

9^e
ANNÉE

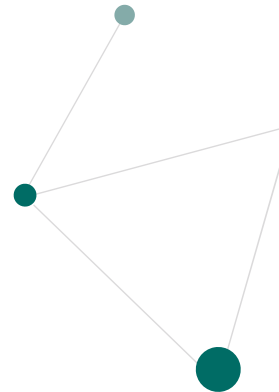
PENSONS MATHÉMATIQUES!

**Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques**

Minileçon

NOMBRES

Faire le lien entre des expressions numériques
et des expressions algébriques
en ce qui a trait aux exposants



RÉSUMÉ

Dans cette minileçon, l'élève explore différentes stratégies pour établir un lien entre la simplification des expressions numériques et algébriques.

PISTES D'OBSERVATION

L'élève :

- › simplifie des expressions algébriques ayant des termes semblables avec des puissances;
- › utilise plus d'une stratégie pour simplifier des expressions algébriques ayant des exposants négatifs;
- › exprime une puissance ayant un exposant négatif par une puissance ayant un exposant positif et vice-versa;
- › compare des expressions algébriques équivalentes et non équivalentes;
- › simplifie ou évalue une puissance ayant un exposant nul.

MATÉRIEL

- › calculatrice;
 - › crayons rouges;
 - › feuilles blanches.
-

CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Les concepts mathématiques nommés ci-dessous sont nécessaires pour bien accomplir cette minileçon. Il est important de s'assurer de leur compréhension avant de débiter. Une explication de ceux-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

Domaine d'étude	Concept mathématique
Nombres	Le signe et la valeur des exposants
Nombres	Les opérations sur les puissances
Algèbre	Les expressions algébriques
Algèbre	La simplification des expressions algébriques
Algèbre	La simplification d'expressions algébriques avec exposants

Partie 1 – Exploration guidée

Éléments à faire ressortir

- Deux termes sont semblables s'ils contiennent exactement les mêmes variables avec les mêmes exposants.
- Les opérations d'addition et de soustraction de deux termes sont possibles uniquement lorsque ceux-ci sont des termes semblables.
- Une expression est simplifiée lorsqu'il n'y a plus d'opérations mathématiques possibles.
- La multiplication de puissances ayant des termes semblables peut être représentée à l'aide de deux stratégies :
 - une addition des exposants : $a^b \times a^c = a^{b+c}$;
 - une multiplication répétée : $a \times a \times a \times a \times a \times a = a^6$.
- La division de puissances ayant des termes semblables peut être représentée à l'aide de deux stratégies :
 - une soustraction des exposants : $a^b \div a^c = a^{b-c}$;
 - une multiplication répétée : $\frac{\cancel{a} \times \cancel{a} \times a \times a}{\cancel{a} \times \cancel{a}} = a \times a = a^2$.
- Lorsqu'une puissance est affectée d'un exposant, les exposants seront multipliés : $(a^b)^c = a^{b \times c}$.
- Lorsqu'une puissance est affectée d'un exposant négatif, je peux manipuler l'expression afin d'utiliser un exposant positif : $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ et $\frac{1}{b^{-2}} = b^2$.

Déroulement pour l'exemple 1

- Consulter, au besoin, la fiche **La simplification d'expressions algébriques avec exposants** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves les stratégies pour simplifier des expressions algébriques simples et les termes semblables ainsi que la terminologie liée à ces concepts en vue de les aider à réaliser l'activité. Il importe de ne pas présenter la stratégie de simplification à l'aide de l'addition et de la soustraction des exposants. Les élèves doivent le découvrir dans cette minileçon.
- Animer une discussion afin d'activer les connaissances antérieures ou connexes et établir des liens avec des expériences personnelles en posant des questions telles que :
 - Dans quel contexte as-tu déjà vu des exposants?
 - De quelle façon les mathématiques sont-elles présentes dans ta vie quotidienne?
- Présenter aux élèves l'exemple 1, soit Simplifier des expressions.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour regrouper les termes semblables, additionner les coefficients, évaluer les opérations sur ces nombres et simplifier l'expression.
- Consulter les notes pédagogiques fournies dans le corrigé de l'exemple 1 pour obtenir des stratégies d'accompagnement au niveau des processus mathématiques et des éléments de difficulté que les élèves risquent de rencontrer.
- Choisir différentes stratégies de regroupements flexibles afin de répondre aux différents besoins des élèves.

Stratégie de résolution de problèmes pour l'exemple 1

L'élève établit des liens entre la simplification d'expressions algébriques et la simplification d'expressions numériques en utilisant la résolution de versions simplifiées des problèmes plus complexes dans les exemples subséquents.

Notes pédagogiques

- Cet exemple permet à l'élève de mettre en application le processus de mathématiques d'établissement de liens.
- L'élève fait le lien entre le processus de simplification des expressions numériques et des expressions algébriques en ce qui trait à la simplification d'expressions contenant des exposants.

EXEMPLE 1

Simplifier des expressions

Simplifier les expressions suivantes :

- a) $4^2 + 4^2$
- b) $b^2 + b^2$
- c) $4(4^2) + 3(4^2)$
- d) $4(b^2) + 3(b^2)$
- e) $4(4^2) - 3(4^2)$
- f) $4(b^2) - 3(b^2)$

Corrigé

Notes pédagogiques

- L'élève pourrait effectuer des opérations erronées en décidant d'additionner les deux bases et obtenir une réponse de 8^2 ou d'additionner les exposants et obtenir une réponse de 4^4 .
- Afin d'amener l'élève à établir un lien entre ses résultats et le processus de simplification d'expressions numériques et algébriques, l'enseignante ou l'enseignant encourage l'élève à évaluer l'expression initiale ainsi que l'expression simplifiée. En obtenant la même réponse, l'élève confirme que la stratégie utilisée est la bonne et peut ensuite l'appliquer aux expressions algébriques.

a) Je simplifie l'expression numérique $4^2 + 4^2$.

? *Comment simplifier une expression numérique où l'on retrouve une addition de deux puissances identiques? Est-ce que j'additionne les bases? Est-ce que j'additionne les exposants? Est-ce que j'additionne le coefficient qui est devant la puissance?*

Je détermine les termes semblables. Les deux termes ont une puissance ayant une base et un exposant communs. 4^2 est un terme semblable pour les deux termes.

J'additionne les coefficients pour chacun des termes. Le coefficient pour chacun des termes est 1.

$$\begin{aligned} 4^2 + 4^2 &= 1 \times 4^2 + 1 \times 4^2 \\ &= 2 \times 4^2 \end{aligned}$$

Je vérifie mon résultat en comparant la valeur numérique de mon expression initiale et celle qui est simplifiée. J'évalue 2×4^2 pour déterminer si la stratégie représente la somme de $4^2 + 4^2$.

$4^2 + 4^2$	
$= 2 \times 4^2$	$4^2 + 4^2$
$= 2 \times 16$	$= 16 + 16$
$= 32$	$= 32$

Puisque les deux expressions sont équivalentes, la stratégie à préconiser lorsque j'additionne deux puissances ayant la même base et le même exposant est d'additionner les coefficients.

? *Pourquoi est-ce que je ne peux pas additionner les exposants? Pourquoi est-ce que je ne peux pas additionner les bases?*

Notes pédagogiques

- L'élève établit un lien entre la stratégie de simplification d'expressions numériques et la stratégie de simplification d'expressions algébriques.
- L'élève utilise la stratégie développée en a) afin de simplifier l'expression numérique $b^2 + b^2$.

b) Je simplifie l'expression algébrique $b^2 + b^2$.

Tel que déterminé dans l'exemple a), lorsque j'additionne deux puissances ayant la même base et le même exposant, je peux additionner les coefficients.

$$\begin{aligned} b^2 + b^2 \\ &= 1 \times b^2 + 1 \times b^2 \\ &= 2b^2 \end{aligned}$$

Notes pédagogiques

- L'élève pourrait effectuer des opérations erronées en décidant de multiplier le coefficient et la base de la puissance ($3 \times 4^2 = 48$, tel que mentionné dans la section a). L'enseignante ou l'enseignant encourage l'élève à évaluer l'expression initiale ainsi que l'expression simplifiée. En obtenant la même réponse, l'élève confirme que la stratégie utilisée est la bonne et peut ensuite l'appliquer aux expressions algébriques.

c) Je simplifie l'expression numérique $4(4^2) + 3(4^2)$.

Je détermine les termes semblables. Les deux termes ont une puissance ayant une base et un exposant communs. 4^2 est un terme semblable pour les deux termes.

J'additionne les coefficients pour chacun des termes.

Lorsque j'additionne deux puissances ayant la même base et le même exposant, je peux additionner les coefficients.

$$\begin{aligned} & 4(4^2) + 3(4^2) \\ &= 4(4^2) + 3(4^2) \\ &= 7(4^2) \end{aligned}$$

Je vérifie mon résultat en comparant la valeur numérique de mon expression initiale et celle qui est simplifiée.

$4(4^2) + 3(4^2)$	$4(4^2) + 3(4^2)$
$= 4 \times 16 + 3 \times 16$	$= 7(4^2)$
$= 64 + 48$	$= 7 \times 16$
$= 112$	$= 112$

Puisque les deux expressions sont équivalentes, la stratégie à préconiser lorsque j'additionne deux puissances ayant la même base et le même exposant est d'additionner les coefficients lorsque les coefficients sont différents.

Notes pédagogiques

- L'élève établit un lien entre la stratégie de simplification d'expressions numériques et la stratégie de simplification d'expressions algébriques.
- L'élève utilise la stratégie développée en c) afin de simplifier l'expression numérique $4(b^2) + 3(b^2)$.

d) Je simplifie l'expression algébrique $4(b^2) + 3(b^2)$.

Lorsque j'additionne deux puissances ayant la même base et le même exposant, je peux additionner les coefficients.

$$\begin{aligned} &4(b^2) + 3(b^2) \\ &= 4 \times b^2 + 3 \times b^2 \\ &= 7b^2 \end{aligned}$$

Notes pédagogiques

- L'élève doit reconnaître que la soustraction est l'opération mathématique inverse (ou réciproque) à l'addition.
- Afin d'amener l'élève à établir un lien entre ses résultats et le processus de simplification d'expressions numériques et algébriques, il est important de fournir des pistes de réflexion ou un questionnement adéquat tout au long de la résolution du problème. Voici quelques exemples de questions ou de pistes de réflexion :
 - Quel est le coefficient du deuxième terme?
 - Pourrais-tu utiliser une autre stratégie pour simplifier cette expression numérique?
 - Peux-tu évaluer ton expression numérique simplifiée et comparer cette réponse avec l'évaluation de l'expression numérique dans la question? As-tu obtenu la même réponse?

e) Je simplifie l'expression numérique $4(4^2) - 3(4^2)$.

Lorsque j'additionne deux puissances ayant la même base et le même exposant, je peux additionner les coefficients. Je détermine si je peux utiliser la même stratégie lorsque je soustrais.

Je détermine les termes semblables. Les deux termes ont une puissance contenant une base et un exposant communs. 4^2 est un terme semblable pour les deux termes.

Je soustrais les coefficients pour chacun des termes.

$$\begin{aligned} &4(4^2) - 3(4^2) \\ &= 1(4^2) \\ &= 4^2 \end{aligned}$$

Je vérifie mon résultat en comparant la valeur numérique de mon expression initiale et celle qui est simplifiée.

$4(4^2) - 3(4^2)$	$4(4^2) - 3(4^2)$
$= 4 \times 16 - 3 \times 16$	$= 4^2$
$= 64 - 48$	$= 16$
$= 16$	

Puisque les deux méthodes de vérification obtiennent le même résultat, la stratégie à préconiser lorsque je soustrais deux puissances ayant la même base et le même exposant est de soustraire les coefficients lorsque les coefficients sont différents.

Notes pédagogiques

- L'élève établit un lien entre la stratégie de simplification d'expressions numériques et la stratégie de simplification d'expressions algébriques.
- L'élève utilise la stratégie développée en e) afin de simplifier l'expression numérique $4(b^2) - 3(b^2)$.

f) Je simplifie l'expression algébrique $4(b^2) - 3(b^2)$.

Lorsque je soustrais deux puissances ayant la même base et le même exposant, je peux soustraire les coefficients.

$$\begin{aligned} &4(b^2) - 3(b^2) \\ &= 4 \times b^2 - 3 \times b^2 \\ &= 1 \times b^2 \\ &= b^2 \end{aligned}$$

Je conclus que lorsque j'additionne ou soustrais des termes semblables, je dois additionner ou soustraire les coefficients numériques.

Retour sur l'exemple 1

- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour simplifier des expressions algébriques. De plus, permettre aux élèves d'expliquer le lien entre les stratégies utilisées pour simplifier les expressions numériques et algébriques. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- Pendant les discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre la simplification d'expressions numériques et algébriques et que les éléments de la section **Éléments à faire ressortir** sont abordés. Si nécessaire, poser des questions telles que :
 - Quels sont les critères qui permettent de simplifier des expressions algébriques et numériques comportant des additions et des soustractions?
 - Pourquoi peux-tu simplifier des termes par addition ou soustraction si l'exposant de la puissance est identique?
- Encourager les élèves à ajouter des éléments à leur travail ou à consigner les éléments essentiels dans leur cahier de notes.

Déroulement pour l'exemple 2

- Présenter aux élèves l'exemple 2, soit Simplifier des expressions.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour simplifier des expressions algébriques contenant des multiplications et des divisions.
- Consulter les notes pédagogiques fournies dans le corrigé de l'exemple 2 pour obtenir des stratégies d'accompagnement au niveau des processus mathématiques et des éléments de difficultés que les élèves risquent de rencontrer.
- Choisir différentes stratégies de regroupements flexibles afin de répondre aux différents besoins des élèves

Stratégie de résolution de problèmes pour l'exemple 2

L'élève établit des liens entre la simplification d'expressions algébriques et la simplification d'expressions numériques en utilisant la résolution de versions simplifiées des problèmes plus complexes dans les exemples subséquents.

Notes pédagogiques

- Cet exemple permet à l'élève de mettre en application le processus de mathématiques d'établissement de liens.
- L'élève fait le lien entre le processus de simplification des expressions numériques et des expressions algébriques en ce qui a trait à la simplification d'expressions contenant des exposants.
- L'objectif de ces exercices est de permettre à l'élève de consolider ses acquis obtenus dans l'exemple précédent. L'élève ne peut pas simplifier deux termes différents.
- L'élève pourrait essayer de simplifier l'expression numérique.

EXEMPLE 2

Simplifier des expressions

Simplifier les expressions suivantes :

a) $4(4^2) - 4(3^2)$

b) $4b^2 - 4a^2$

c) $(3^2 \times 4^2) (3^3 \times 4^4)$

d) $(a^2b^2) (a^3b^4)$

e) $\frac{3^2 \times 4^2}{3^3 \times 4^4}$

f) $\frac{a^2b^2}{a^3b^4}$

g) $\frac{(6a^4) (2b^3)}{4a^3b^3}$

h) $(3x^2)^3$

Notes pédagogiques

- Afin d'amener l'élève à établir un lien entre ses résultats et le processus de simplification d'expressions numériques et algébriques, il est important de fournir des pistes de réflexion ou un questionnement adéquat tout au long de la résolution du problème. Voici quelques exemples de questions ou de pistes de réflexion.
 - Quelle est la puissance pour chacun des termes?
 - Peux-tu évaluer ton expression numérique simplifiée et comparer cette réponse avec l'évaluation de l'expression numérique dans la question? As-tu obtenu la même réponse?

a) Je simplifie l'expression numérique $4(4^2) - 4(3^2)$.

Dans l'exemple précédent, j'ai déterminé que je pouvais additionner ou soustraire les coefficients pour des puissances ayant la même base et le même exposant.

Puisque les termes 4^2 et 3^2 ne sont pas des termes semblables, je ne peux pas simplifier cette expression numérique, mais je peux l'évaluer.

? *Pourquoi ne peux-tu pas additionner et soustraire les coefficients numériques lorsque les termes sont différents?*

b) Je simplifie l'expression algébrique $4b^2 - 4a^2$.

Dans l'exemple a), j'ai déterminé que je ne peux pas additionner ou soustraire les coefficients pour des puissances ayant des bases différentes.

Puisque les termes b^2 et a^2 ne sont pas des termes semblables, je ne peux pas simplifier cette expression numérique.

c) Je simplifie l'expression numérique $(3^2 \times 4^2) (3^3 \times 4^4)$.



STRATÉGIE 1

Multiplication répétée

$$(3^2 \times 4^2) (3^3 \times 4^4)$$

$$= 3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$$

$$= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$$

$$= 3^6 \times 4^6$$



STRATÉGIE 2

Addition des exposants

$$(3^2 \times 4^2) (3^3 \times 4^4)$$

$$= 3^{2+3} \times 4^{2+4}$$

$$= 3^5 \times 4^6$$

Je vérifie les résultats en comparant la valeur numérique de mon expression initiale et celle qui est simplifiée.

$$(3^2 \times 4^2) (3^3 \times 4^4)$$

$$= (9 \times 16) (27 \times 256)$$

$$= (144) (6\,912)$$

$$= 995\,328$$

$$3^5 \times 4^6$$

$$= (243) (4\,096)$$

$$= 995\,328$$

Puisque les deux méthodes de vérification me permettent de vérifier que les expressions sont équivalentes, les stratégies préconisées d'addition des exposants de la même variable ou de la multiplication répétée permettent de simplifier efficacement des expressions algébriques.

Notes pédagogiques

- L'élève établit un lien entre la stratégie de simplification d'expressions numériques et la stratégie de simplification d'expressions algébriques. L'élève utilise la stratégie développée en c) afin de simplifier l'expression numérique $(a^2b^2) (a^3b^4)$.

d) Je simplifie l'expression algébrique $(a^2b^2) (a^3b^4)$.

Dans l'exemple c), j'ai déterminé que je peux simplifier des expressions algébriques à l'aide de la multiplication répétée ou de l'addition des exposants.



STRATÉGIE 1

Multiplication répétée

$$(a^2b^2) (a^3b^4)$$

$$= a \times a \times b \times b \times a \times a \times a \times b \times b \times b \times b$$

$$= a \times a \times a \times a \times a \times b \times b \times b \times b \times b \times b$$

$$= a^5 \times b^6$$



Comment la stratégie de multiplication répétée diffère-t-elle de la stratégie d'addition des exposants?



STRATÉGIE 2

Addition des exposants

$$\begin{aligned}
 & (a^2 b^2) (a^3 b^4) \\
 &= (a^2 \times b^2) (a^3 \times b^4) \\
 &= a^{2+3} \times b^{2+4} \\
 &= a^5 \times b^6
 \end{aligned}$$

Notes pédagogiques

- L'élève doit reconnaître que la division est l'opération mathématique inverse (ou réciproque) de la multiplication.
- Afin d'amener l'élève à établir un lien entre ses résultats et le processus de simplification d'expressions numériques et algébriques, il est important de fournir des pistes de réflexion ou un questionnement adéquat tout au long de la résolution du problème. Voici quelques exemples de questions ou de pistes de réflexion.
 - Quels sont les termes semblables?
 - Pourrais-tu utiliser une autre stratégie pour simplifier cette expression numérique?
 - Peux-tu évaluer ton expression numérique simplifiée et comparer cette réponse avec l'évaluation de l'expression numérique dans la question? As-tu obtenu la même réponse?
- L'enseignante ou l'enseignant devrait encourager l'élève à mettre sa réponse sous le format d'une puissance positive.

e) Je simplifie l'expression numérique $\frac{3^2 \times 4^2}{3^3 \times 4^4}$.



STRATÉGIE 1

Multiplication répétée

$$\begin{aligned}
 & \frac{3^2 \times 4^2}{3^3 \times 4^4} \\
 &= \frac{3 \times 3 \times 4 \times 4}{3 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4} \\
 &= \frac{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{4} \times \cancel{4}}{\cancel{3} \times \cancel{3} \times 3 \times \cancel{4} \times \cancel{4} \times 4 \times 4} \\
 &= \frac{1}{3 \times 4 \times 4} \\
 &= \frac{1}{3 \times 4^2} \text{ ou } (3^{-1} \times 4^{-2})
 \end{aligned}$$

? Devrais-tu garder la réponse finale en puissance d'exposants négatifs ou d'exposants positifs? Explique ton raisonnement.



STRATÉGIE 2

Soustraction des exposants

$$\begin{aligned} & \frac{3^2 \times 4^2}{3^3 \times 4^4} \\ &= 3^{2-3} \times 4^{2-4} \\ &= 3^{-1} \times 4^{-2} \text{ ou } \frac{1}{3 \times 4^2} \end{aligned}$$

Je vérifie mes résultats en comparant la valeur numérique de mon expression initiale et celle qui est simplifiée.

$\frac{3^2 \times 4^2}{3^3 \times 4^4}$	$\frac{1}{3 \times 4^2}$
$= \frac{9 \times 16}{27 \times 256}$	$= \frac{1}{3 \times 16}$
$= \frac{144}{6\,912}$	$= \frac{1}{48}$
$= 0,028\bar{3}$	$= 0,028\bar{3}$

Puisque les deux méthodes de vérification me mènent à des expressions qui sont équivalentes, les stratégies préconisées de soustraction des exposants de la même variable ou de la multiplication répétée permettent de simplifier efficacement des expressions algébriques.

Notes pédagogiques

- L'élève établit un lien entre la stratégie de simplification d'expressions numériques et la stratégie de simplification d'expressions algébriques. L'élève utilise la stratégie développée en e) afin de simplifier l'expression numérique $\frac{a^2b^2}{a^3b^4}$.

f) Je simplifie l'expression algébrique $\frac{a^2b^2}{a^3b^4}$.

Dans l'exemple e), j'ai déterminé que je peux simplifier des expressions algébriques à l'aide de la multiplication répétée ou de la soustraction des exposants.



STRATÉGIE 1

Multiplication répétée

$$\begin{aligned} & \frac{a^2b^2}{a^3b^4} \\ &= \frac{a \times a \times b \times b}{a \times a \times a \times b \times b \times b \times b} \\ &= \frac{\cancel{a} \times \cancel{a} \times \cancel{b} \times \cancel{b}}{\cancel{a} \times \cancel{a} \times a \times \cancel{b} \times \cancel{b} \times b \times b} \\ &= \frac{1}{a \times b \times b} \\ &= \frac{1}{a \times b^2} \text{ ou } (a^{-1} \times b^{-2}) \end{aligned}$$



STRATÉGIE 2

Soustraction des exposants

$$\begin{aligned} & \frac{a^2b^2}{a^3b^4} \\ &= a^{2-3} \times b^{2-4} \\ &= a^{-1} \times b^{-2} \text{ ou } \frac{1}{a \times b^2} \end{aligned}$$

(Il est à noter ici que a et b ne peuvent pas être nuls puisque la division par zéro n'est pas possible.)

Notes pédagogiques

- Pour l'exemple g), la soustraction des exposants de la variable b donne b^0 . La valeur de b^0 est donc 1. Il est possible de faire le lien avec le concept mathématique Le signe et la valeur des exposants et la minileçon Explorer le signe et la valeur des exposants pour les exposants négatifs et 0.

g) Je simplifie l'expression algébrique $\frac{(6a^4)(2b^3)}{4a^3b^3}$



STRATÉGIE 1

Multiplication répétée

$$\begin{aligned} & \frac{(6a^4)(2b^3)}{4a^3b^3} \\ &= \frac{6 \times 2 \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times a \times \cancel{b} \times \cancel{b} \times \cancel{b}}{4 \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times \cancel{b} \times \cancel{b} \times \cancel{b}} \\ &= \frac{12 \times a}{4} \\ &= 3 \times a \\ &= 3a \end{aligned}$$



STRATÉGIE 2

Soustraction des exposants

$$\begin{aligned} & \frac{(6a^4)(2b^3)}{4a^3b^3} \\ &= 6 \times 2 \div 4 \times a^{4-3} \times b^{3-3} \\ &= 12 \div 4 \times a^1 \times b^0 \\ &= 3 \times a \times 1 \\ &= 3a \end{aligned}$$

Notes pédagogiques

- Pour l'exemple h), l'expression répétée démontre pourquoi une puissance d'une autre puissance occasionne une multiplication des exposants au lieu d'une addition ou soustraction.

h) Je simplifie l'expression algébrique $(3x^2)^3$.



STRATÉGIE 1

Multiplication répétée

$$\begin{aligned}(3x^2)^3 &= 3x^2 \times 3x^2 \times 3x^2 \\ &= 3 \times x \times x \times 3 \times x \times x \times 3 \times x \times x \\ &= 3 \times 3 \times 3 \times x \times x \times x \times x \times x \times x \\ &= 27 \times x^6 \\ &= 27x^6\end{aligned}$$



STRATÉGIE 2

Multiplication des exposants

$$\begin{aligned}(3x^2)^3 &= 3^{1 \times 3} x^{2 \times 3} \\ &= 3^3 x^6 \\ &= 27x^6\end{aligned}$$

Retour sur l'exemple 2

- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour simplifier les expressions algébriques contenant des divisions et des multiplications. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- Pendant les discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre la simplification d'expressions numériques et algébriques et que les éléments de la section **Éléments à faire ressortir** sont abordés. Si nécessaire, poser des questions telles que : Quelles sont les stratégies possibles qui permettent de multiplier ou diviser deux termes?
- Encourager les élèves à ajouter des éléments à leur travail ou à consigner les éléments essentiels dans leur cahier de notes.

Déroulement pour l'exemple 3

- Présenter aux élèves l'exemple 3, soit Simplifier des expressions.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour simplifier des expressions algébriques complexes contenant des puissances de puissances ainsi que des nombres négatifs.
- Consulter les notes pédagogiques fournies dans le corrigé de l'exemple 3 pour obtenir des stratégies d'accompagnement au niveau des processus mathématiques et des éléments de difficultés que les élèves risquent de rencontrer.
- Choisir différentes stratégies de regroupements flexibles afin de répondre aux différents besoins des élèves.

Stratégie de résolution de problèmes pour l'exemple 3

L'élève résout les problèmes de simplification d'expressions algébriques complexes à l'aide d'un raisonnement logique basé sur les exercices présentés au début de la minileçon. L'élève utilise des stratégies de simplification efficace afin de démontrer sa compréhension de la matière.

Notes pédagogiques

- Cet exemple permet à l'élève de mettre en application le processus de mathématiques de sélection d'outils et de stratégies.
- L'élève est confronté à des expressions algébriques plus complexes. L'élève doit sélectionner la stratégie la plus efficace pour effectuer ses tâches mathématiques.

EXEMPLE 3

Simplifier des expressions

Simplifier les expressions suivantes :

a) $(6a^2b^3)(7a^{-3}b^4)$

b) $(4x^2y^{-3})^2 \div (2x^4y^{-2})$

c) $\frac{3(m^2n^2)(2m^4n^{-2})}{(2m^3)^2(3n^{-4})}$

Notes pédagogiques

- L'introduction d'exposants négatifs dans la simplification d'expressions numériques complique la simplification des expressions algébriques. En utilisant la stratégie de multiplication répétée, l'élève peut oublier de représenter a^{-1} par $\frac{1}{a^1}$.
- Afin d'amener l'élève à établir un lien entre ses résultats et le processus de simplification d'expressions numériques et algébriques, il est important de fournir des pistes de réflexion ou un questionnement adéquat tout au long de la résolution du problème. Voici quelques exemples de questions ou de pistes de réflexion :
 - Quelle opération te permet de rendre positif un exposant négatif?
 - Quel est l'ordre des opérations qu'il faut respecter lors de la simplification d'expressions algébriques?

a) Je simplifie l'expression algébrique $(6a^2b^3)(7a^{-3}b^4)$.

RAPPEL : $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ et $a^2 = \frac{1}{a^{-2}}$



STRATÉGIE 1

La multiplication répétée

$$\begin{aligned}
 & (6a^2b^3)(7a^{-3}b^4) \\
 &= (6 \times a \times a \times b \times b \times b)(7 \times a^{-1} \times a^{-1} \times a^{-1} \times b \times b \times b \times b) \\
 &= (6 \times a \times a \times b \times b \times b) \left(7 \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{a} \times b \times b \times b \times b \right) \\
 &= 6 \times 7 \times a \times a \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{a} \times b \times b \times b \times b \times b \times b \\
 &= \frac{42 \times a \times a \times b \times b \times b \times b \times b \times b \times b}{a \times a \times a} \\
 &= \frac{42 \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times b \times b \times b \times b \times b \times b \times b}{\cancel{a} \times \cancel{a} \times a} \\
 &= \frac{42 \times b^7}{a} \quad \text{ou} \quad = 42a^{-1}b^7
 \end{aligned}$$



STRATÉGIE 2

L'addition des exposants et la multiplication des coefficients

$$\begin{aligned}
 & (6a^2b^3)(7a^{-3}b^4) \\
 &= 6 \times 7 \times a^{2+(-3)} \times b^{3+4} \\
 &= 42a^{-1}b^7 \quad \text{ou} \quad = \frac{42 \times b^7}{a}
 \end{aligned}$$

Notes pédagogiques

- Pour les exercices b) et c), le corrigé contient seulement la stratégie d'addition et de soustraction des exposants.
- L'élève peut quand même utiliser la stratégie de multiplication répétée. L'enseignante ou l'enseignant peut cependant suggérer, si nécessaire, la stratégie la plus efficace.

b) Je simplifie l'expression algébrique $(4x^2y^{-3})^2 \div (2x^4y^{-2})$.

$$(4x^2y^{-3})^2 \div (2x^4y^{-2})$$

$$= (4x^2y^{-3}) (4x^2y^{-3}) \div (2x^4y^{-2})$$

$$= 4 \times 4 \times x^{2+2} \times y^{(-3)+(-3)} \div (2x^4y^{-2})$$

$$= 16 \times x^4 \times y^{-6} \div (2x^4y^{-2})$$

$$= \frac{16 \times x^4 \times y^{-6}}{2x^4y^{-2}}$$

$$= 8 \times x^{4-4} \times y^{(-6)-(-2)}$$

$$= 8x^0y^{-4}$$

$$= 8y^{-4} \text{ ou } = \frac{8}{y^4}$$

? Pourquoi est-il plus efficace d'utiliser la stratégie d'addition et de soustraction des exposants lorsqu'il y a plusieurs termes?

c) Je simplifie l'expression algébrique $\frac{3(m^2n^2)(2m^4n^{-2})}{(2m^3)^2(3n^{-4})}$.

$$\begin{aligned}
 & \frac{3(m^2n^2)(2m^4n^{-2})}{(2m^3)^2(3n^{-4})} \\
 &= \frac{3 \times 2 \times (m^{2+4}n^{2+(-2)})}{(2^2(m^3)^2)(3n^{-4})} \\
 &= \frac{6(m^{2+4}n^{2+(-2)})}{4(m^{3 \times 2})(3n^{-4})} \\
 &= \frac{6m^6n^0}{4 \times 3 \times m^6 \times n^{-4}} \\
 &= \frac{6m^6n^0}{12m^6n^{-4}} \\
 &= \frac{6}{12} \times m^{6-6}n^{0-(-4)} \\
 &= \frac{1}{2} \times m^0n^4 \\
 &= \frac{1}{2}n^4 \text{ ou } \frac{n^4}{2}
 \end{aligned}$$

ALLER PLUS LOIN

Comment est-ce qu'on peut traiter la simplification d'expressions avec des puissances où les exposants sont des fractions? Par exemple :

a) $(x^2)(x^{\frac{1}{2}})$

b) $\frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}}$

Partie 2 – Apprentissage autonome

Déroulement

- Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!**. Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou autres preuves d'apprentissage.
- Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves et les interpréter selon l'atteinte des critères d'évaluation et cibler les prochaines étapes de l'enseignement et des élèves en vue de les aider à s'améliorer.

Note : Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.

Corrigé

1. Simplifier les expressions suivantes.

a) $5^2 + 5^2 + 5^3 + 5^3$

b) $a^4 + a^4 + a^6 + a^6$

c) $3(6^2) + 4(6^2) - 5(4^2) - 4(4^2) + 4(6^3) + 4(6^3)$

d) $3b^2 + 4b^2 - 5b^3 - 4b^3 + 4c^2 + 4c^2$

Processus mathématique préconisé : établissement de liens

Notes pédagogiques

- L'élève établit des liens entre la simplification d'expressions numériques et algébriques. L'élève utilise ses connaissances acquises lors de la simplification d'expressions numériques pour simplifier les expressions algébriques. L'enseignante ou l'enseignant peut poser les questions suivantes afin d'aider l'élève à résoudre le problème :
 - As-tu déjà utilisé une stratégie semblable? A-t-elle été efficace?
 - Quels liens fais-tu avec ce que tu connais déjà en mathématiques?
 - Comment cette représentation est-elle semblable ou différente à celle-ci?

a) Je simplifie l'expression algébrique $5^2 + 5^2 + 5^3 + 5^3$.

? *Dois-tu simplifier l'addition de deux termes différents? Dans ce cas-ci 5^2 et 5^3 ? Explique ton raisonnement.*

J'additionne les coefficients numériques

$$\begin{aligned} & 5^2 + 5^2 + 5^3 + 5^3 \\ &= 1 \times 5^2 + 1 \times 5^2 + 1 \times 5^3 + 1 \times 5^3 \\ &= 2(5^2) + 2(5^3) \end{aligned}$$

Je simplifie les termes 5^2 ensemble et les termes 5^3 ensemble. Ces deux termes ne sont pas semblables puisqu'ils ont un exposant différent.

b) Je simplifie l'expression algébrique $a^4 + a^4 + a^6 + a^6$.

J'additionne les coefficients numériques

$$\begin{aligned} & a^4 + a^4 + a^6 + a^6 \\ &= 1 \times a^4 + 1 \times a^4 + 1 \times a^6 + 1 \times a^6 \\ &= 2(a^4) + 2(a^6) \end{aligned}$$

Je simplifie les termes a^4 ensemble et les termes a^6 ensemble. Ces deux termes ne sont pas semblables puisqu'ils ont un exposant différent.

c) Je simplifie l'expression algébrique $3(6^2) + 4(6^2) - 5(4^2) - 4(4^2) + 4(6^3) + 4(6^3)$.

$$\begin{aligned} & 3(6^2) + 4(6^2) - 5(4^2) - 4(4^2) + 4(6^3) + 4(6^3) \\ &= 7(6^2) - 9(4^2) + 8(6^3) \end{aligned}$$

Je simplifie les termes 6^2 ensemble, les termes 4^2 ensemble et les termes 6^3 ensemble. Ces termes ne sont pas semblables puisqu'ils ont un exposant différent et/ou une base différente.

d) Je simplifie l'expression algébrique $3b^2 + 4b^2 - 5b^3 - 4b^3 + 4c^2 + 4c^2$.

$$\begin{aligned} & 3b^2 + 4b^2 - 5b^3 - 4b^3 + 4c^2 + 4c^2 \\ &= 7b^2 - 9b^3 + 8c^2 \end{aligned}$$

Je simplifie les termes b^2 ensemble, les termes b^3 ensemble et les termes c^2 ensemble. Ces termes ne sont pas semblables puisqu'ils ont un exposant différent et/ou une base différente.

2. Simplifier les expressions suivantes.

a) $3 \times 3^3 \times 3^{-2} \times 3^{-4} \times 3^3$

b) $c \times c^2 \times c^{-2} \times c^4 \times c^{-3} \times c^{-5}$

c) $\frac{6 \times 6^3 \times 6^{-1}}{6^{-3} \times 6^{-2} \times 6^4}$

d) $\frac{d \times d^2 \times d^2}{d^{-3} \times d^{-1} \times d^5}$

Processus mathématique préconisé : communication

Notes pédagogiques

- L'élève communique le résultat de ses réponses en y insérant toutes les étapes afin de clarifier ses idées. L'enseignante ou l'enseignant peut poser les questions suivantes afin d'aider l'élève à résoudre le problème :
 - De quelle façon pourras-tu expliquer ton raisonnement?
 - Utilises-tu les termes justes lorsque tu réponds à la question?
 - As-tu utilisé un moyen efficace pour organiser ta réponse afin de permettre d'assurer la compréhension d'un autre élève qui voudrait lire ton travail?

a) Je simplifie l'expression algébrique $3 \times 3^3 \times 3^{-2} \times 3^{-4} \times 3^3$.



STRATÉGIE 1

La multiplication répétée

$$\begin{aligned} & 3 \times 3^3 \times 3^{-2} \times 3^{-4} \times 3^3 \\ &= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 3 \times 3 \times 3 \\ &= \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} \\ &= \frac{3 \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3}} \\ &= 3 \end{aligned}$$



STRATÉGIE 2

L'addition des exposants

$$\begin{aligned} & 3 \times 3^3 \times 3^{-2} \times 3^{-4} \times 3^3 \\ &= 3^{1+3-2-4+3} \\ &= 3^1 \\ &= 3 \end{aligned}$$

b) Je simplifie l'expression algébrique $c \times c^2 \times c^{-2} \times c^{+4} \times c^{-3} \times c^{-5}$.



STRATÉGIE 1

La multiplication répétée

$$c \times c^2 \times c^{-2} \times c^{+4} \times c^{-3} \times c^{-5}$$

$$= c \times c \times c \times \frac{1}{c} \times \frac{1}{c} \times c \times c \times c \times c \times \frac{1}{c} \times \frac{1}{c} \times \frac{1}{c} \times \frac{1}{c} \times \frac{1}{c} \times \frac{1}{c}$$

$$= \frac{\cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c}}{\cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c}}$$

$$= \frac{1}{c \times c \times c}$$

$$= \frac{1}{c^3} \text{ ou } c^{-3}$$



STRATÉGIE 2

L'addition des exposants

$$c \times c^2 \times c^{-2} \times c^{+4} \times c^{-3} \times c^{-5}$$

$$= c^{1+2-2+4-3-5}$$

$$= c^{-3} \text{ ou } \frac{1}{c^3}$$

c) Je simplifie l'expression algébrique $\frac{6 \times 6^3 \times 6^{-1}}{6^{-3} \times 6^{-2} \times 6^4}$.



STRATÉGIE 1

La multiplication répétée

$$\frac{6 \times 6^3 \times 6^{-1}}{6^{-3} \times 6^{-2} \times 6^4}$$

$$= \frac{6 \times 6 \times 6 \times 6}{6 \times 6 \times 6 \times 6}$$

$$= \frac{6}{6 \times 6 \times 6 \times 6}$$

$$= \frac{6 \times 6 \times 6 \times 6}{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6}$$

$$= \frac{\cancel{6} \times \cancel{6} \times \cancel{6} \times \cancel{6}}{\cancel{6} \times \cancel{6} \times \cancel{6} \times \cancel{6} \times \cancel{6} \times \cancel{6}}$$

$$= \frac{\cancel{6} \times \cancel{6} \times \cancel{6} \times \cancel{6}}{6 \times \cancel{6} \times \cancel{6} \times \cancel{6} \times \cancel{6} \times \cancel{6}}$$

$$= \frac{6 \times 6 \times 6}{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6}$$

$$= \frac{1}{6}$$

$$= 6 \times 6 \times 6 \times 6$$

$$= 6^4$$



STRATÉGIE 2

L'addition des exposants

$$\begin{aligned}
 & \frac{6 \times 6^3 \times 6^{-1}}{6^{-3} \times 6^{-2} \times 6^4} \\
 &= \frac{6^{1+3-1}}{6^{-3-2+4}} \\
 &= \frac{6^3}{6^{-1}} \\
 &= 6^{3-(-1)} \\
 &= 6^4
 \end{aligned}$$

d) Je simplifie l'expression algébrique $\frac{d \times d^2 \times d^2}{d^{-3} \times d^{-1} \times d^5}$.



STRATÉGIE 1

La multiplication répétée

$$\begin{aligned}
 & \frac{d \times d^2 \times d^2}{d^{-3} \times d^{-1} \times d^5} \\
 &= \frac{d \times d \times d \times d \times d}{d \times d \times d \times d \times d} \\
 &= \frac{d \times d \times d \times d}{\cancel{d} \times \cancel{d} \times \cancel{d} \times \cancel{d} \times d} \\
 &= \frac{\cancel{d} \times d \times d \times d \times d}{\cancel{d}} \\
 &= d^4
 \end{aligned}$$



STRATÉGIE 2

L'addition des exposants

$$\begin{aligned}
 & \frac{d \times d^2 \times d^2}{d^{-3} \times d^{-1} \times d^5} \\
 &= \frac{d^{1+2+2}}{d^{-3-1+5}} \\
 &= \frac{d^5}{d^1} \\
 &= d^{5-1} \\
 &= d^4
 \end{aligned}$$

3. Simplifier les expressions suivantes :

a) $(2e^3f^{-2})^2 (3e^3f^4)$

b) $(2jk)^3 (6m^2) \div 4(j^3m^{-4})$

Processus mathématique préconisé : sélection d'outils et de stratégies

Notes pédagogiques

- L'élève sélectionne la stratégie appropriée afin de simplifier les puissances mises à l'exposant. L'élève peut résoudre le problème à l'aide de matériel technologique. L'enseignante ou l'enseignant peut poser les questions suivantes afin d'aider l'élève à résoudre le problème :
 - Quelle stratégie serait utile pour résoudre le problème?
 - Est-ce la meilleure stratégie pour résoudre le problème?
 - Comment se compare ton choix de stratégie avec celui des autres élèves?

a) Je simplifie l'expression algébrique $(2e^3f^{-2})^2 (3e^3f^4)$.

L'addition des exposants

$$(2e^3f^{-2})^2 (3e^3f^4)$$

$$= (2^{1 \times 2} e^{3 \times 2} f^{(-2) \times 2}) (3e^3f^4)$$

$$= (2^2 e^6 f^{-4}) (3e^3f^4)$$

$$= (4e^6 f^{-4}) (3e^3f^4)$$

$$= (4 \times 3) e^{6+3} f^{-4+4}$$

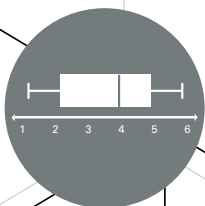
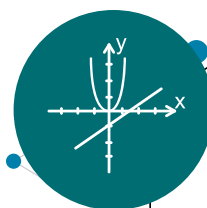
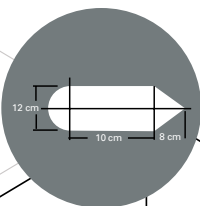
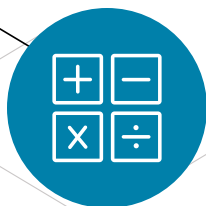
$$= 12e^9$$

b) Je simplifie l'expression algébrique $(2jk)^3 (6m^2) \div 4 (j^3 m^{-4})$.

L'addition des exposants

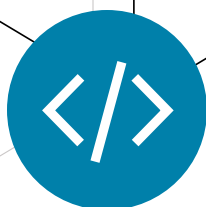
$$\begin{aligned} & (2jk)^3 (6m^2) \div 4 (j^3 m^{-4}) \\ &= (2^{1 \times 3} j^{1 \times 3} k^{1 \times 3}) (6m^2) \div 4 (j^3 m^{-4}) \\ &= (2^3 j^3 k^3) (6m^2) \div 4 (j^3 m^{-4}) \\ &= (8 \times 6) j^3 k^3 m^2 \div 4 (j^3 m^{-4}) \\ &= \frac{48}{4} j^{3-3} k^3 m^{2-(-4)} \\ &= 12 j^0 k^3 m^6 \\ &= 12 k^3 m^6 \end{aligned}$$

VERSION DE L'ÉLÈVE



$$\pi$$
$$1,4 \times 10^{-8}$$
$$-\frac{3}{4}$$

9^e
ANNÉE



PENSONS MATHÉMATIQUES!

Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques

Minileçon

NOMBRES

Faire le lien entre des expressions numériques
et des expressions algébriques
en ce qui a trait aux exposants

Partie 1 – Exploration guidée

EXEMPLE 1

Simplifier des expressions

Simplifier les expressions suivantes :

- a) $4^2 + 4^2$
- b) $b^2 + b^2$
- c) $4(4^2) + 3(4^2)$
- d) $4(b^2) + 3(b^2)$
- e) $4(4^2) - 3(4^2)$
- f) $4(b^2) - 3(b^2)$



TA STRATÉGIE

EXEMPLE 2

Simplifier des expressions

Simplifier les expressions suivantes :

a) $4(4^2) - 4(3^2)$

b) $4b^2 - 4a^2$

c) $(3^2 \times 4^2) (3^3 \times 4^4)$

d) $(a^2b^2) (a^3b^4)$

e) $\frac{3^2 \times 4^2}{3^3 \times 4^4}$

f) $\frac{a^2b^2}{a^3b^4}$

g) $\frac{(6a^4) (2b^3)}{4a^3b^3}$

h) $(3x^2)^3$



TA STRATÉGIE

EXEMPLE 3

Simplifier des expressions

Simplifier les expressions suivantes :

a) $(6a^2b^3)(7a^{-3}b^4)$

b) $(4x^2y^{-3})^2 \div (2x^4y^{-2})$

c) $\frac{3(m^2n^2)(2m^4n^{-2})}{(2m^3)^2(3n^{-4})}$



TA STRATÉGIE

Partie 2 – Apprentissage autonome

À ton tour!

11. Simplifier les expressions suivantes.

a) $5^2 + 5^2 + 5^3 + 5^3$

b) $a^4 + a^4 + a^6 + a^6$

c) $3(6^2) + 4(6^2) - 5(4^2) - 4(4^2) + 4(6^3) + 4(6^3)$

d) $3b^2 + 4b^2 - 5b^3 - 4b^3 + 4c^2 + 4c^2$



TA STRATÉGIE

2. Simplifier les expressions suivantes.

a) $3 \times 3^3 \times 3^{-2} \times 3^{-4} \times 3^3$

b) $c \times c^2 \times c^{-2} \times c^4 \times c^{-3} \times c^{-5}$

c) $\frac{6 \times 6^3 \times 6^{-1}}{6^{-3} \times 6^{-2} \times 6^4}$

d) $\frac{d \times d^2 \times d^2}{d^{-3} \times d^{-1} \times d^5}$



TA STRATÉGIE

3. Simplifier les expressions suivantes :

a) $(2e^3f^{-2})^2 (3e^3f^4)$

b) $(2jk)^3 (6m^2) \div 4(j^3m^{-4})$



TA STRATÉGIE