

9^e
ANNÉE

PENSONS MATHÉMATIQUES!

**Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques**

Minileçon

ALGÈBRE

Faire des prédictions à partir des représentations
de relations linéaires et non linéaires

RÉSUMÉ

Dans cette minileçon, l'élève fait des prédictions en utilisant diverses représentations graphiques pour analyser le problème. Elle ou il détermine le type de relation en faisant des liens avec le taux de variation.

PISTES D'OBSERVATION

L'élève :

- › représente des relations linéaires et non linéaires (matériel de manipulation, suite à motifs, table de valeurs, graphique);
- › interprète divers problèmes basés sur des relations et établit des liens entre les différentes représentations d'une relation;
- › détermine le taux de variation de relations à partir de diverses représentations;
- › fait des prédictions tout en justifiant les raisons de celles-ci.

MATÉRIEL

- › plusieurs petits carrés de 2 couleurs différentes;
- › calculatrice graphique en ligne ou papier quadrillé.

CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Les concepts mathématiques nommés ci-dessous sont nécessaires pour bien accomplir cette minileçon. Il est important de s'assurer de leur compréhension avant de débiter. Une explication de ceux-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

Domaine d'étude	Concept mathématique
Algèbre	Les relations linéaires ou non linéaires
Algèbre	Les prédictions des représentations des relations linéaires et non linéaires

Partie 1 – Exploration guidée

Éléments à faire ressortir

- Une relation peut être représentée à l'aide de différentes représentations. Par exemple, du matériel concret, un schéma, une table de valeurs, un graphique, des mots.
- Les représentations permettent de déterminer plusieurs éléments d'information tels que le taux de variation, si la relation est linéaire ou non linéaire et si la relation est croissante ou décroissante.
- Les prédictions justifiées demandent à l'élève d'interpoler ou d'extrapoler en prolongeant la table de valeurs, la droite ou la courbe, la régularité ou la suite.
- Un taux de variation est constant lorsque la croissance ou la décroissance de la valeur des variables dépendante et indépendante change de façon régulière et proportionnelle entre les 2 variables.

Déroulement pour l'exemple 1

- Consulter, au besoin, la fiche **Les prédictions des représentations des relations linéaire et non linéaires** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves des représentations de relations linéaires et non linéaires, croissantes et décroissantes ainsi que la terminologie liée à ces concepts en vue de les aider à réaliser l'activité.
- Animer une discussion afin d'activer les connaissances antérieures ou connexes et établir des liens avec des expériences personnelles telles que :
 - Qu'est-ce qu'une relation mathématique?
 - Comment peut-on représenter une relation mathématique?
 - Peux-tu me donner un exemple d'une relation linéaire croissante et une relation non linéaire décroissante?
 - Peux-tu penser à une situation de la vie quotidienne où une relation mathématique est utilisée?
- Présenter aux élèves l'exemple 1, soit Le réservoir d'essence.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour représenter graphiquement la situation afin de déterminer le type de relations, le taux de variation et faire des prédictions.

- Consulter les notes pédagogiques fournies dans le corrigé de l'exemple 1 pour obtenir des stratégies d'accompagnement au niveau des processus mathématiques et des éléments de difficultés que les élèves risquent de rencontrer.
- Choisir différentes stratégies de regroupements flexibles afin de répondre aux différents besoins des élèves.

Stratégies de résolution de problèmes pour l'exemple 1

Les régularités permettent de déterminer le taux de variation, le type de relation, et permettent d'extrapoler pour faire des prédictions.

Notes pédagogiques

- Cet exemple permet à l'élève d'appliquer le processus mathématique de représentation.
- L'élève a l'occasion de varier ses choix de représentations au cours de cette minileçon. Il est important de l'encourager à utiliser une variété de représentations afin qu'elle ou il puisse voir les avantages et les inconvénients de chacune et faire des choix éclairés de représentation dans le futur.

EXEMPLE

1

Le réservoir d'essence

Cette table de valeurs présente la relation entre le volume d'essence, en litres, restant dans le réservoir d'un véhicule et la distance parcourue, en kilomètres.

Détermine la capacité maximale du réservoir ainsi que la distance que le véhicule peut parcourir si le réservoir est plein.

Distance, D (km)	50	100	130	170	220
Volume d'essence restant, V (L)	38,5	35,0	32,9	30,1	26,6

Notes pédagogiques

- Privilégier l'utilisation d'une calculatrice graphique en ligne, si possible.
- S'assurer que les élèves connaissent les bases de l'outil choisi.
- Pour faire les prédictions, les élèves auront à modifier les valeurs maximales des axes; si le travail se fait sur papier, le temps nécessaire est à considérer.

Si les élèves ont de la difficulté à déterminer les valeurs recherchées, voici des exemples de questions à poser.

- Quand le réservoir d'essence est-il plein?
- Quelle distance aura été parcourue si le réservoir est plein?
- Pourquoi y a-t-il une distance maximale que l'on peut parcourir?
- Quel est le volume d'essence restant quand la voiture s'arrête?
- Où se trouve cette valeur sur ton graphique?
- Comment peux-tu t'assurer que ta réponse est juste?

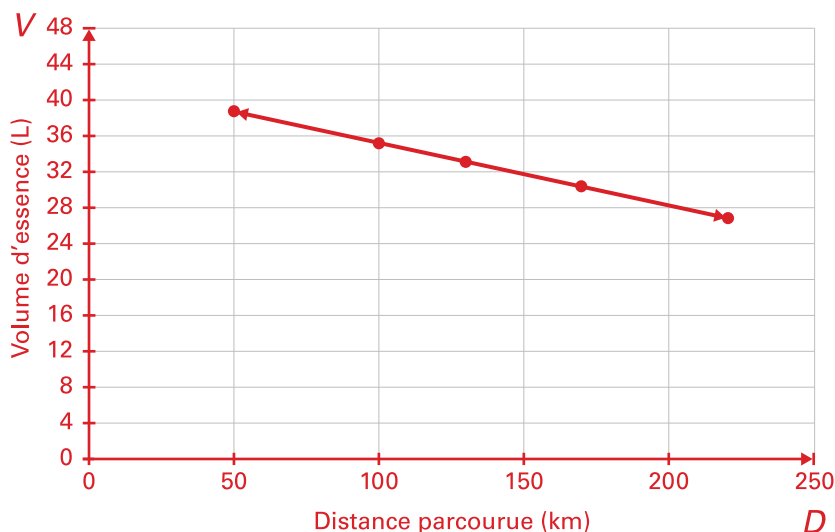


STRATÉGIE 1

Un graphique

Je trace le graphique correspondant à la table de valeurs.

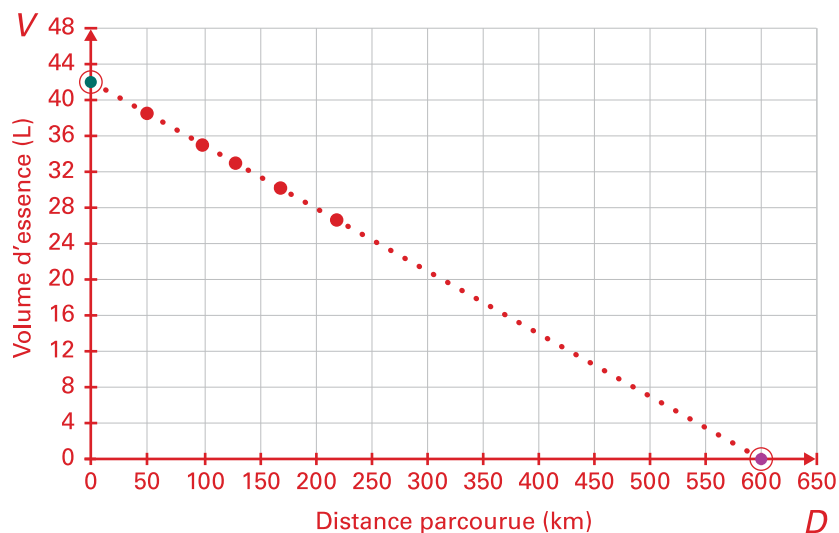
Relation entre le volume d'essence
et la distance parcourue



Je relie les points puisque dans ce contexte les données sont continues.

Je remarque que le taux de variation est constant puisque le graphique est une droite. Je peux prolonger la droite afin de déterminer le volume du réservoir et la distance maximale que le véhicule peut parcourir.

Relation entre le volume d'essence et la distance parcourue



Le réservoir peut contenir 42 litres d'essence puisque c'est la valeur au départ, lorsqu'il n'y a aucun kilomètre de parcouru.

La voiture peut parcourir une distance de 600 kilomètres avec un réservoir plein, puisque lorsque je prolonge la droite jusqu'à un volume de 0 litre, j'arrive à 600 kilomètres.

Notes pédagogiques

- S'assurer de parler de consommation d'essence selon une distance, par exemple 3,5 L pour 50 km, car si l'on parle uniquement de bonds, par exemple pour la distance, comme ils ne sont pas constants, les élèves pourraient rapidement déduire que cette relation est non linéaire. Il faut amener les élèves à comparer le volume en fonction de la distance pour voir si c'est constant ou non.
- L'utilisation d'un tableau de rapports permet à l'élève de trouver des rapports équivalents pour vérifier si le taux de variation est constant ou non. L'élève devrait être encouragé à utiliser son raisonnement proportionnel afin de réaliser que les rapports sont équivalents.

	50	100
Distance, D (km)		
	3,5	7,0
Volume, V (L)		

Diagram illustrating the relationship between Distance (D in km) and Volume (V in L). The table shows two points: (50, 3.5) and (100, 7.0). Arrows indicate that both values are multiplied by 2 to get the second point: $50 \times 2 = 100$ and $3.5 \times 2 = 7.0$.

- Il y a différentes stratégies pour déterminer ces valeurs. Valoriser toutes les stratégies et demander à l'élève pourquoi cette stratégie fonctionne bien pour elle ou lui, et s'il y aurait une autre stratégie possible pour amener l'élève à faire des liens.



STRATÉGIE 2

Taux équivalents ou tableau des proportions

Je peux utiliser la table de valeurs pour déterminer les relations entre le volume d'essence restant dans le réservoir et la distance parcourue.

	50	100	130	170	220
Distance, D (km)					
	+ 50	+ 40	+ 50		
Volume d'essence restant, V (L)	38,5	35,0	32,9	30,1	26,6
	- 3,5	- 2,8	- 3,5		

Diagram illustrating the relationship between Distance (D in km) and Volume of remaining fuel (V in L). The table shows five points: (50, 38.5), (100, 35.0), (130, 32.9), (170, 30.1), and (220, 26.6). Arrows indicate the changes between consecutive points: Distance increases by 50 km (50 to 100, 100 to 130, 130 to 170) and Volume decreases by 3.5 L (38.5 to 35.0, 35.0 to 32.9, 32.9 to 30.1). The change from 130 to 170 km is +40 km and -2.8 L.

Si je compare les deux premières valeurs, je vois que le véhicule a consommé 3,5 litres en 50 kilomètres.

Si je compare les deux dernières valeurs, j'observe la même consommation, soit 3,5 litres en 50 kilomètres.

Mais, si je compare les troisièmes et quatrièmes valeurs, je constate que le véhicule a consommé 2,8 litres en 40 kilomètres. Je vais donc vérifier s'il s'agit du même taux de consommation.

En général, la consommation d'essence est exprimée en litres aux 100 kilomètres. Je vais donc transformer les rapports que j'ai trouvés en litres aux 100 kilomètres.

		$\times 2$			
Distance, D (km)	50		100		
Volume, V (L)	3,5		7,0		
		$\times 2$			
		$\div 2$			
	$\times 2$		$\div 2$		
Distance, D (km)	40	80	20	$80 + 20 = 100$	
Volume, V (L)	2,8	5,6	1,4	$5,6 + 1,4 = 7,0$	
		$\times 2$			
		$\div 2$			

Je sais maintenant que la consommation d'essence, qui est aussi le taux de variation de la relation, est de 7 L/100 km.

Je peux utiliser ce taux de variation pour déterminer le volume maximal du réservoir en déterminant le volume lorsque la distance est 0 km.

Distance, D (km)	0	100
Volume d'essence restant, V (L)	?	35,0

Je sais qu'à 100 kilomètres, il y a 35 litres dans le réservoir et que le taux de consommation est de 7 L/100 km, donc il y avait 7 L de plus au départ, donc $35 + 7 = 42$ litres.

Je peux affirmer que selon ces données, le réservoir peut contenir jusqu'à 42 litres d'essence.

Je fais la même chose pour déterminer la distance que le véhicule peut parcourir.

Distance, D (km)	100	?
Volume d'essence restant, V (L)	35,0	0

Pour aller de 35 L à 0 L, je diminue de 7 L, 5 fois. Je dois donc augmenter de 100 km 5 fois, donc de 500 km.

Distance totale parcourue : $100 + 500 = 600$ km.

Retour sur l'exemple 1

- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour représenter les données et déterminer le volume maximal du réservoir ainsi que la distance que le véhicule peut parcourir avec un réservoir plein. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- Pendant les discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre les caractéristiques des représentations, un taux de variation constant et les stratégies d'extrapolation et que les éléments de la section **Éléments à faire ressortir** soient abordés. Si nécessaire, poser des questions telles que :
 - Quel type de relation cet exemple présente-t-il?
 - Qu'est-ce qui te permet d'en être certaine ou certain?
 - Quelles ressemblances y a-t-il entre la représentation graphique et la table de valeurs de cette relation?
- Encourager les élèves à ajouter des éléments à leur travail ou à consigner les éléments essentiels dans leur cahier de notes.

Déroulement pour l'exemple 2

- Présenter aux élèves l'exemple 2, soit Les suites.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour sélectionner les composantes nécessaires pour répondre à une question.
- Consulter les notes pédagogiques fournies dans le corrigé de l'exemple 2 pour obtenir des stratégies d'accompagnement au niveau des processus mathématiques et des éléments de difficultés que les élèves risquent de rencontrer.
- Choisir différentes stratégies de regroupements flexibles afin de répondre aux différents besoins des élèves.

Stratégies de résolution de problèmes pour l'exemple 2

En utilisant du matériel concret, l'élève peut développer sa compréhension conceptuel des relations en établissant des liens entre toutes ses formes. La recherche de régularité va permettre à l'élève de généraliser une situation et de passer d'une représentation numérique à une représentation algébrique et d'ainsi développer sa pensée algébrique.

Notes pédagogiques

- Cet exemple permet à l'élève d'appliquer le processus mathématique d'établissement de liens.
- L'élève doit faire des liens entre les éléments d'information que l'on peut tirer des diverses représentations afin de pouvoir faire des prédictions.

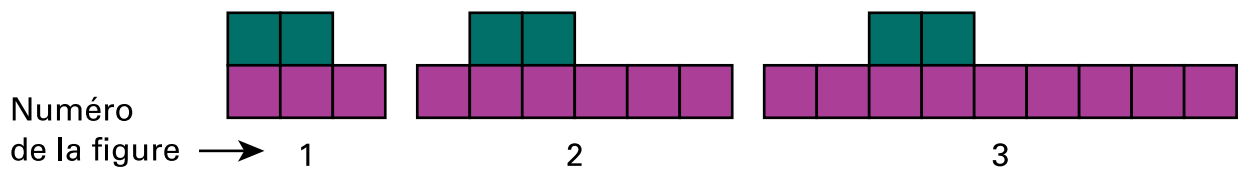
EXEMPLE 2

Les suites

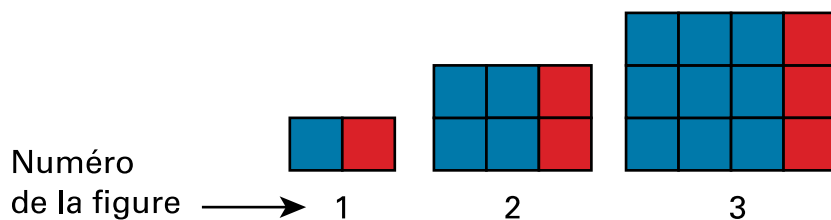
Voici deux suites à motifs croissants.

- a) Détermine le nombre de carrés nécessaires pour construire la 6^e figure, la 25^e figure, la 100^e figure et la n^{e} figure, en utilisant la représentation de ton choix.

Suite 1



Suite 2



- b) Compare ton choix de représentation avec celui d'une ou d'un autre élève. Quels sont les avantages et les inconvénients de chacune?
- c) Compare les 2 suites. Quelles sont les ressemblances et les différences?

Notes pédagogiques

- Permettre aux élèves de manipuler du matériel, de jouer avec les nombres et de discuter entre eux afin de leur permettre de voir des régularités et de faire des liens entre les différentes représentations.
- Il existe différentes façons de présenter les régularités et les expressions algébriques. C'est une belle occasion d'en discuter avec les élèves si la possibilité se présente.

a) Détermine le nombre de carrés nécessaires pour construire la 6^e figure, la 25^e figure, la 100^e figure et la n^{e} figure, en utilisant la représentation de ton choix.

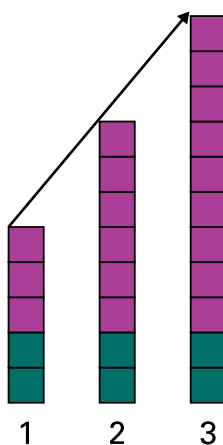


STRATÉGIE 1

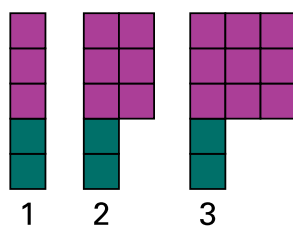
Régularités

Suite 1

Je peux déplacer les carrés pour les superposer et trouver des régularités. Je remarque qu'il y a toujours 2 carrés verts et que le nombre de carrés violets augmentent de 3 à chaque fois. Donc, je sais que je dois toujours additionner 2 (pour les carrés verts) au nombre de carrés violets qui varie d'une figure à l'autre. Le taux de variation est constant à 3 carrés par figure.



Je peux à nouveau déplacer les carrés pour placer les carrés violets en groupes de 3. Je remarque que le nombre de groupes de 3 dans la figure correspond au numéro de la figure. Je peux donc dire que le nombre de carrés violets correspond à 3 fois le numéro de la figure.



Donc, le nombre de carrés dans une figure est égal à 3 fois le numéro de la figure plus 2.

Donc la 6^e figure aura 20 carrés.

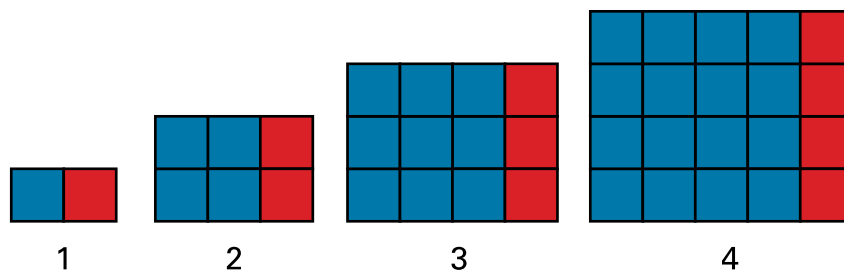
La 25^e figure aura 77 carrés.

La 100^e figure aura 302 carrés.

La n^{e} figure aura $(3n + 2)$ carrés.

Suite 2

J'ai ajouté une 4^e figure pour mieux voir la régularité.



Je remarque que le taux de variation n'est pas constant, puisque le nombre de carrés dans chacune des figures n'augmente pas du même nombre de carrés (2, 6, 12, 20). Si je compare le nombre de carrés avec les numéros des figures, je remarque que le nombre de carrés rouges est égal au numéro de la figure et le nombre de carrés bleus est égal au numéro de la figure au carré. Par exemple, il y a 3 carrés rouges à la figure 3, et je peux dire que le nombre de carrés bleus est 3^2 donc 9 carrés bleus; le nombre total de carrés dans la 3^e figure est égal à $3 + 3^2$ donc 12 carrés.

Donc, le nombre de carrés dans une figure est égal au numéro de la figure plus le numéro de la figure au carré.

Donc la 6^e figure aura 42 carrés.

La 25^e figure aura 650 carrés.

La 100^e figure aura 10 100 carrés.

La n^{e} figure aura $(n + n^2)$ carrés.

Notes pédagogiques

- L'élève peut voir la relation entre les figures en observant les régularités d'une figure à l'autre, mais il est aussi possible de voir la relation entre le numéro de la figure et le nombre de carrés.
- La généralisation peut être exprimée avec des expressions algébriques équivalentes.
- Les élèves peuvent utiliser d'autres représentations selon le matériel disponible, leurs forces et leur intérêt. Pour amener l'élève plus loin et l'aider à faire des liens, demander à l'élève d'utiliser une 2^e représentation pour valider sa 1^{re} solution.



STRATÉGIE 2

Table de valeurs

J'inscris le nombre de carrés des 3 premières figures des deux suites dans une table de valeurs et je la prolonge jusqu'à la 6^e figure en poursuivant la suite. Je peux valider mes valeurs en construisant les figures 4, 5 et 6.

La suite 1 augmente de 3 carrés à chaque fois. Dans la suite 2, le nombre de carrés augmente de deux de plus à chaque fois. La suite 1 a donc un taux de variation constant (+3) alors que la suite 2 a un taux de variation non constant.

	Suite 1	Suite 2
Numéro de la figure	Nombre de carrés	Nombre de carrés
1	5	$2 = 1 \times 2$
+1 2	8	$6 = 2 \times 3$
+1 3	11	$12 = 3 \times 4$
+1 4	14	$20 = 4 \times 5$
+1 5	17	$30 = 5 \times 6$
+1 6	20	$42 = 6 \times 7$

Je remarque que le nombre de carrés de la suite 2 augmente plus rapidement que le nombre de carrés de la suite 1. Je pourrais prolonger la table de valeurs pour aller jusqu'à 25 et 100, mais ce n'est pas efficace. Je trouve plutôt un modèle ou une régularité à partir de ma table de valeurs.

Suite 1

Suite 1	
Numéro de la figure	Nombre de carrés
1	5
+1 → 2	8 +3
+1 → 3	11 +3
+1 → 4	14 +3
+1 → 5	17 +3
+1 → 6	20 +3

Qu'est-ce que je peux faire au numéro de la figure 2 pour obtenir 8? J'essaie ceci : $2 \times 4 = 8$.

Est-ce que cela fonctionne pour les autres numéros de la suite? J'essaie : $4 \times 4 = 16$; ce modèle ne fonctionne pas. Je vais essayer autre chose, disons le numéro de la figure fois 3 plus 2 : $5 \times 3 + 2 = 17$; cela fonctionne. Je vais vérifier pour d'autres numéros de figures : $6 \times 3 + 2 = 20$; oui, cela fonctionne.

Donc pour la 25^e figure j'ai besoin de $25 \times 3 + 2 = 77$ carrés et pour la 100^e figure j'ai besoin $100 \times 3 + 2 = 302$ carrés.

Je peux généraliser en disant que pour la n^{e} figure j'ai besoin de $(3n + 2)$ carrés.

Suite 2

Suite 2	
Numéro de la figure	Nombre de carrés
1	$2 = 1 \times 2$
+1 ↘ 2	$6 = 2 \times 3$
+1 ↘ 3	$12 = 3 \times 4$
+1 ↘ 4	$20 = 4 \times 5$
+1 ↘ 5	$30 = 5 \times 6$
+1 ↘ 6	$42 = 6 \times 7$

Dans la table de valeurs, je remarque la régularité, c'est-à-dire que pour déterminer le nombre de carrés nécessaires pour construire une certaine figure, je peux prendre le numéro de la figure et le multiplier par un nombre égal à un de plus que le numéro de la figure. Par exemple, le nombre de carrés dans la figure 4 est $4 \times 5 = 20$.

Donc, pour la 25^e figure j'ai besoin de $25 \times 6 = 650$ carrés et pour la 100^e figure j'ai besoin de $100 \times 101 = 10\,100$ carrés.

Je peux généraliser en disant que pour la n^{e} figure j'ai besoin de $n \times (n + 1)$ carrés.

b) Compare ton choix de représentation avec une ou un autre élève. Quels sont les avantages et les inconvénients de chacune?

Les réponses peuvent varier selon les représentations choisies. Voici quelques exemples d'observations possibles.

L'utilisation de matériel concret me permet de déplacer les éléments de la suite pour les réorganiser différemment pour observer des régularités. Par exemple, en empilant les objets, je peux voir si ça augmente régulièrement ou non, je peux voir ce qui reste constant et ce qui change d'une figure à l'autre. Par contre, il peut parfois être difficile de déterminer la relation exacte entre le numéro de la figure et le nombre d'objets dans la figure pour extrapoler à d'autres figures.

L'utilisation de la table de valeurs me permet de trouver une régularité numérique et déterminer une relation entre le numéro de la figure et le nombre d'objets qui la compose, puis de formuler une expression algébrique que je peux utiliser pour déterminer le nombre d'objets pour n'importe quelle figure. Par contre, il n'est pas toujours évident de déterminer l'expression algébrique.

c) Compare les 2 suites. Quelles sont les ressemblances et les différences?

Voici des éléments de réponses possibles.

Ressemblances

Les deux suites sont croissantes et leur taux de variation est positif.

Différences

La suite 1 a un taux de variation constant alors que la suite 2 a un taux de variation non constant.

Retour sur l'exemple 2

- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour trouver des régularités et utiliser celles-ci pour déterminer le nombre d'éléments dans différentes figures et pour comparer les suites. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- Pendant les discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre les régularités, le taux de variation et la représentation d'une relation et que les éléments de la section **Éléments à faire ressortir** soient abordés. Si nécessaire, poser des questions telles que :
 - Quels éléments d'information te permettent d'affirmer qu'une relation est linéaire ou non linéaire?
 - Quelles stratégies peut-on utiliser pour faire des prédictions avec une relation linéaire? Une relation non linéaire?
- Encourager les élèves à ajouter des éléments à leur travail ou à consigner les éléments essentiels dans leur cahier de notes.

ALLER PLUS LOIN

1. Détermine une équation pour chacune des relations des exemples précédents. Utilise cette équation pour valider les réponses que tu avais obtenues.
2. Détermine la valeur initiale de chacune de ces relations.
3. Crée une situation où la relation est non linéaire et décroissante (ou linéaire et croissante).

Partie 2 – Apprentissage autonome

Déroulement

- Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!**. Ces exercices peuvent servir de billets de sortie ou d'autres preuves d'apprentissage.
- Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves et les interpréter selon l'atteinte des critères d'évaluation et cibler les prochaines étapes de l'enseignement et des élèves pour qu'elles et ils s'améliorent.

Note : Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.

Corrigé

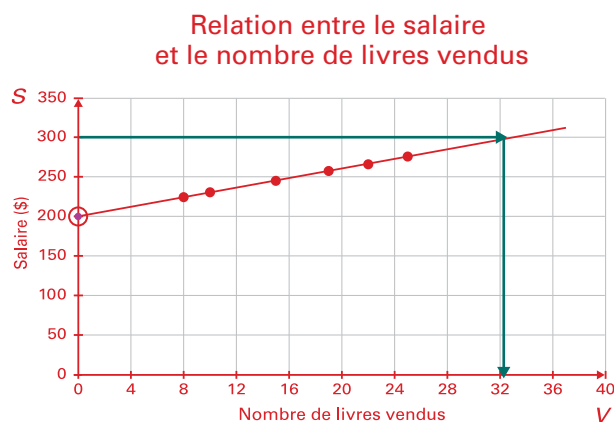
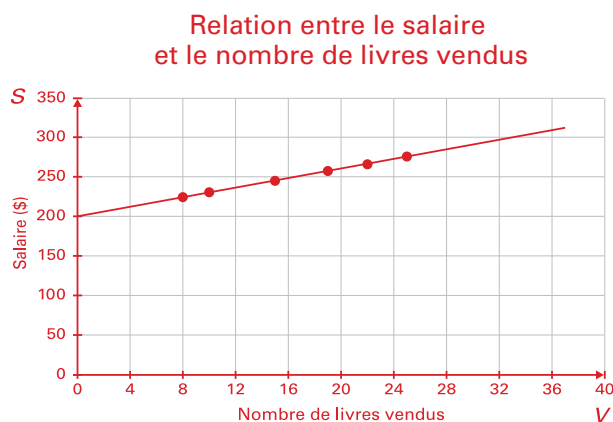
1. Aiyanna travaille dans une librairie. Son salaire hebdomadaire comporte un montant fixe et une commission pour chaque livre vendu. La table de valeurs ci-dessous indique le salaire hebdomadaire d'Aiyanna au cours des 6 dernières semaines.
 - a) Combien de livres Aiyanna doit-elle vendre pour obtenir un salaire hebdomadaire de 300 \$?
 - b) Quel est le montant minimum qu'Aiyanna peut recevoir chaque semaine?

Nombre de livres vendus, v	Salaire, S (\$)
10	230,00
22	266,00
15	245,00
25	275,00
8	224,00
19	257,00

Processus mathématique préconisé : représentation

Plusieurs représentations peuvent être choisies pour résoudre ce problème. En voici quelques exemples.

Tracer le graphique puis extrapoler



Je place d'abord les points dans un graphique et je remarque qu'ils forment une droite qui monte. Il s'agit donc d'une relation linéaire croissante. Je prolonge la droite vers la droite pour déterminer le nombre de livres qu'Aiyanna doit vendre pour obtenir un salaire de 300 \$. Selon le graphique, je peux dire qu'Aiyanna doit vendre **33 livres** pour obtenir ce salaire.

Je prolonge la droite vers la gauche, jusqu'à l'axe vertical, puisque ce point indique le salaire fixe qu'Aiyanna recevra même si elle ne vend aucun livre. Selon le graphique, je peux dire que qu'Aiyanna reçoit un minimum de 200 \$ par semaine.

Utiliser une table de valeurs

Je commence par ordonner les données dans la table de valeurs.

	Nombre de livres vendus, v	Salaire, S (\$)	
+ 2 ↷	8	224,00	↷ + 6
	10	230,00	
+ 4 ↷	15	245,00	↷ + 12
	19	257,00	
+ 3 ↷	22	266,00	↷ + 9
	25	275,00	

Je vérifie si les rapports entre le nombre de livres vendus et le salaire sont constants ou non. Je remarque que le salaire augmente de 6 \$ pour 2 livres vendus de plus, de 12 \$ pour 4 livres vendus de plus et de 9 \$ pour 3 livres vendus de plus. Je peux donc en déduire qu'Aiyanna reçoit 3 \$ par livre vendu. Je peux prolonger la table de valeurs pour déterminer le nombre de livres vendus nécessaire pour avoir un salaire de 300 \$.



	Nombre de livres vendus, v	Salaire, S (\$)	
	8	224,00	
	10	230,00	
	15	245,00	
	19	257,00	
	22	266,00	
+4 ↷	25	275,00	↷ +12
+4 ↷	29	287,00	↷ +12
+1 ↷	33	299,00	↷ +3
	34	302,00	

Si Aiyanna vend 33 livres, son salaire sera de 299,00 \$, ce qui est très près de son objectif. Pour obtenir au moins 300 \$, Aiyanna devra vendre 34 livres et aura un salaire de 302 \$.

Je peux également prolonger la table de valeurs vers le haut pour déterminer le salaire si aucun livre n'est vendu, ce qui indiquera son salaire hebdomadaire minimum.

	Nombre de livres vendus, v	Salaire, S (\$)	
	0	200,00	
-4 ↷	4	212,00	↷ -12
-4 ↷	8	224,00	↷ -12

Je trouve que le salaire hebdomadaire minimum d'Aiyanna est donc de 200 \$.

2. Un ballon ayant un volume de $80\,000\text{ cm}^3$ se dégonfle lentement par un petit trou. Il perd 5 % de son volume toutes les 3 secondes. Après combien de temps aura-t-il perdu les trois quarts de son volume?

Processus mathématique préconisé : établissement de liens

Je peux commencer en déterminant le volume du ballon lorsqu'il aura perdu le quart de son volume.

Je peux utiliser des rapports équivalents.

$$\frac{3}{4} = \frac{x}{80\,000} \quad \text{donc,} \quad \frac{3}{4} = \frac{60\,000}{80\,000}$$

Puis je soustrais le volume perdu du volume initial pour obtenir le volume du ballon lorsqu'il a perdu un quart de son volume.

$$80\,000 - 60\,000 = 20\,000\text{ cm}^3$$

Je peux utiliser la multiplication en sachant que si le ballon a perdu les trois quarts de son volume, il lui en reste un quart. Donc, $\frac{1}{4} \times 80\,000 = 20\,000\text{ cm}^3$.

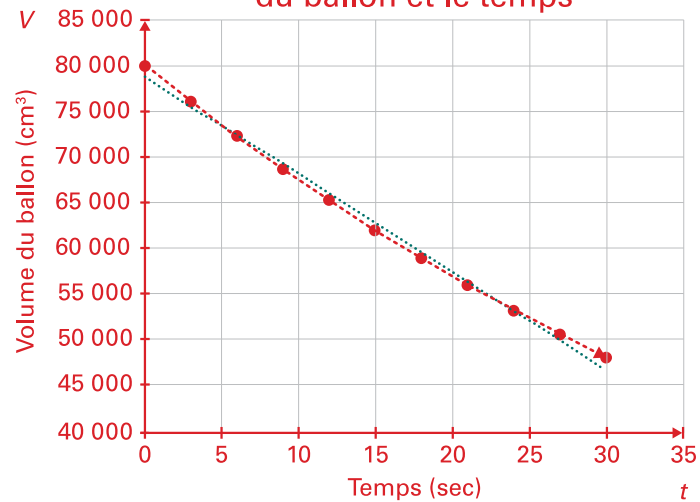
Donc, je cherche à savoir dans combien de temps il restera $20\,000\text{ cm}^3$ d'air dans le ballon, en sachant qu'il perd 5 % de son volume toutes les 3 secondes. S'il perd 5 % de son volume, cela signifie qu'il conserve 95 % de son volume toutes les 3 secondes.

Comme le ballon perd du volume, je crois que la relation sera décroissante. Et puisque ça diminue d'un certain pourcentage, je crois que le taux de variation ne sera pas constant, donc le graphique ne sera pas une droite.

Je peux utiliser un outil technologique tel qu'un tableur pour créer la table de valeurs pour les 30 premières secondes ainsi que le graphique de cette relation pour voir le type de relation et valider mes suppositions.

Temps, t (sec)	Volume du ballon, V (cm ³)
0	80 000
3	76 000
6	72 200
9	68 590
12	65 161
15	61 902
18	58 807
21	55 867
24	53 074
27	50 420
30	47 899

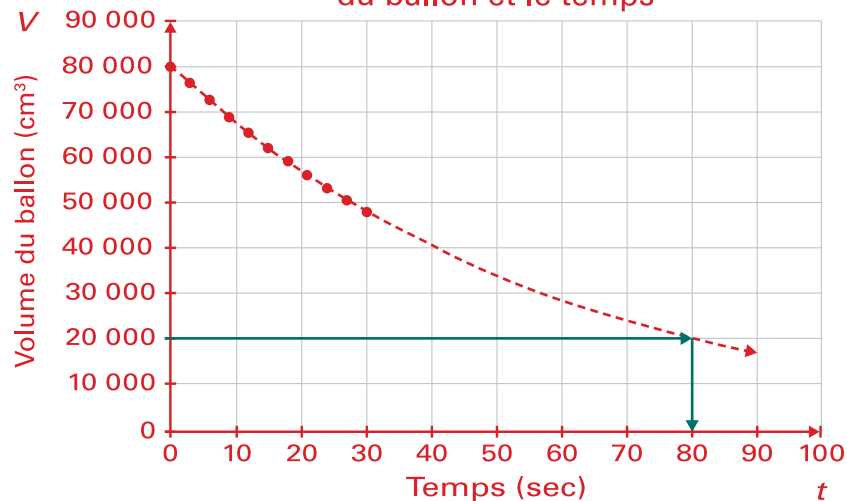
Relation entre le volume
du ballon et le temps



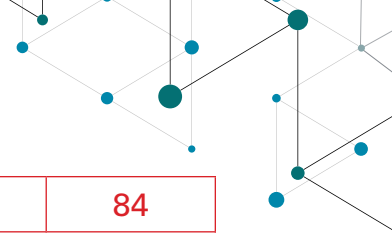
Le graphique montre que mes suppositions sont bonnes puisque que la courbe passe exactement par les points alors que le droite non. Donc, le taux de variation n'est pas constant.

Je peux prolonger la courbe pour déterminer après combien de temps le volume du ballon sera de 20 000 cm³.

Relation entre le volume
du ballon et le temps



Selon le graphique, je peux dire qu'il restera environ le quart du volume dans le ballon après 80 secondes. Je peux valider cette solution en prolongeant la table de valeurs.



Temps, t (sec)	0	3	...	78	81	84
Volume du ballon, V (cm ³)	80 000	76 000	...	21 082	20 028	19 026

Je remarque que le ballon aura atteint un volume 20 000 cm³ un peu après 81 secondes. Ce qui est très proche de l'approximation faite avec le graphique.

- Représente une relation linéaire croissante à l'aide de 3 représentations. Détermine les points communs entre les 3 représentations et ce que cela signifie.

Processus mathématique préconisé : représentation et établissement de liens

Cette question étant très ouverte, les exemples des élèves seront très variés. Cependant, voici des éléments qui devraient s'y retrouver :

- la relation doit présenter un taux de variation constant;
- le taux de variation est positif;
- le graphique est une droite qui monte (croissante);
- la relation peut être proportionnelle, mais pas nécessairement.

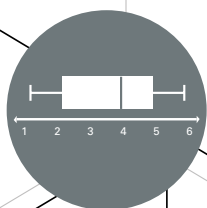
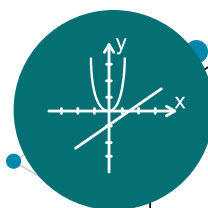
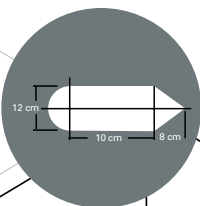
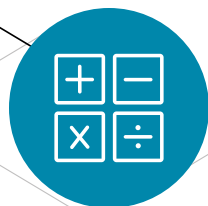
Plusieurs représentations peuvent être utilisées :

- utilisation de matériel concret;
- représentation visuelle;
- suite à motifs croissants;
- suite numérique croissante;
- table de valeurs;
- graphique;
- expression ou équation algébrique;
- diagramme.

Points communs que les élèves devraient ressortir entre les représentations

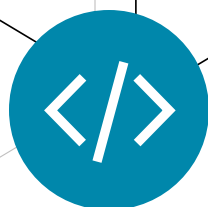
- Le taux de variation devrait être présent dans chacune des représentations, mais possiblement sous différentes formes. Par exemple, une régularité de +5 dans la suite, un rapport de 5 :1 dans la table de valeurs et une équation du genre $P = 5n$. Le 5 est relié au taux de variation de cette relation.
- Les nombres augmentent. Que ce sont le nombre d'éléments, les nombres dans une suite, dans une table de valeurs ou un encore un diagramme.

VERSION DE L'ÉLÈVE



$$\pi$$
$$1,4 \times 10^{-8}$$
$$-\frac{3}{4}$$

9^e
ANNÉE



PENSONS MATHÉMATIQUES!

Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques

Minileçon et activités supplémentaires

ALGÈBRE

Faire des prédictions à partir des représentations
de relations linéaires et non linéaires

Partie 1 – Exploration guidée

EXEMPLE 1

Le réservoir d'essence

Cette table de valeurs présente la relation entre le volume d'essence, en litres, restant dans le réservoir d'un véhicule et la distance parcourue, en kilomètres.

Détermine la capacité maximale du réservoir ainsi que la distance que le véhicule peut parcourir si le réservoir est plein.

Distance, D (km)	50	100	130	170	220
Volume d'essence restant, V (L)	38,5	35,0	32,9	30,1	26,6



TA STRATÉGIE

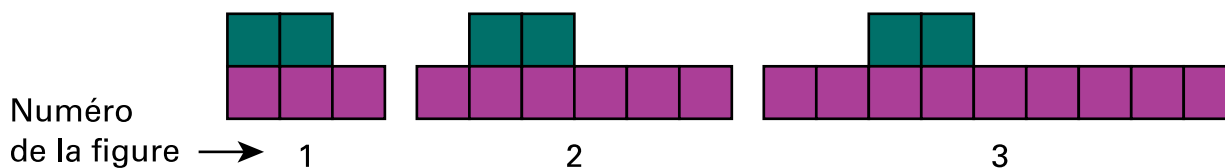
EXEMPLE 2

Les suites

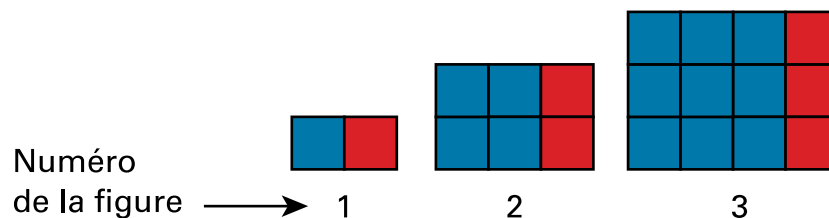
Voici deux suites à motifs croissants.

- a) Détermine le nombre de carrés nécessaires pour construire la 6^e figure, la 25^e figure, la 100^e figure et la n^e figure, en utilisant la représentation de ton choix.

Suite 1



Suite 2



- b) Compare ton choix de représentation avec celui d'une ou d'un autre élève. Quels sont les avantages et les inconvénients de chacune?
- c) Compare les 2 suites. Quelles sont les ressemblances et les différences?



TA STRATÉGIE

Partie 2 – Apprentissage autonome

À ton tour!

1. Aiyanna travaille dans une librairie. Son salaire hebdomadaire comporte un montant fixe et une commission pour chaque livre vendu. La table de valeurs ci-dessous indique le salaire hebdomadaire d'Aiyanna au cours des 6 dernières semaines.
 - a) Combien de livres Aiyanna doit-elle vendre pour obtenir un salaire hebdomadaire de 300 \$?
 - b) Quel est le montant minimum qu'Aiyanna peut recevoir chaque semaine?

Nombre de livres vendus, v	Salaire, S (\$)
10	230,00
22	266,00
15	245,00
25	275,00
8	224,00
19	257,00



TA STRATÉGIE

2. Un ballon ayant un volume de $80\,000\text{ cm}^3$ se dégonfle lentement par un petit trou. Il perd 5 % de son volume toutes les 3 secondes. Après combien de temps aura-t-il perdu les trois quarts de son volume?



TA STRATÉGIE

- 
3. Représente une relation linéaire croissante à l'aide de 3 représentations.
Détermine les points communs entre les 3 représentations et ce que cela signifie.



TA STRATÉGIE