

9^e
ANNÉE

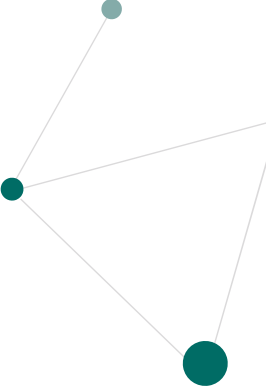
PENSONS MATHÉMATIQUES!

**Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques**

Minileçon

NOMBRES

Déterminer les sous-ensembles
du système de nombres



RÉSUMÉ

Dans cette minileçon, l'élève découvre le concept des sous-ensembles du système de nombres. L'élève peut déterminer le lien entre les différents sous-ensembles et comprendre les caractéristiques de chacun d'entre eux.

PISTES D'OBSERVATION

L'élève :

- › montre sa compréhension du concept des sous-ensembles;
- › décrit la façon dont sont définis divers sous-ensembles d'un système de nombres;
- › détermine les ressemblances ainsi que les différences entre les différents sous-ensembles.

MATÉRIEL

- › calculatrice.
-

CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Les concepts mathématiques nommés ci-dessous sont nécessaires pour bien accomplir cette minileçon. Il est important de s'assurer de leur compréhension avant de débiter. Une explication de ceux-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

Domaine d'étude	Concept mathématique
Nombres	Les sous-ensembles du système de nombres
Nombres	La densité et l'infini
Données	Les modèles mathématiques pour représenter des données

Partie 1 – Exploration guidée

Éléments à faire ressortir

- Les nombres premiers sont divisibles par 1 et par le chiffre lui-même.
- L'ensemble des nombres réels comporte l'ensemble des nombres rationnels et l'ensemble des nombres irrationnels.
- L'ensemble des nombres réels $>$ l'ensemble des nombres rationnels $>$ l'ensemble des nombres entiers $>$ l'ensemble des nombres naturels
- Les nombres rationnels représentent tous les nombres pouvant être représentés sous la forme d'une fraction.
- Les nombres irrationnels représentent tous les nombres ne pouvant pas être représentés sous la forme d'une fraction.

Déroulement pour l'exemple 1

- Consulter, au besoin, la fiche **Les sous-ensembles du système de nombres** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves les différents types d'ensembles et de sous-ensembles présents dans un système de nombres, ainsi que la terminologie liée à ces concepts en vue de les aider à réaliser l'activité. Il importe de ne pas présenter la hiérarchie des systèmes de nombres. Les élèves doivent la découvrir dans cette minileçon.
- Animer une discussion afin d'activer les connaissances antérieures ou connexes et établir des liens avec des expériences personnelles en posant une question telle que :
 - Quelles sont les caractéristiques qui différencient différents sous-ensembles?
- Présenter aux élèves l'exemple 1, soit Catégoriser un sous-ensemble de nombres.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour représenter les sous-ensembles de nombres (pairs, impairs et premiers).
- Consulter les notes pédagogiques fournies dans le corrigé de l'exemple 1 pour obtenir des stratégies d'accompagnement au niveau des processus mathématiques et des éléments de difficultés que les élèves risquent de rencontrer.
- Choisir différentes stratégies de regroupements flexibles afin de répondre aux différents besoins des élèves.

Stratégie de résolution de problèmes pour l'exemple 1

L'élève sera encouragé à faire un schéma ou un diagramme suite à l'établissement d'une liste de nombres afin de catégoriser les différents sous-ensembles des nombres.

EXEMPLE 1

Catégoriser un sous-ensemble de nombres

À l'aide d'un diagramme, catégorise l'ensemble des nombres entiers compris entre -20 et 20 inclusivement selon différents sous-ensembles de nombres.

Corrigé

Notes pédagogiques

- Cet exemple permet à l'élève de mettre en application les processus mathématiques suivants :
 - Réflexion
 - Représentation
- Présenter le symbole pour les nombres entiers ($\mathbb{Z}$) et/ou les nombres naturels ($\mathbb{N}$) à l'élève. Ceci permet à l'élève de conceptualiser différents ensembles avec différentes représentations.
- L'élève parvient à réfléchir sur ses connaissances antérieures en faisant des liens avec les différents sous-ensembles de nombres. L'élève pourra ensuite choisir un type de représentation efficace afin de catégoriser les nombres entiers entre -20 et 20 inclusivement.
- L'enseignante ou l'enseignant pourra guider l'élève afin de faire ressortir les sous-ensembles principaux, soit : nombres pairs, nombres impairs, nombres premiers, nombres naturels et nombres entiers. Il y a plusieurs autres sous-ensembles possibles et le diagramme peut varier selon ces choix.
- Afin d'amener l'élève à représenter efficacement ses résultats, il est important de fournir des pistes de réflexion ou un questionnement adéquat tout au long de la résolution de problèmes. Voici quelques exemples de questions ou de piste de réflexion :
 - En comparant deux sous-ensembles, quels sont les éléments communs de ces deux sous-ensembles?
 - Y a-t-il d'autres sous-ensembles qui ont des éléments communs?
 - Quel type de diagramme nous permettrait de représenter des ensembles?

L'enseignante ou l'enseignant devra guider l'élève afin de déterminer une stratégie efficace qui permettra de classer les sous-ensembles dans le format d'un diagramme. Dans cette stratégie, un diagramme de Venn est priorisé.

? *Quels sont les sous-ensembles qui sont contenus dans l'ensemble des nombres entiers entre -20 et 20 inclusivement?*

J'énumère les nombres pairs : $\{-20, -18, -16, -14, -12, -10, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$.

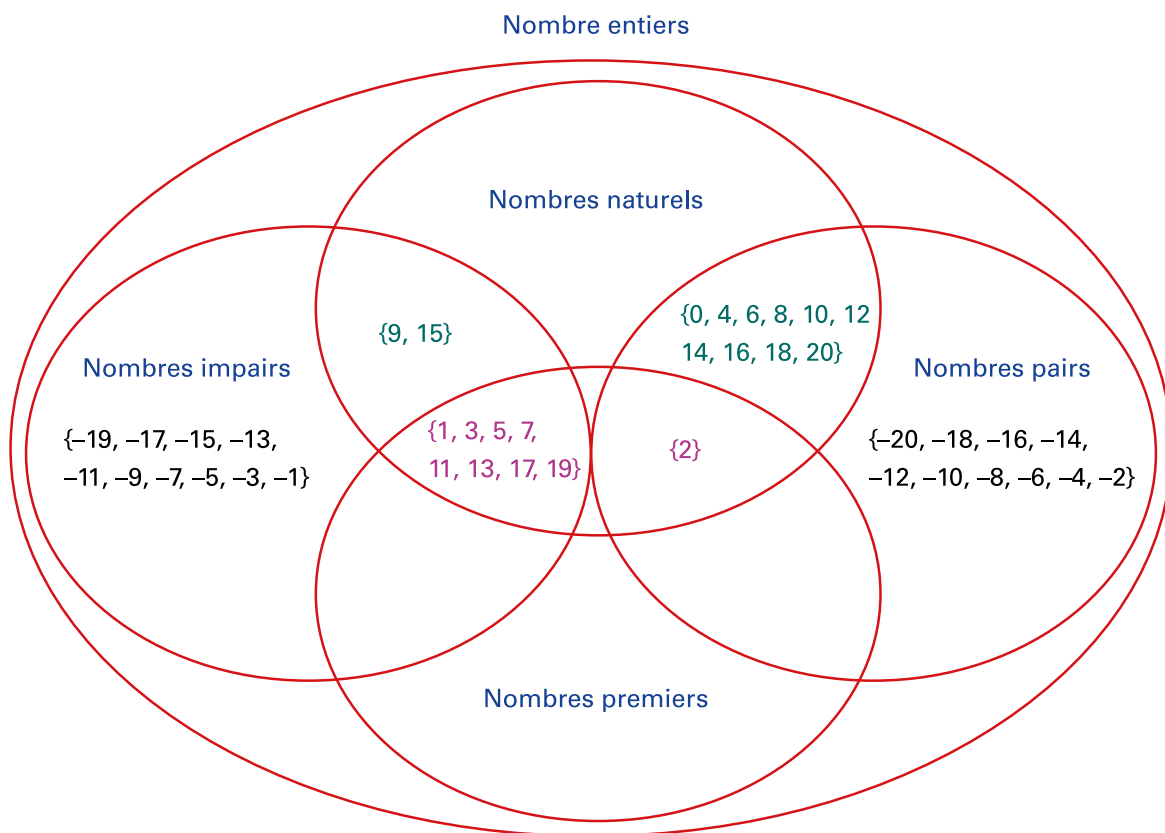
J'énumère les nombres impairs : $\{-19, -17, -15, -13, -11, -9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$.

J'énumère les nombres premiers : $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$.

J'énumère les nombres naturels : $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$.

J'énumère les nombres entiers. Tous les nombres entiers compris entre -20 et 20 sont dans l'ensemble $\mathbb{Z}$.

Je représente visuellement les différents sous-ensembles à l'aide d'un diagramme de Venn.



Selon mes résultats, je détermine que les nombres peuvent être caractérisés dans plusieurs sous-ensembles communs. Tous les nombres pairs, naturels, premiers et impairs font partie de l'ensemble des nombres entiers.

Retour sur l'exemple 1

- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour identifier les différents sous-ensembles de nombres. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- Offrir des pistes de questionnement par rapport à la façon dont ces ensembles et sous-ensembles de nombres peuvent être pertinents dans la vie des élèves. Par exemple :
 - Quelle est l'utilité des nombres premiers?
 - Pourquoi devrions-nous les catégoriser?
 - Comment le processus de représentation peut-il nous servir dans la vie de tous les jours?
- Pendant les discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre les sous-ensembles ainsi que les nombres qui les représentent et que les éléments de la section **Éléments à faire ressortir** sont abordés. Si nécessaire, poser des questions telles que :
 - Quelles sont les caractéristiques qui représentent un nombre pair? un nombre impair? un nombre premier?
- Encourager les élèves à ajouter des éléments à leur travail ou à consigner les éléments essentiels dans leur cahier de notes.

Déroulement pour l'exemple 2

- Présenter aux élèves l'exemple 2, soit Organiser une liste de nombres.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour représenter les ensembles de nombres (réels, rationnels, irrationnels).
- Consulter les notes pédagogiques fournies dans le corrigé de l'exemple 2 pour obtenir des stratégies d'accompagnement au niveau des processus mathématiques et des éléments de difficultés que les élèves risquent de rencontrer.
- Choisir différentes stratégies de regroupements flexibles afin de répondre aux différents besoins des élèves.

Stratégie de résolution de problèmes pour l'exemple 2

L'élève sera encouragé à faire un schéma ou un diagramme à la suite de l'établissement d'une liste de nombres afin de catégoriser les différents sous-ensembles des nombres.

EXEMPLE 2

Organiser une liste de nombres

Trier la liste suivante en différents ensembles de nombres et créer un diagramme pour les organiser.

$$-12; 33; \sqrt{2}; 4,24; \frac{1}{9}; 81^{\frac{1}{4}}; -\sqrt{64}; 12,\overline{6}; -415; \sqrt{\frac{5}{23}}; \frac{6}{4}; 3\frac{1}{7}; \pi; -14,1; -5\frac{3}{4}$$

Corrigé

Notes pédagogiques

- Cet exemple permet à l'élève de mettre en application les processus mathématiques suivants :
 - Établissement des liens
- L'élève est amené à réfléchir sur ses connaissances antérieures en faisant référence aux différents ensembles et sous-ensembles des nombres étudiés en 8^e année. L'élève pourra établir des liens entre les différentes représentations des nombres (fractions, nombres décimaux, racines carrées, nombres entiers, etc.).
- L'élève devra établir des liens entre les différents ensembles qui sont contenus dans la liste en fonction de ses connaissances antérieures en mathématiques. L'enseignante ou l'enseignant pourra guider l'élève afin de faire ressortir les ensembles suivants : nombres rationnels, nombres entiers relatifs, nombres entiers naturels, nombres irrationnels et nombres réels.

? **Quels sont les ensembles qui peuvent regrouper deux ou plusieurs de ces nombres?**

J'énumère les nombres rationnels :

$$\left\{-12; 33; 4,24; -\sqrt{64}; -415; \frac{1}{9}; 81^{\frac{1}{4}}; 12,\bar{6}; \frac{6}{4}; 3\frac{1}{7}; -14,1; -5\frac{3}{4}\right\}$$

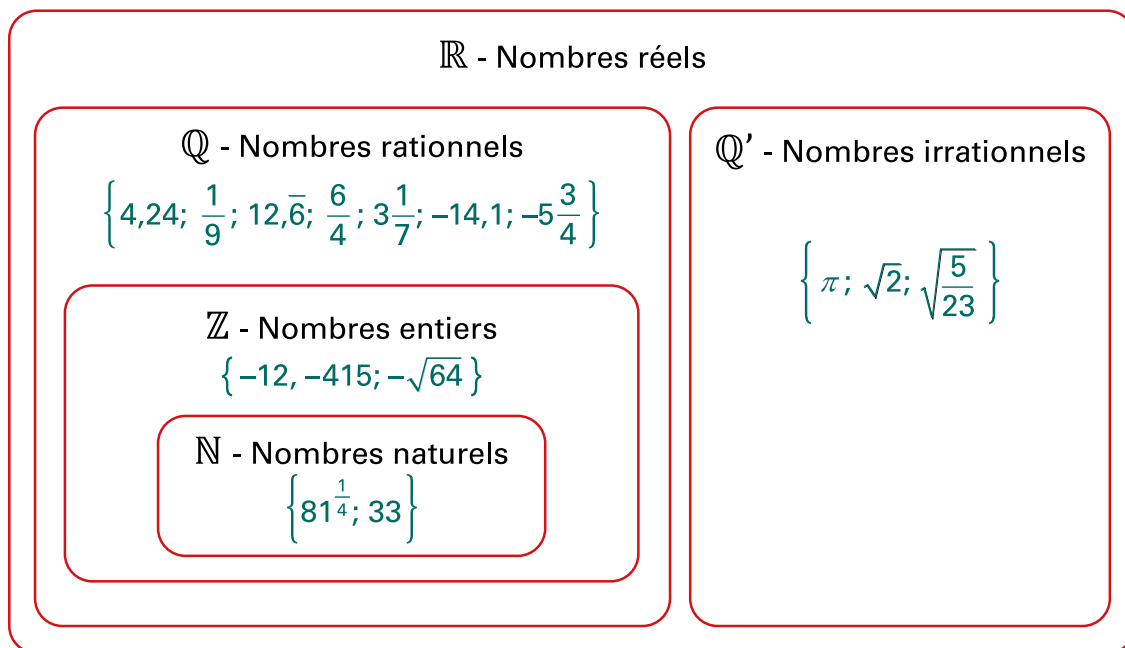
Les entiers relatifs comprennent des entiers positifs et négatifs.

J'énumère les nombres entiers : $\left\{-12; -415; -\sqrt{64}; 33; 81^{\frac{1}{4}}\right\}$.

J'énumère les nombres entiers naturels : $\left\{81^{\frac{1}{4}}; 33\right\}$.

J'énumère les nombres irrationnels : $\left\{\pi; \sqrt{2}; \sqrt{\frac{5}{23}}\right\}$.

J'énumère les nombres réels. Tous les nombres de la liste font partie de l'ensemble des nombres réels.



Selon mes résultats, je détermine que les nombres peuvent être caractérisés dans plusieurs sous-ensembles communs. Tous les nombres rationnels, entiers, naturels et irrationnels font partie de l'ensemble des nombres réels.

Retour sur l'exemple 2

- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour identifier les différents ensembles de nombres. La technique de l'aquarium ou un pense-parle-partage peuvent être utilisés. De cette manière, tous les élèves sont en réflexion par rapport à leur travail. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- Pendant les discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre les différents ensembles de nombres et les nombres qui les composent et que les éléments de la section **Éléments à faire ressortir** sont abordés. Si nécessaire, poser des questions telles que :
 - Quelles sont les caractéristiques qui représentent un nombre réel? un nombre rationnel? un nombre irrationnel? un nombre entier? un nombre naturel?
- Encourager les élèves à ajouter des éléments à leur travail ou à consigner les éléments essentiels dans leur cahier de notes.

ALLER PLUS LOIN

1. Compare la densité de l'ensemble des nombres pairs à celle de l'ensemble des nombres premiers dans le sous-ensemble des nombres entre 0 et 100 inclusivement.
2. Quel est le rapport entre le sous-ensemble des nombres impairs et le sous-ensemble des nombres premiers pour l'ensemble des nombres entre 1 à 100 inclusivement? Entre 101 et 200 inclusivement? Entre 201 et 300 inclusivement? Le rapport est-il constant pour chaque centaine de nombres naturels?

Partie 2 – Apprentissage autonome

Déroulement

- Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!**. Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou autres preuves d'apprentissage.
- Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves et les interpréter selon l'atteinte des critères d'évaluation et cibler les prochaines étapes de l'enseignement et des élèves en vue de les aider à s'améliorer.

Note : Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.

Corrigé

1. Dans l'ensemble des nombres entre 1 et 100, identifie 5 nombres pour 3 sous-ensembles différents.

Processus mathématique préconisé : établissement de liens

L'élève établit des liens afin de déterminer 3 différents sous-ensembles en se basant sur ses connaissances antérieures. Dans cet exemple, le corrigé montre des nombres pour les sous-ensembles des nombres pairs, impairs et premiers. Un élève pourrait utiliser différents sous-ensembles.

L'enseignante ou l'enseignant pourrait poser les questions suivantes afin d'aider l'élève à répondre à la question :

- Quels concepts mathématiques crois-tu devoir utiliser pour répondre à ce problème?
- Quels liens fais-tu avec ce que tu as déjà appris en mathématiques?

Je détermine cinq nombres pairs dans l'ensemble des nombres entre 1 et 100.

Les nombres pairs sont : {12, 44, 66, 78, 98}.

Je détermine cinq nombres impairs dans l'ensemble des nombres entre 1 et 100.

Les nombres impairs sont : {13, 37, 51, 77, 83}.

Je détermine cinq nombres premiers dans l'ensemble des nombres entre 1 et 100.

Les nombres premiers sont : {3, 17, 29, 53, 67}.



2. Dans l'ensemble des nombres de -20 à 20 inclusivement, identifie les 3 sous-ensembles suivants :

- a) nombres carrés parfaits;
- b) nombres divisibles par 6;
- c) nombres composés.

Processus mathématique préconisé : établissement de liens

L'élève établit des liens afin de déterminer 3 différents sous-ensembles en se basant sur ses connaissances antérieures. Dans cet exemple, le corrigé montre des nombres pour les sous-ensembles des nombres carrés parfaits, divisibles par 6 et composés. Un élève pourrait utiliser différents sous-ensembles.

L'enseignante ou l'enseignant pourrait poser les questions suivantes afin d'aider l'élève à répondre à la question :

- Quels concepts mathématiques crois-tu devoir utiliser pour répondre à ce problème?
- Quels liens fais-tu avec ce que tu as déjà appris en mathématiques?

a) Je détermine les nombres carrés parfaits dans l'ensemble des nombres de -20 à 20.

Les nombres carrés parfaits sont : {4, 9, 16}.

Un nombre carré parfait contient deux diviseurs identiques tel que $4 = 2 \times 2$.

b) Je détermine les nombres divisibles par 6 dans l'ensemble des nombres de -20 à 20.

Les nombres divisibles par 6 sont : {-18, -12, -6, 0, 6, 12, 18}.

Tous les nombres divisibles par 6 n'ont pas de reste.

c) Je détermine les nombres composés dans l'ensemble des nombres de -20 à 20.

Les nombres composés sont : {4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18}.

Tous les nombres composés sont des nombres naturels qui possèdent 3 diviseurs positifs ou plus, incluant 1 et le nombre lui-même. Par exemple, les diviseurs positifs de 9 sont 1, 3 et 9 donc 9 est un nombre composé.

3. Dans l'ensemble de nombres entre -100 et 100 , énumère et décris 3 différents sous-ensembles de nombres possibles. Tes sous-ensembles doivent comporter au moins 5 nombres.

Processus mathématique préconisé : réflexion

L'élève réfléchit afin de déterminer 5 différents ensembles en se basant sur ses connaissances antérieures. Dans cet exemple, le corrigé montre les ensembles des nombres réels, rationnels, irrationnels, entiers relatifs et naturels.

L'enseignante ou l'enseignant pourrait poser les questions suivantes afin d'aider l'élève à répondre à la question :

- À quel(s) concept(s) mathématique(s) cette question te fait-elle penser?
- Comment peux-tu organiser les données afin de t'aider à résoudre le problème?

Je détermine cinq nombres réels dans l'ensemble des nombres entre -100 et 100 .

Les nombres réels sont : $\{-99; -33; -\sqrt{9}; 2,35; 9\frac{1}{8}\}$

Tous les nombres entre -100 et 100 (fractions, décimaux, racine carrée, nombres entiers et nombres qui ne peuvent être exprimés sous forme de rapport de deux nombres entiers) font partie des nombres réels.

Je détermine cinq nombres rationnels dans l'ensemble des nombres entre -100 et 100 .

Les nombres rationnels sont : $\{-5,36; -\frac{1}{3}; 3\frac{1}{9}; 11; \sqrt{144}\}$

Les nombres rationnels contiennent tous les nombres entre -100 et 100 (fractions, décimaux, racine carrée et nombres entiers) qui ont une valeur exacte et connue.

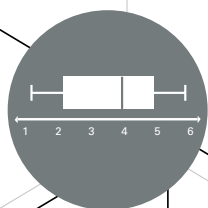
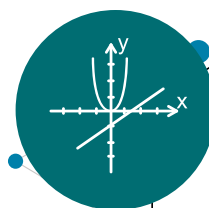
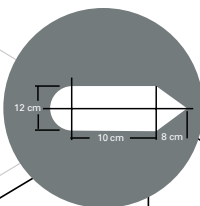
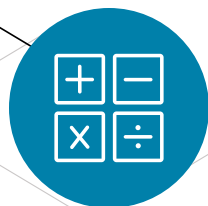
Je détermine cinq nombres irrationnels dans l'ensemble des nombres entre -100 et 100 .

Les nombres irrationnels sont : $\{-\sqrt{5}, \sqrt{2}, \sqrt[3]{20}, 2^{\sqrt{2}}, \pi\}$

Les nombres irrationnels contiennent des nombres qui ne peuvent être exprimés sous la forme d'une fraction. Ces nombres ont un développement décimal infini et non périodique.

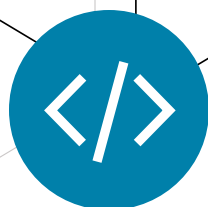
L'enseignante ou l'enseignant pourrait aussi demander aux élèves de comparer leurs réponses. Ceci permettra aux élèves de comparer leur solution à celle des autres. Les élèves devraient avoir différents nombres dans leur ensemble de nombres communs.

VERSION DE L'ÉLÈVE



$$\pi$$
$$1,4 \times 10^{-8}$$
$$-\frac{3}{4}$$

9^e
ANNÉE



PENSONS MATHÉMATIQUES!

Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques

Minileçon

NOMBRES

Déterminer les sous-ensembles
du système de nombres

Partie 1 – Exploration guidée

EXEMPLE 1

Catégoriser un sous-ensemble de nombres

À l'aide d'un diagramme, catégorise l'ensemble des nombres entiers compris entre -20 et 20 inclusivement selon différents sous-ensembles de nombres.



TA STRATÉGIE

EXEMPLE 2

Organiser une liste de nombres

Trier la liste suivante en différents ensembles de nombres et créer un diagramme pour les organiser.

$$-12; 33; \sqrt{2}; 4,24; \frac{1}{9}; 81^{\frac{1}{4}}; -\sqrt{64}; 12,\overline{6}; -415; \sqrt{\frac{5}{23}}; \frac{6}{4}; 3\frac{1}{7}; \pi; -14,1; -5\frac{3}{4}$$



TA STRATÉGIE

Partie 2 – Apprentissage autonome

À ton tour!

1. Dans l'ensemble des nombres entre 1 et 100, identifie 5 nombres pour 3 sous-ensembles différents.



TA STRATÉGIE

2. Dans l'ensemble des nombres de -20 à 20 inclusivement, identifie les 3 sous-ensembles suivants :
- a) nombres carrés parfaits;
 - b) nombres divisibles par 6;
 - c) nombres composés.



TA STRATÉGIE

3. Dans l'ensemble de nombres entre -100 et 100 , énumère et décris 3 différents sous-ensembles de nombres possibles. Tes sous-ensembles doivent comporter au moins 5 nombres.



TA STRATÉGIE