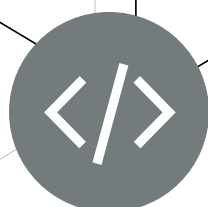


$$\pi$$
$$1,4 \times 10^{-8}$$
$$-\frac{3}{4}$$



9^e
ANNÉE

PENSONS MATHÉMATIQUES!

**Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques**

Minileçon

NOMBRES

Résoudre des situations comportant
des fractions unitaires

RÉSUMÉ

Dans cette minileçon, l'élève met en pratique sa compréhension des fractions unitaires et de leurs relations avec différentes quantités fractionnaires dans divers contextes de la vie quotidienne.

PISTES D'OBSERVATION

L'élève :

- › décompose des fractions grâce à une addition répétée de fractions unitaires;
- › reconnaît qu'une fraction peut être décomposée en produit d'un entier et d'une fraction unitaire;
- › utilise du matériel de manipulation pour représenter des fractions unitaires;
- › utilise le concept des fractions équivalentes pour résoudre des problèmes.

MATÉRIEL

- › matériel de manipulation tel que des jetons bicolores, des bandes fractionnaires, des réglettes.
-

CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Les concepts mathématiques nommés ci-dessous sont nécessaires pour bien accomplir cette minileçon. Il est important de s'assurer de leur compréhension avant de débiter. Une explication de ceux-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

Domaine d'étude	Concept mathématique
Nombres	Les fractions unitaires
Nombres	Les signes des nombres et l'effet sur les fractions (rapports et taux)
Nombres	Les stratégies de résolution de problèmes comportant des fractions positives et négatives

Partie 1 – Exploration guidée

Éléments à faire ressortir

- Une fraction unitaire est une fraction dont le numérateur est 1 et le dénominateur est un nombre entier positif.

Exemple : $\frac{1}{3}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{50}, \frac{1}{90}$ et $\frac{1}{101}$

- Une fraction peut être décomposée par une addition répétée d'une fraction unitaire.

Exemple : $\frac{4}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$

- Une fraction peut être décomposée par le produit d'un entier et d'une fraction unitaire.

Exemple : $\frac{4}{3} = 4\left(\frac{1}{3}\right)$

- Le matériel de manipulation est utilisé afin de représenter les différentes opérations sur les fractions unitaires.

- Des fractions équivalentes sont des fractions qui représentent le même nombre et la même proportion.

Exemple : $\frac{3}{7} = \frac{3 \times 2}{7 \times 2}$
 $= \frac{6}{14}$

Déroulement pour l'exemple 1

- Consulter, au besoin, la fiche **Les fractions unitaires** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves les composantes d'une fraction unitaire ainsi que la terminologie liée à ces concepts en vue de les aider à réaliser l'activité. Dans cette minileçon, les élèves décomposent une fraction par le produit d'un entier et d'une fraction unitaire.
- Animer une discussion afin d'activer les connaissances antérieures ou connexes et établir des liens avec des expériences personnelles en posant des questions telles que :
 - Dans quel contexte les fractions sont-elles présentes dans ta vie quotidienne?
 - As-tu déjà utilisé des fractions pour mesurer le temps, une quantité ou une longueur? Si oui, donne des exemples.
 - Peux-tu donner des exemples de mesure de temps, de longueur ou de quantité qui nécessitent une fraction?

- Présenter aux élèves l'exemple 1, soit Le prix d'un stationnement.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour déterminer le nombre de quarts d'heure entre minuit et 11 h 15.
- Consulter les notes pédagogiques fournies dans le corrigé de l'exemple 1 pour obtenir des stratégies d'accompagnement relativement aux processus mathématiques et aux éléments de difficulté que les élèves risquent de rencontrer.
- Choisir différentes stratégies de regroupements flexibles afin de répondre aux différents besoins des élèves.

Stratégie de résolution de problèmes pour l'exemple 1

L'élève utilise un modèle, tel qu'une droite numérique double, pour déterminer le nombre de quarts d'heure qui se sont écoulés depuis le début de la journée ainsi que le montant à payer.

Notes pédagogiques

Cet exemple permet à l'élève d'appliquer le processus mathématique de réflexion.

EXEMPLE 1

Le prix d'un stationnement

Un stationnement public coûte 5 \$ pour les 3 premières heures et ensuite 0,50 \$ par quart d'heure. Doug stationne sa voiture à 8 h 30. Il quitte le stationnement à 17 h 45. Combien doit-il payer pour stationner sa voiture?

Corrigé

Notes pédagogiques

- L'élève choisit avec soin la stratégie, se questionne sur la vraisemblance de la solution obtenue et porte un jugement sur l'efficacité de la stratégie utilisée ainsi que le mode de représentation.
- L'élève utilise des droites numériques afin de résoudre le problème en question. L'élève peut aussi utiliser des stratégies non visuelles. L'enseignante ou l'enseignant peut offrir à l'élève l'occasion d'utiliser du matériel concret. L'utilisation du matériel de manipulation permet à l'élève de développer sa compréhension conceptuelle de la fraction unitaire.

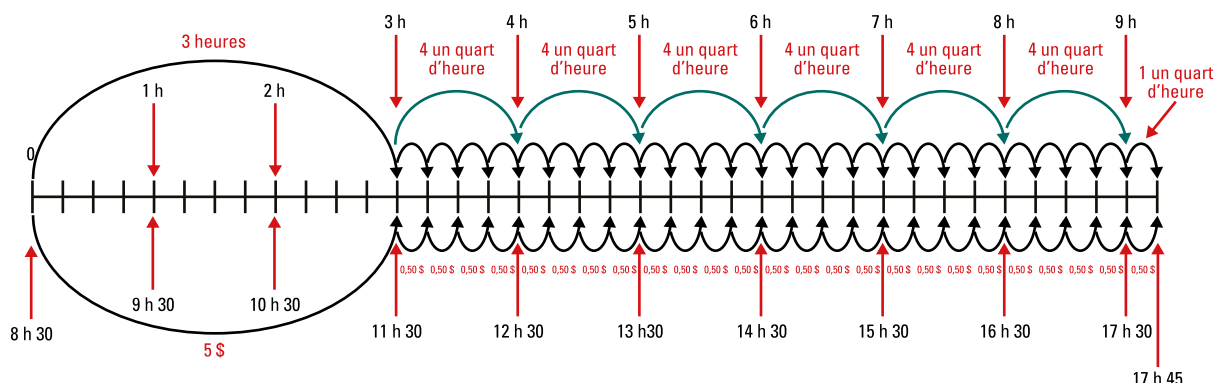
- Afin d'amener l'élève à effectuer les opérations avec des fractions unitaires et de réfléchir sur les stratégies utilisées et le mode de représentation, il est important de fournir des pistes de réflexion ou un questionnement adéquat tout au long de la résolution du problème. Voici quelques exemples de questions ou de pistes de réflexion afin d'aider l'élève à simplifier des expressions algébriques :
 - Est-ce que ta solution est logique?
 - Y aurait-il eu une autre approche afin de résoudre le problème?
- L'enseignante ou l'enseignant peut permettre la collaboration, les discussions en petits groupes suivies de discussions en grand groupe afin de résoudre ce problème. La communication entre les élèves au moyen de discussions leur permet de réfléchir aux connaissances antérieures et assure une certaine compréhension de la question.
- À la suite de la résolution du problème, l'enseignante ou l'enseignant amène l'élève à comparer son approche ou sa stratégie avec celle d'une ou d'un autre élève et à réfléchir aux ressemblances et aux différences.

? Quelle stratégie veux-tu essayer afin de résoudre le problème?



STRATÉGIE 1

Représentation de la fraction unitaire à l'aide d'une double droite numérique



Je compte les trois premières heures pour me rendre à 11 h 30. Ces trois premières heures coûtent 5 \$.

Il y a 6 groupes de 4 un quart d'heure de 11 h 30 à 17 h 30, ce qui représente $6 \times 4 = 24$ quarts en tout. Il reste un quart d'heure de 17 h 30 à 17 h 45 qui s'ajoute au 24 pour un total de 25 quarts d'heure de 11 h 30 à 17 h 45.

Je calcule le tarif pour les 25 quarts d'heure à un taux de 0,50 \$/quart d'heure pour un total de $25 \times 0,50 \$ = 12,50 \$$.

Donc, Doug doit payer $5 \$ + 12,50 \$ = 17,50 \$$ pour stationner sa voiture de 8 h 30 à 17 h 45.

? *As-tu présenté la solution de manière claire et précise à l'aide du langage mathématique approprié?*



STRATÉGIE 2

Décomposition de la fraction impropre en utilisant le produit d'un entier et d'une fraction unitaire

De 8 h 30 à 11 h 30, Doug paye 5 \$.

De 11 h 30 à 17 h 45, il y a 6 heures et un quart.

Puisqu'il y a 4 quarts d'heure dans une heure, 6 heures représentent 24 quarts d'heure. Au total, il y a 25 quarts d'heure.

On peut représenter $\frac{25}{4}$ comme un produit $25 \left(\frac{1}{4} \right)$.

Puisque Doug doit payer 25 quarts d'heure à 0,50 \$, le coût est donc de 12,50 \$. Il faut ajouter 5 \$ pour les 3 premières heures.

Donc, Doug doit payer 17,50 \$ pour stationner sa voiture.

Retour sur l'exemple 1

- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour déterminer le nombre de quarts d'heure. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- Pendant les discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre la valeur du numérateur, le produit et la fraction unitaire, et que les éléments de la section **Éléments à faire ressortir** sont abordés. Si nécessaire, poser une question telle que : Comment est-il possible de représenter un nombre fractionnaire en somme de fractions unitaires répétées ou par le produit d'un entier et la fraction unitaire?
- Encourager les élèves à ajouter des éléments à leur travail ou à consigner les éléments essentiels dans leur cahier de notes.

Déroulement pour l'exemple 2

- Présenter aux élèves l'exemple 2, soit Les quantités d'une recette de gâteau.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour déterminer le nombre de tasses à mesurer nécessaire pour la confection du gâteau selon la grandeur de la tasse à mesurer.

- Consulter les notes pédagogiques fournies dans le corrigé de l'exemple 2 pour obtenir des stratégies d'accompagnement relativement aux processus mathématiques et aux éléments de difficulté que les élèves risquent de rencontrer.
- Choisir différentes stratégies de regroupements flexibles afin de répondre aux différents besoins des élèves

Stratégie de résolution de problèmes pour l'exemple 2

L'élève utilise des illustrations ainsi que du matériel concret afin de déterminer le nombre de tasses de farine qui sont nécessaires pour la confection du gâteau.

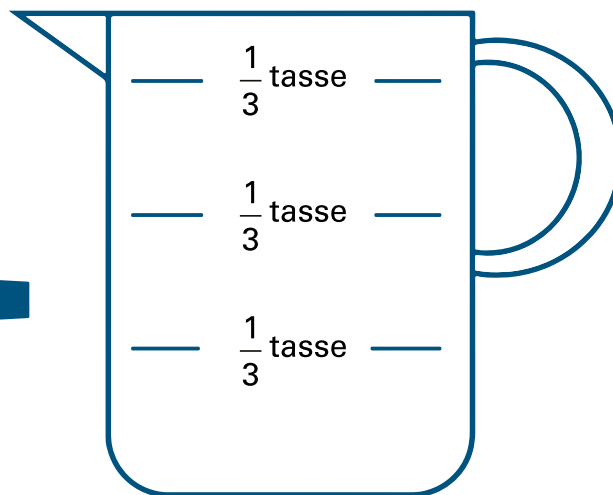
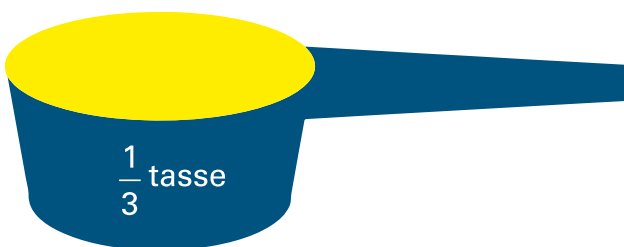
Notes pédagogiques

Cet exemple permet à l'élève d'appliquer le processus mathématique de sélection d'outils et de stratégies.

EXEMPLE 2

Les quantités d'une recette de gâteau

Une recette de gâteau demande d'utiliser $3\frac{2}{3}$ tasses de farine. Si tu n'as accès qu'à une tasse à mesurer d'un tiers de tasse et d'une tasse à mesurer divisée en tiers, comment mesurerais-tu $3\frac{2}{3}$ tasses de farine?



Notes pédagogiques

- L'élève sélectionne la stratégie la plus appropriée pour résoudre le problème en question. L'élève peut utiliser une représentation visuelle, du matériel concret, une stratégie d'addition répétée ou une décomposition en produit.
- L'élève utilise une représentation visuelle d'une tasse à mesurer afin de résoudre le problème en question. L'enseignante ou l'enseignant pourrait offrir à l'élève l'occasion d'utiliser du matériel concret. L'utilisation du matériel concret permet à l'élève de développer sa compréhension conceptuelle de la fraction unitaire.
- Afin d'amener l'élève à effectuer les opérations avec des fractions unitaires, il est important de fournir des pistes de réflexion ou un questionnaire adéquat tout au long de la résolution du problème.
 - Connais-tu une autre stratégie qui te permet d'effectuer ces calculs?

Je détermine le nombre de fois que je dois remplir la tasse à mesurer d'un tiers de tasse pour obtenir $3\frac{2}{3}$.

Notes pédagogiques

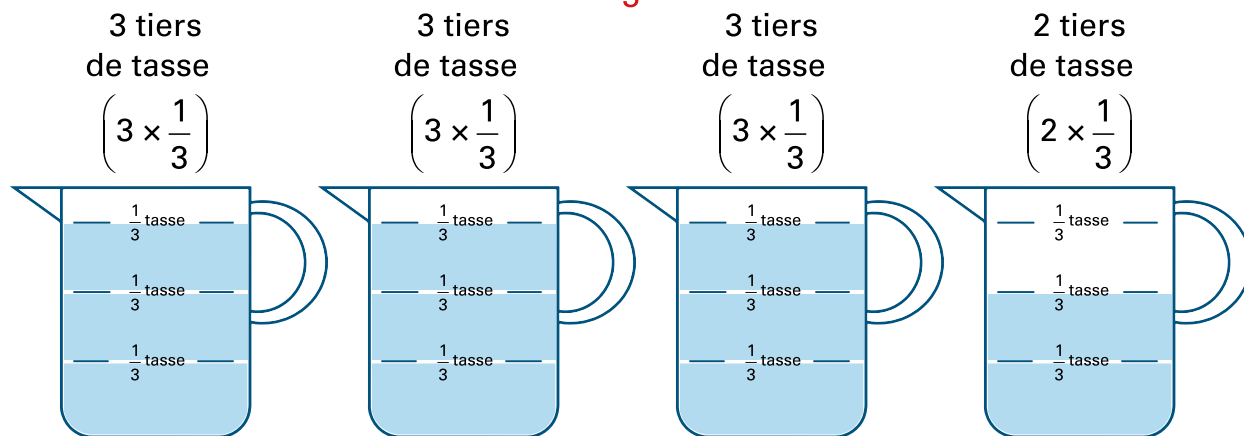
L'élève utilise une stratégie de décomposition des fractions en fractions unitaires. Cette stratégie permet à l'élève de faire un lien avec le concept mathématique des additions de fractions.



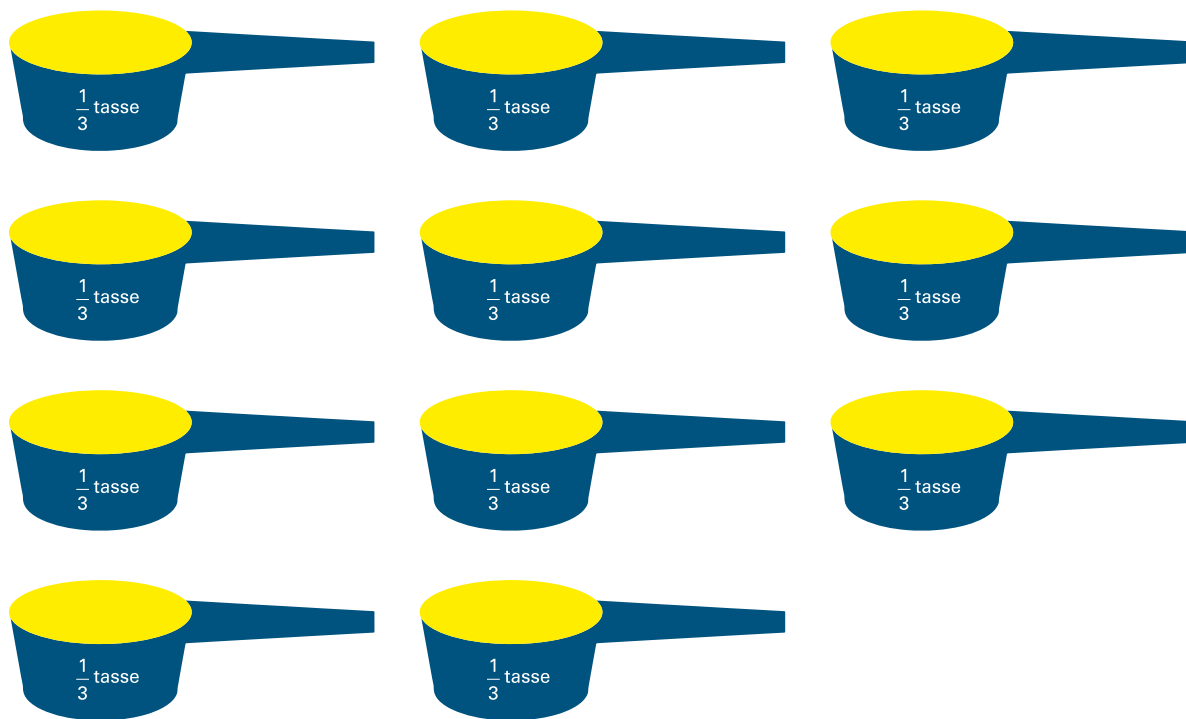
STRATÉGIE 1

La décomposition de la fraction en fractions unitaires à l'aide d'une représentation visuelle

Je représente visuellement la valeur de $3\frac{2}{3}$ tasses.



Ou



? Combien d'autres combinaisons de mesures sont possibles?

Combien de fois est-ce que $\frac{1}{3}$ tasse doit être additionné pour obtenir $3\frac{2}{3}$ tasses?

J'additionne $\frac{1}{3}$ tasse 11 fois pour obtenir $3\frac{2}{3}$ tasses de farine. Autrement dit, je dois remplir ma tasse à mesurer d'un tiers de tasse 11 fois pour obtenir $3\frac{2}{3}$ tasses de farine.

Puisqu'il y a 3 tiers de tasse de farine dans une tasse, 3 tasses représentent 9 tiers de tasse de farine. Au total, il y a donc 11 tiers de tasse de farine.

On peut représenter $\frac{11}{3}$ comme un produit $11\left(\frac{1}{3}\right)$.

Notes pédagogiques

L'élève utilise une stratégie de décomposition des fractions en fractions unitaires à l'aide d'un produit. Cette stratégie permet à l'élève de faire un lien avec le concept mathématique de la multiplication de fractions.



STRATÉGIE 2

La décomposition de la fraction en fractions unitaires à l'aide d'une addition répétée

$3\frac{2}{3}$ peut être décomposée ainsi :

$$= 3\frac{2}{3}$$

$$= 1 + 1 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

$$= 11\left(\frac{1}{3}\right)$$

? Comment tes connaissances sur les additions et les multiplications de fractions te permettent-elles d'utiliser cette stratégie?

Je vais remplir 11 fois la tasse à mesurer d'un tiers de tasse avec de la farine.

Retour sur l'exemple 2

- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour trouver la différence entre le calcul à l'aide d'une tasse à mesurer d'un tiers de tasse et celui à l'aide d'une tasse à mesurer divisée en tiers. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- Pendant les discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre la stratégie d'addition répétée et celle du produit d'un entier avec la fraction unitaire, et que les éléments de la section **Éléments à faire ressortir** sont abordés. Si nécessaire, poser une question telle que : Comment le concept de la fraction unitaire peut-il t'aider à doubler une recette?
- Encourager les élèves à ajouter des éléments à leur travail ou à consigner les éléments essentiels dans leur cahier de notes.

ALLER PLUS LOIN

Malgré le fait qu'il soit préférable d'utiliser le système métrique, les mesures dans le domaine de la construction construction sont souvent calculées en unités du système impérial. Les fractions unitaires qui sont typiquement utilisées sont $\frac{1}{2}$ po, $\frac{1}{4}$ po, $\frac{1}{8}$ po et $\frac{1}{16}$ po.

À l'aide d'une droite numérique, place les fractions en ordre croissant.

$\frac{7}{8}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{7}{4}$, $7\frac{1}{4}$, $\frac{25}{2}$, $\frac{25}{4}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{16}$

Partie 2 – Apprentissage autonome

Déroulement

- Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!**. Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou de preuves d'apprentissage.
- Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves et les interpréter selon l'atteinte des critères d'évaluation et cibler les prochaines étapes de l'enseignement en vue d'aider les élèves à s'améliorer.

Note : Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.

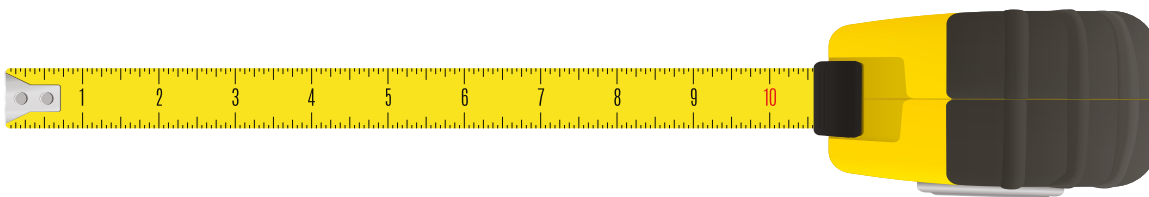
Corrigé

1. Un morceau de bois d'une longueur de 3 pi doit être marqué tous les $\frac{5}{8}$ de pouces afin de pouvoir mettre des vis. Combien de vis seront nécessaires pour ce morceau de 3 pi?

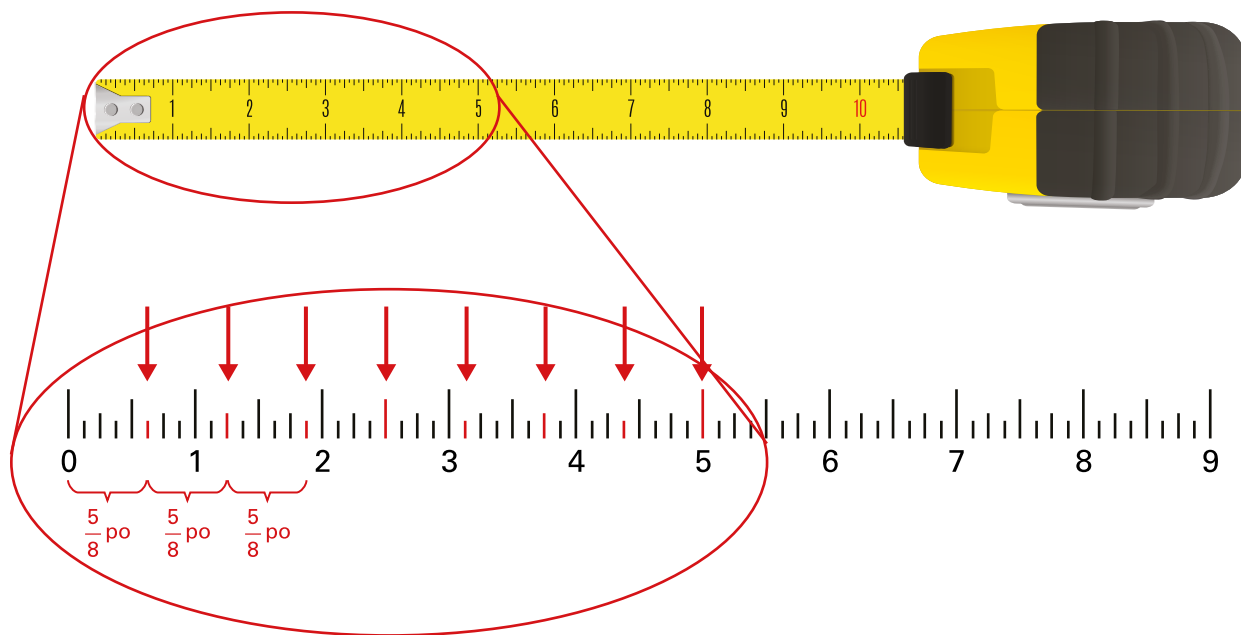
Processus mathématique préconisé : établissement des liens

L'élève établit des liens entre le concept des fractions et son utilisation dans la vie quotidienne.

Je représente la mesure du morceau de bois à l'aide d'un ruban à mesurer divisé en unités du système impérial.



J'indique ensuite les mesures de $\frac{5}{8}$ po. Pour ce faire, je compte 5 fois $\frac{1}{8}$ po sur le ruban à mesurer.



Je remarque qu'il y a 8 mesures de $\frac{5}{8}$ po tous les 5 po. Pour éviter d'indiquer toutes les mesures, je peux compter le nombre de mesures de 5 po sur le morceau de bois.

Je calcule le nombre de pouces dans 3 pieds.

$$\begin{aligned} 3 \text{ pi} &= 3 \times 12 \text{ po} \\ &= 36 \text{ po} \end{aligned}$$

Je calcule le nombre de mesures de 5 po dans 36 po.

$$36 \text{ po} \div 5 \text{ po} = 7 \text{ (avec 1 po restant)}$$

Puisqu'il y a 8 mesures de $\frac{5}{8}$ po tous les 5 po, je peux calculer $8 \times 7 = 56$.

Il reste 1 mesure de $\frac{5}{8}$ po. J'aurai donc besoin de 57 vis.

2. Robert s'achète un nouveau coffre à outils. Il contient un rangement pour les douilles. Robert trébuche et certaines douilles s'éparpillent. À l'aide de fractions unitaires, classe les douilles en ordre croissant.

Voici les dimensions des douilles :

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{5}{16}, \frac{3}{4}, \frac{15}{32}$$



Processus mathématique préconisé : communication

L'élève communique le résultat de ses réponses en y insérant toutes les étapes afin de clarifier ses idées.



STRATÉGIE 1

Comparaison de fractions

Numérateurs communs :

Je compare les numérateurs communs des fractions $\frac{3}{8}$ et $\frac{3}{4}$.

Puisque des quarts de pouce sont plus grands que des huitièmes de pouce, alors $\frac{3}{4}$ de pouce est plus grands que $\frac{3}{8}$ de pouce.

Donc, je peux placer ces deux premières douilles dans l'ordre :

$$\frac{3}{8}, \frac{3}{4}$$

Fraction repère :

Je prends $\frac{1}{2}$ comme fraction repère.

$\frac{1}{2}$ se trouve donc entre $\frac{3}{8}$ et $\frac{3}{4}$.

Donc, je peux placer ces trois douilles dans l'ordre :

$$\frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$$

Je remarque que $\frac{15}{32}$ est très près de $\frac{1}{2}$, mais il a $\frac{1}{32}$ de moins que $\frac{16}{32}$. Donc, je peux

placer $\frac{15}{32}$ devant $\frac{1}{2}$.

Donc, je peux placer ces quatre douilles dans l'ordre :

$$\frac{3}{8}, \frac{15}{32}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$$



Dénominateur commun :

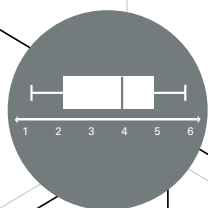
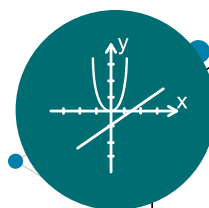
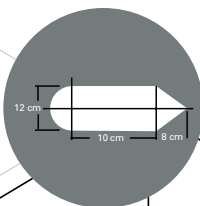
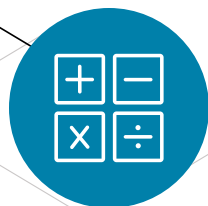
Je compare $\frac{3}{8}$ et $\frac{5}{16}$.

Je transforme $\frac{3}{8}$ en seizième, soit $\frac{6}{16}$, pour la comparer avec $\frac{5}{16}$. Puisque $\frac{5}{16}$ est plus petit que $\frac{6}{16}$, alors $\frac{5}{16}$ est plus petit que $\frac{3}{8}$.

Donc, je peux placer les cinq douilles en ordre croissant :

$$\frac{5}{16}, \frac{3}{8}, \frac{15}{32}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$$

VERSION DE L'ÉLÈVE



$$\pi$$
$$1,4 \times 10^{-8}$$
$$-\frac{3}{4}$$

9^e
ANNÉE

PENSONS MATHÉMATIQUES!

Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques

Minileçon

NOMBRES

Résoudre des situations comportant
des fractions unitaires

Partie 1 – Exploration guidée

EXEMPLE 1

Le prix d'un stationnement

Un stationnement public coûte 5 \$ pour les 3 premières heures et ensuite 0,50 \$ par quart d'heure. Doug stationne sa voiture à 8 h 30. Il quitte le stationnement à 17 h 45. Combien doit-il payer pour stationner sa voiture?

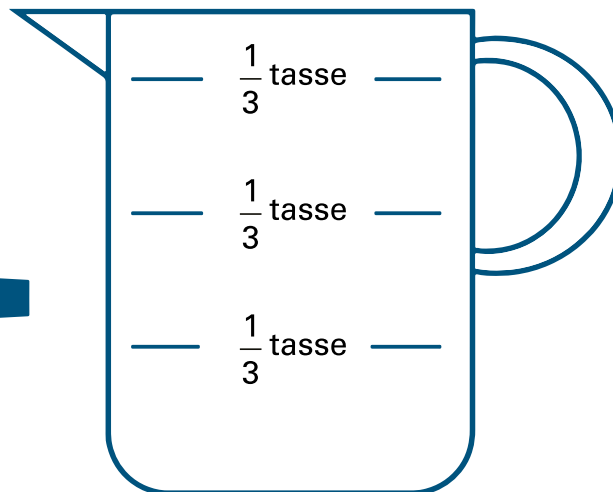
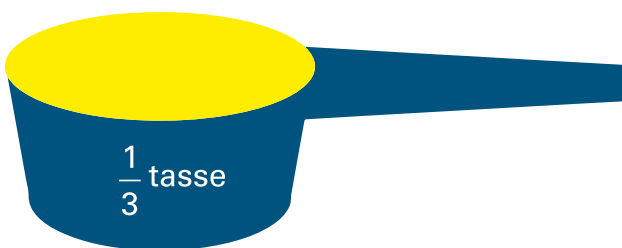


TA STRATÉGIE

EXEMPLE 2

Les quantités d'une recette de gâteau

Une recette de gâteau demande d'utiliser $3\frac{2}{3}$ tasses de farine. Si tu n'as accès qu'à une tasse à mesurer d'un tiers de tasse et d'une tasse à mesurer divisée en tiers, comment mesurerais-tu $3\frac{2}{3}$ tasses de farine?



TA STRATÉGIE

Partie 2 – Apprentissage autonome

À ton tour!

1. Un morceau de bois d'une longueur de 3 pi doit être marqué tous les $\frac{5}{8}$ de pouces afin de pouvoir mettre des vis. Combien de vis seront nécessaires pour ce morceau de 3 pi?



TA STRATÉGIE

2. Robert s'achète un nouveau coffre à outils. Il contient un rangement pour les douilles. Robert trébuche et certaines douilles s'éparpillent. À l'aide de fractions unitaires, classe les douilles en ordre croissant.

Voici les dimensions des douilles :

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{5}{16}, \frac{3}{4}, \frac{15}{32}$$



TA STRATÉGIE