?

Corrigé

Notes pédagogiques

- L'élève établit des liens entre les différentes représentations d'un même énoncé. L'élève utilisera une table de valeurs, un graphique, une représentation visuelle et une équation afin de déterminer le type de relation présentée.
- L'élève fait ressortir les éléments d'information pertinents d'une table de valeurs afin de créer une équation. L'élève doit calculer le taux de variation, déterminer la valeur initiale et faire ressortir les variables et données importantes.

- Pour bien faire ressortir l'information importante, l'élève devra faire ressortir le taux de variation à l'aide de la table de valeurs. Si l'élève a de la difficulté à déterminer cette variation, l'enseignant pourrait poser des questions telles que :
 - Quelle est la différence entre la première heure et la deuxième heure?
 - Est-ce que la variation entre les heures est constante?
 - Quelle semble être la relation entre les deux familles de nombres?

? *Comment cette situation se traduit-elle en termes mathématiques?*

? *Quels sont les outils disponibles à ta disposition afin de bien représenter cette situation?*

a) Je détermine le montant total reçu, en dollars par Samir pour 6 heures de tutorat.

Notes pédagogiques

- L'élève établit des liens entre les données provenant de la table des valeurs et représente ces données à l'aide d'une équation.

Table de valeurs

Je construis une table de valeurs en utilisant les données provenant de cette situation.

	Nombre d'heures, t (h)	Montant reçu, r (\$)
	0	0
+1	1	18
+1	2	36
+1	3	54
+1	4	72
+1	5	90
+1	6	108

Valeur initiale

Taux de variation

Montant reçu = 18 \$ l'heure x nombre d'heures

Samir recevra 108 \$ pour 6 heures de tutorat.

Puisque la valeur initiale est 0, je constate que c'est une relation de variation directe.

Équation

J'établis une équation à partir des renseignements provenant de la table de valeurs.

montant reçu = 18 \$ l'heure x nombre d'heures

$$r = 18h$$

où r est la variable dépendante et h la variable indépendante

Lorsque $h = 6$,

$$r = 18 \times 6$$

$$r = 108$$

Samir recevra 108 \$ pour 6 heures de tutorat.

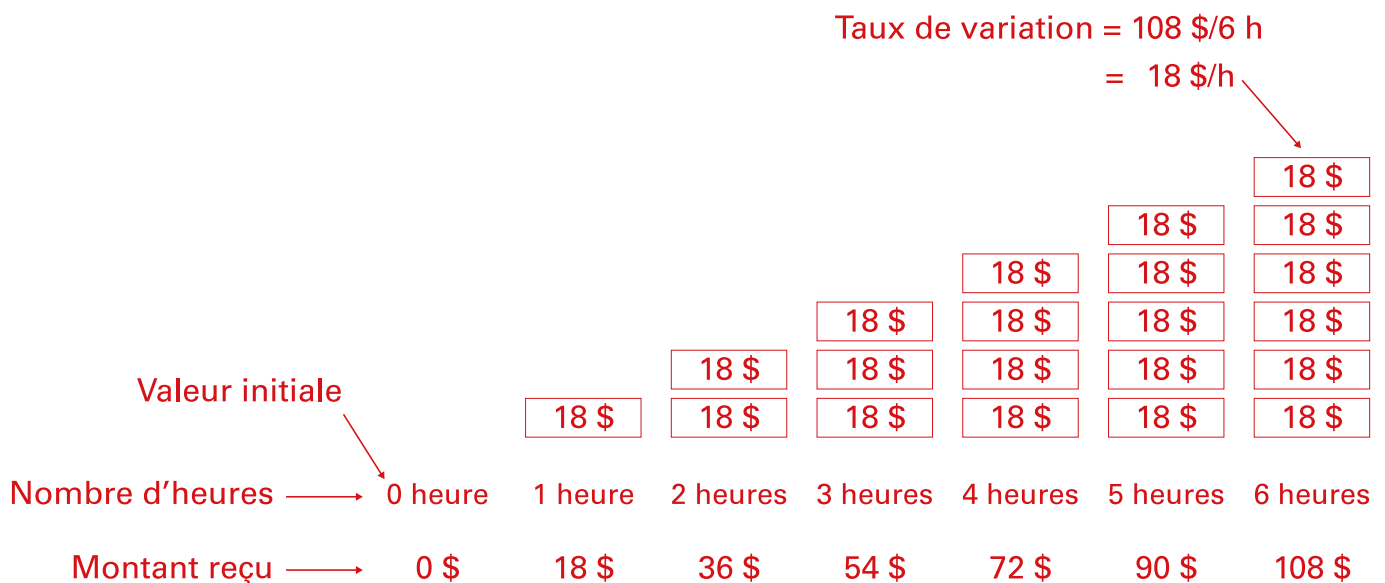
Puisque la valeur initiale est 0, je constate que c'est une relation de variation directe.

Notes pédagogiques

- L'élève utilise une représentation visuelle afin de faire ressortir les éléments d'information importants provenant de l'énoncé. L'élève pourra aussi faire un lien avec le codage (entrée de données, sortie de données, variable dépendante et variable indépendante).

Représentation visuelle

J'utilise une illustration afin de représenter visuellement le problème.



Samir recevra 108 \$ pour 6 heures de tutorat.

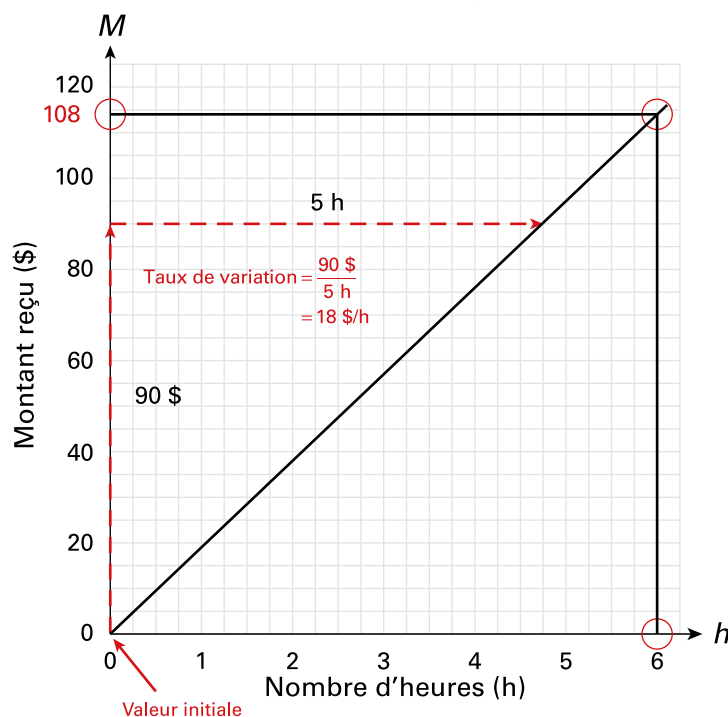
Puisque la valeur initiale est 0, je constate que c'est une relation de variation directe.

Notes pédagogiques

- Le graphique permet à l'élève de visualiser le type de relation (variation directe ou partielle).
- Afin d'amener l'élève à établir des liens entre les différentes représentations d'une relation, il est important de fournir des pistes de réflexion ou un questionnement adéquat tout au long de la résolution du problème. Voici quelques exemples de questions ou de pistes de réflexion afin d'aider l'élève à simplifier des expressions algébriques :
 - Quelle est la valeur initiale?
 - Quels points connaissons-nous sur le graphique?
 - Que représentent les coordonnées (5,90)?
- L'enseignante ou l'enseignant peut permettre la collaboration, les discussions en petits groupes suivies de discussions en grand groupe afin de résoudre ce problème. La communication entre les élèves par le biais de discussions leur permet de réfléchir aux connaissances antérieures et assure une certaine compréhension de la question. Suite à la résolution du problème, l'enseignante ou l'enseignant amène l'élève à comparer son approche ou sa stratégie avec celle d'une ou d'un autre élève et à réfléchir aux ressemblances et aux différences afin de répondre aux critères de l'énoncé.

Représentation graphique

Relation entre le montant d'argent reçu et le nombre d'heures



Samir recevra 108 \$ pour 6 heures de tutorat.

Je constate que le taux de variation est 18 \$ de l'heure.

Puisque la valeur initiale est 0, je constate que c'est une relation de variation directe.

Donc la relation est directement proportionnelle.

b) Je détermine la distance que peut parcourir Jordie si la voiture contient un réservoir plein de 63 litres.

Table de valeurs

Je construis une table de valeurs en utilisant les données provenant de l'énoncé.

Nombre de kilomètres, d (km)	Quantité d'essence, Q (L)
0	63
100	56
200	49
300	42
400	35
500	28
600	21
700	14
800	7
900	0

Taux de variation

Quantité d'essence = $\frac{-7 \text{ L}}{100 \text{ km}} \times \text{Nombre de kilomètres} + \text{valeur initiale}$

Ça prendra 900 km pour que Jordie épuise le réservoir d'essence de 63 L.

Je constate que, puisque la valeur initiale est 63 quand d est 0, la variation est partielle.

Équation

J'établis une équation à partir des informations provenant de la table de valeurs.

Quantité d'essence = $\frac{-7 \text{ L}}{100 \text{ km}} \times \text{Nombre de kilomètres} + \text{valeur initiale}$

$$Q = \frac{-7}{100}d + 63$$

où d est la variable indépendante et Q la variable dépendante.

Lorsque $d = 900$,

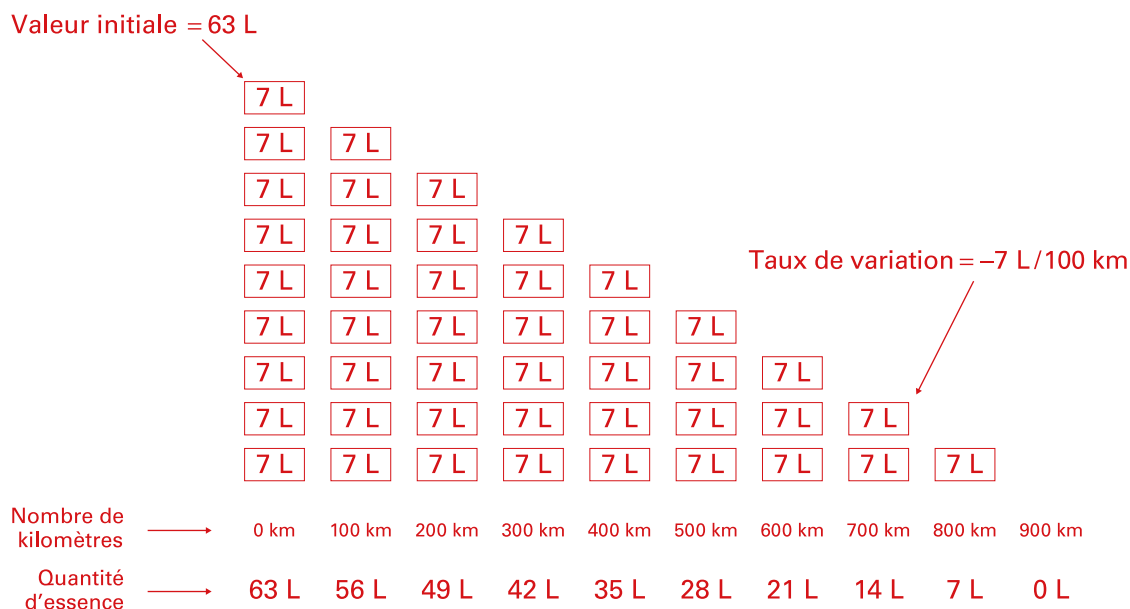
$$\begin{aligned}
 Q &= \frac{-7}{100}(900) + 63 \\
 &= \frac{-6\,300}{100} + 63 \\
 &= -63 + 63 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

900 km seront nécessaires pour que Jordie épuise le réservoir d'essence de 63 L.

Je constate que, puisque la valeur initiale est 63 quand d est 0, la variation est partielle.

Représentation visuelle

J'utilise une illustration afin de représenter visuellement le problème.

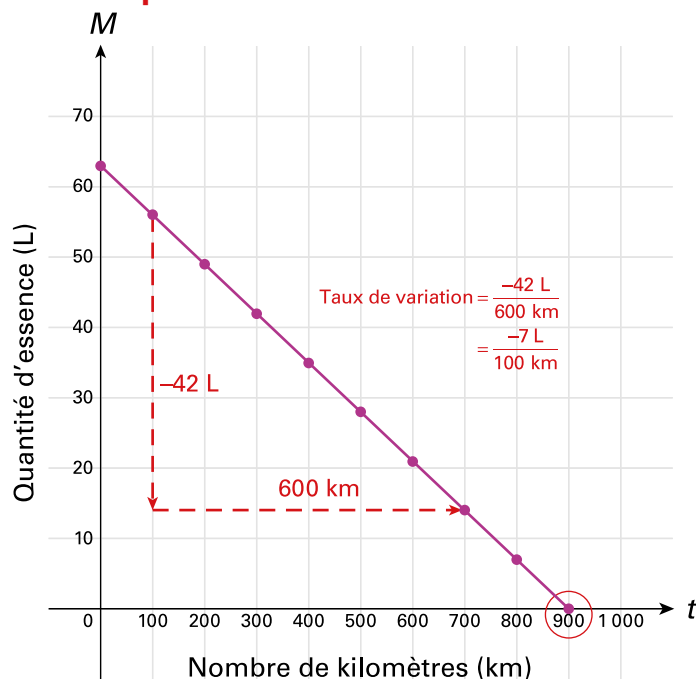


900 km seront nécessaires pour que Jordie épuise le réservoir d'essence de 63 L.

Je constate que, puisque la valeur initiale est 63 quand d est 0, la variation est partielle.

Représentation graphique

Relation entre la quantité d'essence et le nombre de kilomètres



900 km seront nécessaires pour que Jordie épuise le réservoir d'essence de 63 L.

Je constate que le taux de variation est -7 L du 100 km. Puisque la valeur initiale est 63, je constate que c'est une relation de variation partielle.

Retour sur l'exemple 1

- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour déterminer le taux de variation et la valeur initiale pour chaque représentation d'une relation et déterminer le type de variation. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- Pendant les discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre les différentes représentations algébriques afin de déterminer la valeur initiale et que les éléments de la section **Éléments à faire ressortir** sont abordés. Si nécessaire, posez des questions telles que :
 - Connais-tu une autre stratégie qui te permettrait de représenter visuellement le problème?
 - Quelle représentation est la plus pertinente pour chaque scénario? Explique ton raisonnement.
- Encourager les élèves à ajouter des éléments à leur travail ou à consigner les éléments essentiels dans leur cahier de notes.



Déroulement pour l'exemple 2

- Présenter aux élèves l'exemple 2, soit D'une représentation à une autre.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour passer d'une représentation à l'autre, d'établir des liens entre elles et de déterminer le type de la relation.
- Consulter les notes pédagogiques fournies dans le corrigé de l'exemple 2 pour obtenir des stratégies d'accompagnement au niveau des processus mathématiques et des éléments de difficulté que les élèves risquent de rencontrer.
- Choisir différentes stratégies de regroupements flexibles afin de répondre aux différents besoins des élèves.

Stratégie de résolution de problèmes pour l'exemple 2

L'élève utilise différentes représentations d'une relation linéaire afin d'établir des liens.

Notes pédagogiques

- Cet exemple permet à l'élève de mettre en application les processus mathématiques suivants :
 - Raisonnement et justification
 - Communication

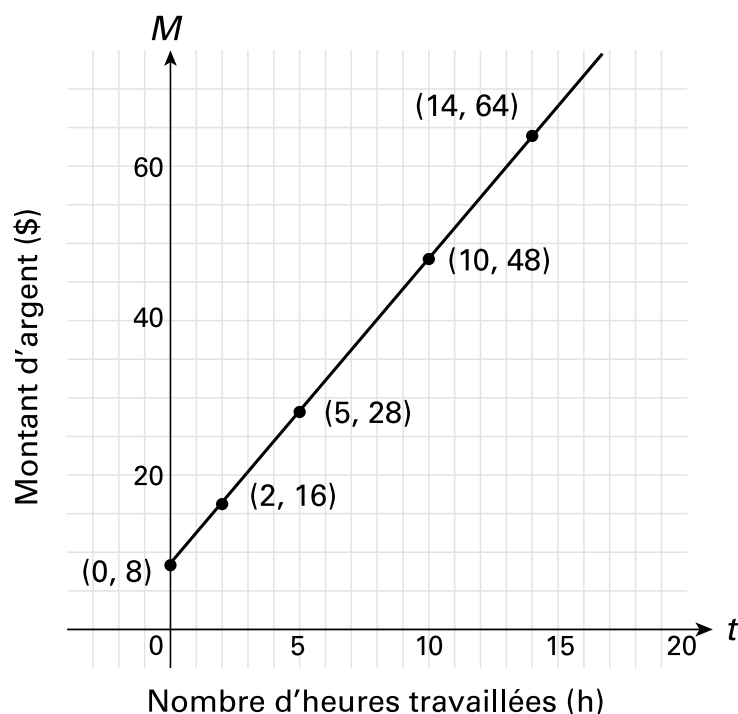
EXEMPLE 2

D'une représentation à une autre

Le graphique ci-dessous représente la relation entre le montant d'argent reçu et le nombre d'heures travaillées.

- Représente le graphique de la situation à l'aide d'une table de valeurs et d'une équation et détermine si la situation est une relation de variation directe ou partielle.
- Crée un problème représentant cette situation.

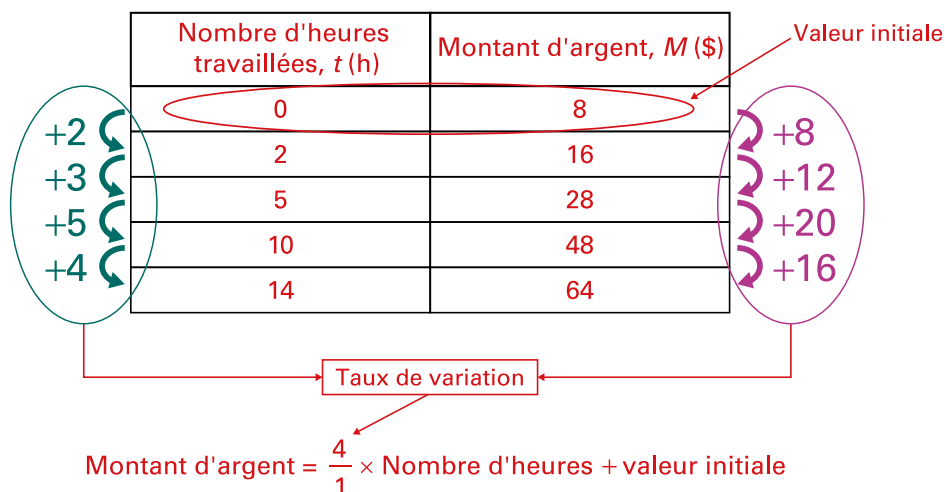
**Relation entre le montant d'argent
et le nombre d'heures travaillées**



Notes pédagogiques

- L'élève développe son raisonnement algébrique en faisant ressortir les éléments importants d'une table de valeurs afin de pouvoir créer une équation représentant le graphique.
- Afin d'amener l'élève à évaluer la pertinence des données et expliquer avec confiance son processus de pensée mathématique, il est important de fournir des pistes de réflexion ou un questionnement adéquat tout au long de la résolution du problème. Voici quelques exemples de questions ou de pistes de réflexion afin d'aider l'élève à simplifier des expressions algébriques :
 - Quelles sont les valeurs importantes retrouvées dans la table de valeurs qui peuvent t'aider à déterminer une équation?
 - Quelles sont les différentes stratégies que tu peux utiliser afin de déterminer une équation?
 - Dois-tu passer par l'entremise d'une table de valeurs pour déterminer une équation? Est-ce possible de faire l'inverse?

a) Je trace une table de valeurs en utilisant les coordonnées provenant du graphique.



Je constate que c'est une relation de variation partielle puisque le montant d'argent lorsque le nombre d'heures est égal à 0 est de 8 \$.

- ① *Es-tu convaincue ou convaincu de ton raisonnement? Pourrais-tu convaincre les autres que ton approche est la meilleure?*
- ② *Pourquoi as-tu choisi cette stratégie? Comment t'aide-t-elle à démontrer ton point de vue?*

Équation

J'établis une équation en utilisant l'information provenant de la table de valeurs.

La valeur initiale est 8 \$ et le taux de variation est 4 \$ l'heure.

Je peux donc écrire l'équation : $M = 4t + 8$

où M est le montant reçu et t est le temps en heures.

Je constate que c'est une relation de variation partielle puisque le montant d'argent lorsque le nombre d'heures est égal à 0 est de 8 \$.

Notes pédagogiques

- Il est possible que l'élève formule un énoncé trop simple tel que « Quelle est la valeur de départ dans le compte d'épargne? ».
- L'enseignant amène l'élève à formuler et poser des questions pertinentes. Afin d'amener l'élève à développer ses processus mathématiques de communication et d'établissement de liens, il est important de fournir des pistes de réflexion ou un questionnement adéquat tout au long de la résolution de problème. Voici quelques exemples de questions ou de pistes de réflexion :
 - Quels éléments d'information dans le graphique peuvent être reliés à la vie de tous les jours?
 - Quels liens algébriques peux-tu faire en interprétant le graphique?

b) Je formule un énoncé qui représente les valeurs du graphique.

Je détermine les éléments d'information importants afin de créer un énoncé.

Taux de variation = 4 \$ l'heure

Valeur initiale = 8 \$

Carline vient de se trouver un nouvel emploi et prévoit économiser de l'argent pour un projet postsecondaire. Son compte en banque contient présentement 8 dollars. Dès la réception de son premier chèque de paie, Carline projette de mettre 4 dollars par heure travaillée dans un compte d'épargne.

Retour sur l'exemple 2

- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour passer d'une représentation à une autre. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- Pendant les discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre les différentes représentations et que les éléments de la section **Éléments à faire ressortir** sont abordés.
- Encourager les élèves à ajouter des éléments à leur travail ou à consigner les éléments essentiels dans leur cahier de notes.

ALLER PLUS LOIN

François projette de créer une petite entreprise de tonte de gazon. Il offre 2 forfaits à ses clients.

- Option 1 : Le client peut payer une somme de 100 dollars pour le service avec des frais supplémentaires de 10 dollars par tonte.
- Option 2 : Le client peut payer une somme de 15 dollars par tonte sans payer de frais de service.

Détermine le nombre de tontes nécessaire pour que l'option 1 devienne plus avantageuse que l'option 2.

Partie 2 – Apprentissage autonome

Déroulement

- Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!**. Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou autres preuves d'apprentissage.
- Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves et les interpréter selon l'atteinte des critères d'évaluation et cibler les prochaines étapes de l'enseignement et des élèves en vue de les aider à s'améliorer.

Note : Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.

Corrigé

1. Représente la table de valeurs de la situation à l'aide d'un graphique et d'une équation et détermine si la situation est une relation de variation directe ou partielle.

Nombre de location de terrains de tennis, n	Coût de l'abonnement, C (\$)
0	25
2	45
7	95
17	195
20	225

Processus mathématique préconisé : établissement des liens

L'élève établit des liens entre les différents concepts mathématiques présents dans le domaine de l'algèbre. L'élève utilise différentes connaissances algébriques pour faire ressortir les éléments d'information importants d'une table de valeurs afin de créer un graphique et/ou une équation.

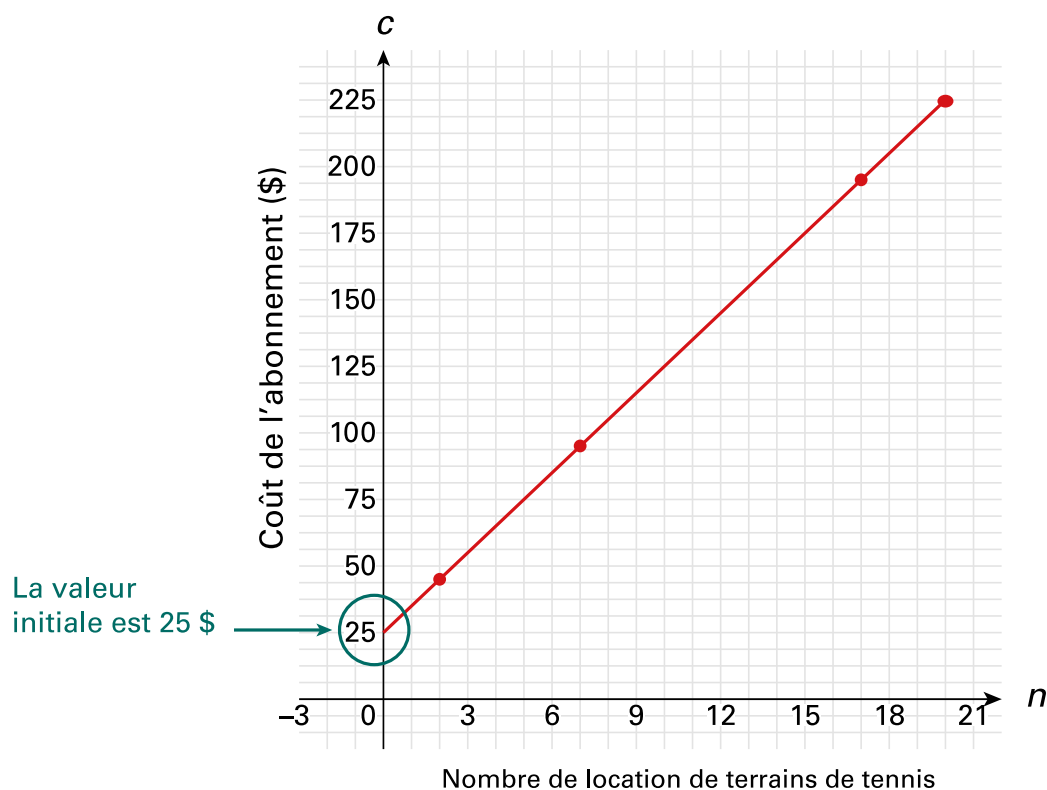


STRATÉGIE 1

À l'aide d'un graphique

J'insère les valeurs provenant d'une table des valeurs dans un graphique.

Relation entre le coût de l'abonnement et le nombre de location de terrains de tennis



Je constate que le graphique représente une relation de variation partielle puisque la valeur initiale est 25 \$.



STRATÉGIE 2

À l'aide d'une équation

Je détermine le taux de variation des données provenant de la table de valeurs.

Nombre de locations de terrains de tennis, n	Coût de l'abonnement, $C(\text{\$})$
0	25
2	45
7	95
17	195
20	225

Valeur initiale

+2
+5
+10
+3

+20
+50
+100
+30

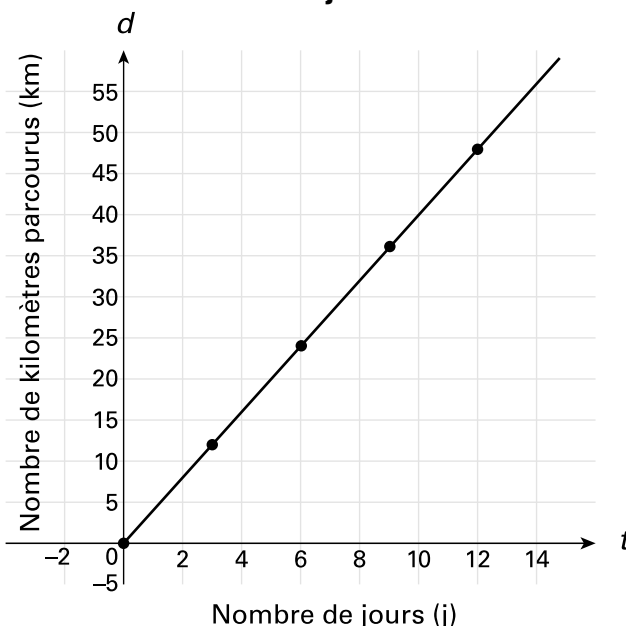
Taux de variation

Coût de l'abonnement = $10 \$ \times \text{nombre de locations} + 25 \$$

Je constate que la table de valeurs représente une relation de variation partielle puisque la valeur initiale est 25 \$.

- Représente le graphique de la situation à l'aide d'une table de valeurs et d'une équation et détermine si la situation est une relation de variation directe ou partielle.

Relation entre le nombre de kilomètres parcourus et le nombre de jours de course



Processus mathématique préconisé : établissement des liens

L'élève établit des liens entre les différents concepts mathématiques présents dans le domaine de l'algèbre. L'élève utilise différentes connaissances algébriques pour faire ressortir les éléments d'information importants d'un graphique afin de créer une table de valeurs et/ou une équation.

J'insère les coordonnées de mon graphique dans une table de valeurs.
Je détermine le taux de variation ainsi que la valeur initiale.

Nombre de jours, t	Nombre de kilomètres parcourus, d (km)
0	0
3	12
6	24
9	36
12	48

Valeur initiale

+3
+3
+3
+3

+12
+12
+12
+12

Taux de variation

Nombre de kilomètres parcourus = 4 km par jour x nombre de jours

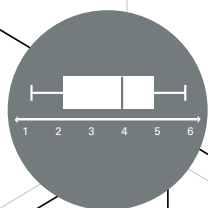
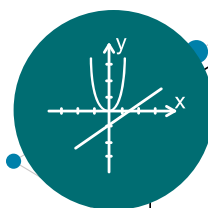
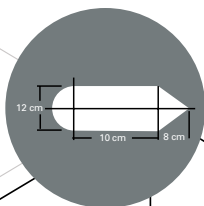
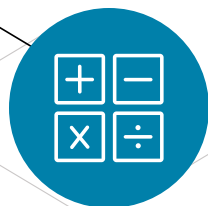
Mon équation est $d = 4t$

où t est la variable indépendante et d la variable dépendante.

Je constate que la situation est une relation de variation directe puisque la valeur initiale est 0.

La relation est donc directement proportionnelle.

VERSION DE L'ÉLÈVE



$$\pi$$
$$1,4 \times 10^{-8}$$
$$-\frac{3}{4}$$

9^e
ANNÉE

PENSONS MATHÉMATIQUES!

Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques

Minileçon

ALGÈBRE

Établir des liens entre les différentes
représentations de relations linéaires
(variation directe et variation partielle)

Partie 1 – Exploration guidée

EXEMPLE 1

Une relation de variation directe ou partielle?

Pour chacun des exemples ci-dessous, créer une **table de valeurs**, une **équation**, une **représentation visuelle** et un **graphique**. Indiquer ensuite s'il s'agit d'une relation de variation directe ou partielle.

- a) Samir offre un service de tutorat en mathématiques et demande 18 \$ l'heure. Quel sera le montant reçu, en dollars, si son élève nécessite 6 heures de tutorat?
- b) Jordie vient de s'acheter une nouvelle voiture. La voiture consomme 7 L/100 km. Combien de kilomètres Jordie peut-elle parcourir si le réservoir de sa voiture peut contenir 63 L d'essence?



TA STRATÉGIE

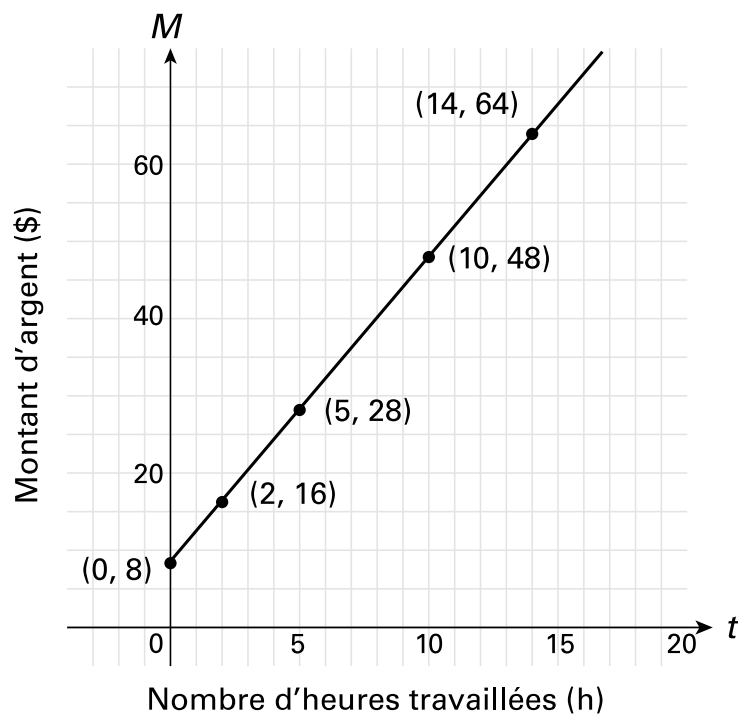
EXEMPLE 2

D'une représentation à une autre

Le graphique ci-dessous représente la relation entre le montant d'argent reçu et le nombre d'heures travaillées.

- Représente le graphique de la situation à l'aide d'une table de valeurs et d'une équation et détermine si la situation est une relation de variation directe ou partielle.
- Crée un problème représentant cette situation.

**Relation entre le montant d'argent
et le nombre d'heures travaillées**





TA STRATÉGIE

Partie 2 – Apprentissage autonome

À ton tour!

1. Représente la table de valeurs de la situation à l'aide d'un graphique et d'une équation et détermine si la situation est une relation de variation directe ou partielle.

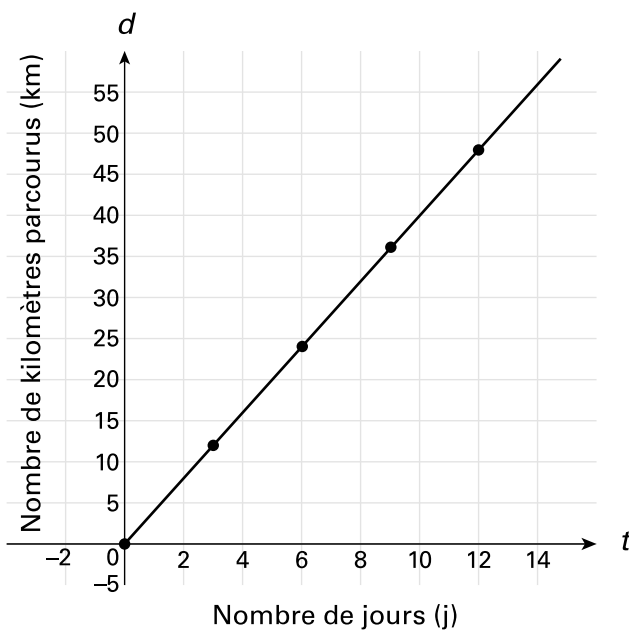
Nombre de location de terrains de tennis, n	Coût de l'abonnement, C (\$)
0	25
2	45
7	95
17	195
20	225



TA STRATÉGIE

2. Représente le graphique de la situation à l'aide d'une table de valeurs et d'une équation et détermine si la situation est une relation de variation directe ou partielle.

**Relation entre le nombre de kilomètres parcourus
et le nombre de jours de course**



TA STRATÉGIE