

**9<sup>e</sup>**  
**ANNÉE**

# PENSONS MATHÉMATIQUES!

**Une approche renouvelée pour l'enseignement  
et l'apprentissage des mathématiques**

**Minileçon**

ALGÈBRE

Créer et résoudre des équations

## RÉSUMÉ

Dans cette minileçon, l'élève crée des équations à partir d'un problème sous forme d'énoncé et fait la résolution de ces équations. L'élève vérifie sa solution.

## PISTES D'OBSERVATION

L'élève :

- › crée des équations dans divers contextes;
- › effectue des opérations sur les polynômes (regroupe des termes semblables, élimine des termes opposés);
- › utilise l'égalité afin de résoudre des équations algébriques;
- › vérifie sa solution.

## MATÉRIEL

- › calculatrice;
- › crayons rouges;
- › feuilles blanches;
- › logiciel de géométrie (facultatif).

## CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Les concepts mathématiques nommés ci-dessous sont nécessaires pour bien accomplir cette minileçon. Il est important de s'assurer de leur compréhension avant de débiter. Une explication de ceux-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

| Domaine d'étude | Concept mathématique                                                                            |
|-----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Algèbre         | La simplification des expressions algébriques                                                   |
| Algèbre         | La création d'une équation                                                                      |
| Algèbre         | La comparaison des paires de relations de la forme $y = ax + b$ graphiquement et algébriquement |

# Partie 1 – Exploration guidée

## Éléments à faire ressortir

- Une équation possède au moins une variable et la relation d'égalité.
- La résolution d'équation fait appel au principe d'égalité, toute opération faite d'un côté de l'égalité doit être faite de l'autre côté de l'égalité afin de préserver cette égalité. C'est-à-dire que ce qui est fait d'un côté est fait de l'autre.

## Déroulement pour l'exemple 1

- Consulter, au besoin, la fiche **La création d'une équation** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves les équations algébriques et la résolution d'équations ainsi que la terminologie liée à ces concepts en vue de les aider à réaliser l'activité. Il importe de ne pas présenter la résolution d'équation d'un énoncé ayant trois variables. Les élèves doivent la découvrir dans cette minileçon.
- Animer une discussion afin d'activer les connaissances antérieures ou connexes et établir des liens avec des expériences personnelles en posant des questions telles que :
  - Qu'est-ce qu'une variable? Quand a-t-on besoin d'utiliser une variable?
  - Quelles opérations peut-on faire à une équation afin que l'équation préserve son égalité?
- Présenter aux élèves l'exemple 1, soit Une fête familiale.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour créer une équation, regrouper les termes semblables, évaluer les opérations sur ces nombres, déterminer et vérifier sa réponse finale.
- Consulter les notes pédagogiques fournies dans le corrigé de l'exemple 1 pour obtenir des stratégies d'accompagnement au niveau des processus mathématiques et des éléments de difficultés que les élèves risquent de rencontrer.

## Stratégie de résolution de problèmes pour l'exemple 1

L'élève prend le temps de bien comprendre la question et il choisit avec soin la stratégie pour résoudre le problème. Il doit se questionner sur la vraisemblance de la solution obtenue et porter un jugement sur l'efficacité de la stratégie utilisée.

### Notes pédagogiques

- Cet exemple permet à l'élève de mettre en application les processus mathématiques suivants :
  - Le raisonnement et la justification
  - La réflexion
- L'élève doit justifier sa méthode mathématique en démontrant toutes les étapes de sa résolution d'équation. Il évalue si sa solution est logique et sa signification dans le problème énoncé.
- L'élève doit réfléchir afin de bien comprendre l'énoncé du problème et de choisir la meilleure stratégie pour le résoudre. Il présente sa solution de façon claire et précise en utilisant un langage mathématique approprié.

## EXEMPLE 1

### Une fête familiale

Leïla prévoit d'organiser une fête familiale et compare le coût de location de deux salles de réception :

- Salle Expresse : 1 000 \$ plus 20 \$ par personne
- Salle Élégance : 800 \$ plus 25 \$ par personne

À combien de personnes le coût de location des deux salles sera-t-il le même?

### Notes pédagogiques

- L'élève peut avoir de la difficulté à déterminer les équations à deux variables pour représenter la situation.
- Afin d'amener l'élève à établir ce lien, il est important de fournir des pistes de réflexion ou un questionnement adéquat tout au long de la résolution de problème. Voici quelques exemples de questions ou de pistes de réflexion :
  - Que cherche-t-on à déterminer dans ce problème?
  - Si le coût de location est le même, qu'est-ce que cela signifie à l'aide des variables choisies?



## STRATÉGIE 1

## Par comparaison des équations

Je choisis la variable  $n$  qui représentera le nombre de personnes et  $C$  le coût de location. Je crée une équation algébrique représentant le coût de location pour les deux salles :

Salle Expresse :  $C = 1\,000 + 20n$

Salle Élégance :  $C = 800 + 25n$

Puisque le coût des deux salles est égal, alors je peux comparer les deux équations.

$C$  (coût total pour la Salle Expresse) =  $C$  (coût total pour la Salle Élégance)

## Notes pédagogiques

- Au besoin, utiliser un modèle de balance afin que l'élève résolve l'équation.
- L'élève peut avoir de la difficulté à concevoir que le nombre de personnes obtenu est un nombre décimal et qu'il doit l'arrondir pour obtenir un nombre entier.
- Afin d'amener l'élève à établir ce lien, il est important de fournir des pistes de réflexion ou un questionnement adéquat tout au long de la résolution de problème. Voici quelques exemples de questions ou de pistes de réflexion :
  - Est-ce que la résolution d'équations donne toujours des nombres entiers?
  - Est-ce que ta solution est vraisemblable dans cette situation?
  - Qu'arriverait-il si la réponse donnait un nombre décimal de personnes?
  - Comment pourrait-on interpréter ce nombre dans un tel contexte?

Je résous l'équation pour trouver le nombre de personnes :

$$1\,000 + 20n - 25n = 800 + 25n - 25n$$

$$1\,000 - 5n = 800$$

$$1\,000 - 1\,000 - 5n = 800 - 1\,000$$

$$-5n = -200$$

$$\frac{-5n}{-5} = \frac{-200}{-5}$$

$$n = \frac{200}{5}$$

$$n = 40$$

Il faudra donc 40 personnes pour que le prix de location soit le même pour les deux salles.

Je vérifie que le coût de location est le même dans les deux salles en remplaçant  $n$  par 40 dans mon équation originale.

$$1\,000 + 20(40) = 800 + 25(40)$$

$$1\,000 + 800 = 800 + 1\,000$$

$$1\,800 = 1\,800$$

Je conclus qu'à 40 personnes, le coût de location est le même pour les deux salles.

### Notes pédagogiques

- Certains élèves n'auront pas l'habitude de créer des coordonnées en utilisant une variable et une équation et encore moins d'utiliser cette variable pour les animer. Guider l'élève en commençant par les équations initiales et des coordonnées fixes pour ensuite changer pour une variable.
- La variable «  $a$  » dans le graphique est programmée pour itérer entre 0 et 90 et les points correspondants s'affichent sur les droites.



## STRATÉGIE 2

### Une simulation interactive

En utilisant un logiciel graphique tel que [Desmos](#), je crée un graphique qui démontre les coûts de location de salle de 0 à 90 personnes. J'utilise également les variables  $C_1$  et  $C_2$  pour les différentes équations afin de les distinguer visuellement.

Consulte le [graphique Desmos](#).

Je peux également déterminer que le point d'intersection des deux droites se trouve à (40, 1 800).



## Retour sur l'exemple 1

- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leurs autres représentations (table de valeurs ou graphique) pour modéliser la situation. Les élèves bénéficient de la comparaison des différentes représentations. Les élèves peuvent mettre en application le processus de justification en expliquant les avantages/désavantages de chaque représentation.
- Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- Pendant les discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre la résolution d'équation et le principe d'égalité et que les éléments de la section **Éléments à faire ressortir** sont abordés. Si nécessaire, poser des questions telles que :
  - Comment savais-tu quelle variable utiliser?
  - Comment peux-tu t'assurer de maintenir l'égalité de l'équation de chaque côté du signe d'égalité lorsque tu résous une équation?
  - Est-ce que ta solution est vraisemblable?
- Encourager les élèves à ajouter des éléments à leur travail ou à consigner les éléments essentiels dans leur cahier de notes.

## Déroulement pour l'exemple 2

- Présenter aux élèves l'exemple 2, soit Combien de médailles d'or?
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour créer des équations algébriques, élaborer une équation qui incorpore toutes les variables, résoudre l'équation et vérifier les solutions obtenues.
- Consulter les notes pédagogiques fournies dans le corrigé de l'exemple 2 pour obtenir des stratégies d'accompagnement au niveau des processus mathématiques et des éléments de difficulté que les élèves risquent de rencontrer.

## Stratégie de résolution de problèmes pour l'exemple 2

L'élève démontre sa compréhension du problème à l'aide de preuves basées sur son raisonnement mathématique. Il communique sa pensée de façon claire, étape par étape, puis vérifie les stratégies utilisées.

## Notes pédagogiques

- Cet exemple permet à l'élève de mettre en application les processus mathématiques suivants :
  - Le raisonnement et la justification
  - La communication
- L'élève doit justifier sa méthode mathématique en démontrant toutes les étapes de sa résolution d'équation. Il évalue si sa solution est logique et sa signification dans le problème énoncé.
- L'élève utilise des symboles mathématiques et démontre une bonne organisation de son travail. Il justifie sa réponse à l'aide de termes justes.
- À noter qu'il y a plus d'une façon de résoudre une équation.
- Au besoin, utiliser un logiciel numérique avec des balances afin que l'élève résolve l'équation.

### EXEMPLE 2

#### Combien de médailles d'or?

Pendant les Jeux olympiques de Tokyo, le Canada a obtenu un total de 24 médailles. Ce pays a obtenu une médaille d'or de plus que le nombre de médailles d'argent et sept de moins que le triple de médailles d'argent pour le nombre de médailles de bronze. Détermine le nombre de médailles que le Canada a obtenues dans chaque catégorie.

### Corrigé



#### STRATÉGIE 1

##### Choisir une variable

Je choisis une variable appropriée pour chaque catégorie de médailles.

$o$  représente le nombre de médailles d'or

$a$  représente le nombre de médailles d'argent

$b$  représente le nombre de médailles de bronze

Je peux écrire une équation pour la somme totale des médailles.

$$o + a + b = 24$$

Je peux écrire une équation pour chaque catégorie de médaille.

$$o = 1 + a$$

$$a = a$$

$$b = 3a - 7$$

### Notes pédagogiques

- L'élève peut avoir de la difficulté à incorporer les trois équations pour chaque catégorie de médaille dans l'équation du départ.
- Afin d'amener l'élève à établir ce lien, il est important de fournir des pistes de réflexion ou un questionnement adéquat tout au long de la résolution de problèmes. Voici quelques exemples de questions ou de pistes de réflexion.
  - Est-ce que tu peux résoudre une équation qui a plus d'une variable?
  - Est-ce que tu es capable de prendre les 3 équations pour chacune des catégories de médailles pour en faire une seule?
  - As-tu utilisé chacune des données de l'énoncé du problème?

Je peux remplacer les 3 équations pour chaque catégorie de médaille dans la première équation de la somme totale.

$$o + a + b = 24$$

$$(1 + a) + a + (3a - 7) = 24$$

Je peux maintenant résoudre et trouver la valeur de  $a$ , soit le nombre de médailles d'argent.

Je simplifie en regroupant les termes semblables.

$$5a - 6 = 24$$

Je résous.

$$5a - 6 + 6 = 24 + 6$$

$$5a = 30$$

$$\frac{5a}{5} = \frac{30}{5}$$

$$a = 6$$



Je détermine le nombre de médailles dans chaque catégorie si  $a = 6$ .

$$o = 1 + 6$$

$$o = 7$$

$$a = 6$$

$$b = 3(6) - 7$$

$$b = 18 - 7$$

$$b = 11$$

Je vérifie dans l'équation de départ afin de m'assurer que la somme des trois catégories de médaille est égale à 24.

$$o + a + b = 24$$

$$7 + 6 + 11 = 24$$

$$24 = 24$$

Je peux maintenant confirmer que le Canada a remporté 7 médailles d'or, 6 médailles d'argent et 11 médailles de bronze durant les Jeux olympiques de Tokyo.

### Retour sur l'exemple 2

- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour écrire l'équation à résoudre et la résoudre. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- Pendant les discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre l'écriture en mots et l'écriture d'équation, puis entre la résolution d'équation et le principe d'égalité et que les éléments de la section **Éléments à faire ressortir** sont abordés. Si nécessaire, poser des questions telles que :
  - Comment savais-tu quelle variable utiliser?
  - Comment peux-tu t'assurer de maintenir l'égalité de l'équation de chaque côté du signe d'égalité lorsque tu résous une équation?
- Encourager les élèves à ajouter des éléments à leur travail ou à consigner les éléments essentiels dans leur cahier de notes.

### ALLER PLUS LOIN

1. À l'aide de trois nombres de ton choix, écris des équations qui permettent d'écrire chacun d'eux en fonction d'un des nombres choisis. Crée une équation qui permettrait à un autre élève de la classe de déterminer tes trois nombres à l'aide de la résolution d'équation.
2. La hauteur d'un rectangle mesure  $x + 2$  et sa largeur est 3 fois sa hauteur. Son périmètre est de 96. Détermine les dimensions du rectangle.

# Partie 2 – Apprentissage autonome

## Déroulement

- Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!**. Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou autres preuves d'apprentissage.
- Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves et les interpréter selon l'atteinte des critères d'évaluation et cibler les prochaines étapes de l'enseignement et des élèves en vue de les aider à s'améliorer.

**Note :** Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.

## Note pédagogique

- L'enseignante ou l'enseignant pourrait aussi demander aux élèves de comparer la méthode utilisée pour répondre aux problèmes. Ceci permettra aux élèves de bien assimiler qu'il y a plus d'une façon de résoudre une équation.

## Corrigé

1. Raimy aimerait s'inscrire à un club de karaté. Raimy compare les coûts totaux des deux clubs près de son domicile :

- Unanime Karaté a un coût initial de 200 \$ plus 25 \$ par mois.
- Karaté Kool a un coût initial de 110 \$ plus 35 \$ par mois.

À quel endroit Raimy devrait-il s'inscrire?

**Processus mathématique préconisé : raisonnement et la justification**

Je choisis la variable  $C$  pour représenter le coût et  $n$  pour représenter le nombre de mois d'adhésion.

J'écris des équations pour représenter le coût des deux clubs de karaté :

$$C = 200 + 25n$$

$$C = 110 + 35n$$

Pour déterminer le nombre de mois pour lequel les deux clubs auront le même coût, je peux comparer les deux équations.

$$C \text{ (coûts du club Unanime Karaté)} = C \text{ (coûts du club Karaté Kool)}$$

$$200 + 25n = 110 + 35n$$

Je résous l'équation pour trouver le nombre de mois :

$$200 + 25n - 25n = 110 + 35n - 25n$$

$$200 = 110 + 10n$$

$$200 - 110 = 110 - 110 + 10n$$

$$90 = 10n$$

$$\frac{90}{10} = \frac{10n}{10}$$

$$9 = n$$

Je vérifie que les frais des deux clubs sont les mêmes en remplaçant  $n$  par 9 dans mon équation originale.

$$200 + 25(9) = 110 + 35(9)$$

$$200 + 225 = 110 + 315$$

$$425 = 425$$

Je peux également utiliser un élément graphique pour vérifier ma réponse, tel que dans l'exemple 2 ci-dessus.

Consulte le [graphique Desmos](#).

D'après le graphique, je peux constater que le club Karaté Kool est moins dispendieux jusqu'au 9<sup>e</sup> mois.

D'après le graphique, je peux constater qu'après le 9<sup>e</sup> mois, le club Unanime Karaté est moins dispendieux.

Pour 9 mois, je peux choisir l'un ou l'autre.

2. Ensemble, les chiens Milou et Léo pèsent 75 kg. Le poids de Milou est 7 kg de moins que celui de Léo. Quel est le poids respectif de chacun des chiens?

**Processus mathématique préconisé : raisonnement et la justification**

Je choisis la variable  $M$  pour représenter le poids de Milou et  $L$  pour représenter le poids de Léo.

J'écris des équations pour représenter les données du problème :

$$M + L = 75$$

$$M = L - 7$$

Je remplace le poids de Milou dans l'équation de départ.

$$(L - 7) + L = 75$$

Je simplifie.

$$2L - 7 = 75$$

Je résous.

$$2L - 7 + 7 = 75 + 7$$

$$2L = 82$$

$$\frac{2L}{2} = \frac{82}{2}$$

$$L = 41$$

Si  $L = 41$ , alors :

$$M = 41 - 7$$

$$M = 34$$

Je vérifie.

$$M + L = 75$$

$$41 + 34 = 75$$

$$75 = 75$$

Donc, le poids de Milou est de 34 kg et le poids de Léo est de 41 kg.

3. Les longueurs des côtés d'un triangle, en cm, sont trois nombres naturels consécutifs. Si le périmètre est de 45 cm, quelle est la longueur de chaque côté?

**Processus mathématique préconisé : raisonnement et la justification**

Le périmètre d'un triangle est la somme de tous ses côtés; un triangle possède 3 côtés.

Soit  $x$ ,  $y$  et  $z$ , la longueur des 3 côtés du triangle.

Je peux formuler l'équation :  $x + y + z = 45$

Sachant que les trois nombres sont des nombres naturels consécutifs, je peux écrire chaque côté en fonction du côté :

$$x = x$$

$$y = x + 1$$

$$z = x + 2$$

Je remplace ces équations dans l'équation du périmètre de départ :

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 45$$

Je simplifie.

$$3x + 3 = 45$$

Je résous.

$$3x + 3 - 3 = 45 - 3$$

$$3x = 42$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{42}{3}$$

$$x = 14$$

Si  $x = 14$ , alors

$$y = 14 + 1$$

$$y = 15$$

$$z = 14 + 2$$

$$z = 16$$

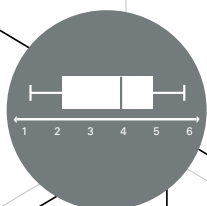
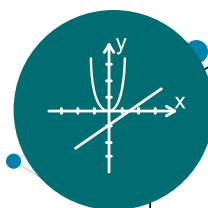
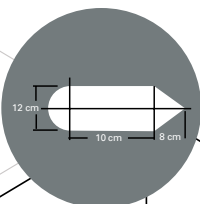
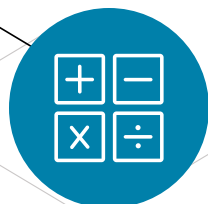
Je vérifie.

$$14 + 15 + 16 = 45$$

$$45 = 45$$

Donc, les trois nombres naturels consécutifs pour chacun des côtés sont :  
14 cm, 15 cm et 16 cm.

VERSION DE L'ÉLÈVE



$$\pi$$
$$1,4 \times 10^{-8}$$
$$-\frac{3}{4}$$

**9<sup>e</sup>**  
**ANNÉE**

# PENSONS MATHÉMATIQUES!

Une approche renouvelée pour l'enseignement  
et l'apprentissage des mathématiques

**Minileçon**

ALGÈBRE

Créer et résoudre des équations

# Partie 1 – Exploration guidée

## EXEMPLE 1

### Une fête familiale

Leïla prévoit d'organiser une fête familiale et compare le coût de location de deux salles de réception :

- Salle Expresse : 1 000 \$ plus 20 \$ par personne
- Salle Élégance : 800 \$ plus 25 \$ par personne

À combien de personnes le coût de location des deux salles sera-t-il le même?



### TA STRATÉGIE

## EXEMPLE 2

### Combien de médailles d'or?

Pendant les Jeux olympiques de Tokyo, le Canada a obtenu un total de 24 médailles. Ce pays a obtenu une médaille d'or de plus que le nombre de médailles d'argent et sept de moins que le triple de médailles d'argent pour le nombre de médailles de bronze. Détermine le nombre de médailles que le Canada a obtenues dans chaque catégorie.



### TA STRATÉGIE

## Partie 2 – Apprentissage autonome

### À ton tour!

1. Raimy aimerait s'inscrire à un club de karaté. Raimy compare les coûts totaux des deux clubs près de son domicile :
  - Unanime Karaté a un coût initial de 200 \$ plus 25 \$ par mois.
  - Karaté Kool a un coût initial de 110 \$ plus 35 \$ par mois.À quel endroit Raimy devrait-il s'inscrire?



### TA STRATÉGIE

2. Ensemble, les chiens Milou et Léo pèsent 75 kg. Le poids de Milou est 7 kg de moins que celui de Léo. Quel est le poids respectif de chacun des chiens?



### TA STRATÉGIE

3. Les longueurs des côtés d'un triangle, en cm, sont trois nombres naturels consécutifs. Si le périmètre est de 45 cm, quelle est la longueur de chaque côté?



### TA STRATÉGIE