

$$\pi$$
$$1,4 \times 10^{-8}$$
$$-\frac{3}{4}$$



9^e
ANNÉE

PENSONS MATHÉMATIQUES!

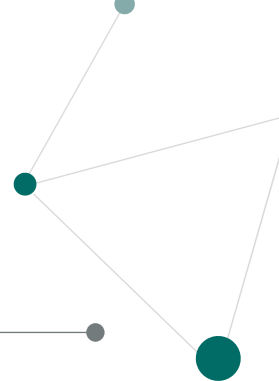
**Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques**

Concepts mathématiques

GÉOMÉTRIE ET MESURE

L'influence d'un changement de dimensions
d'une figure plane et d'un solide sur leurs mesures

Terminologie liée au concept mathématique



Périmètre. Longueur de la ligne qui délimite le contour d'une figure plane fermée.

Circonférence. Contour ou périmètre d'un cercle ou d'un objet circulaire.
Les équations utilisées pour déterminer la circonférence d'un cercle sont $C = 2\pi r$, où C est la circonférence et r est le rayon du cercle, ou πd , où d est le diamètre.

Aire. Mesure en unités carrées d'une surface plane fermée.

Volume. Mesure en unités cubes de l'espace en trois dimensions qu'occupe un objet solide.

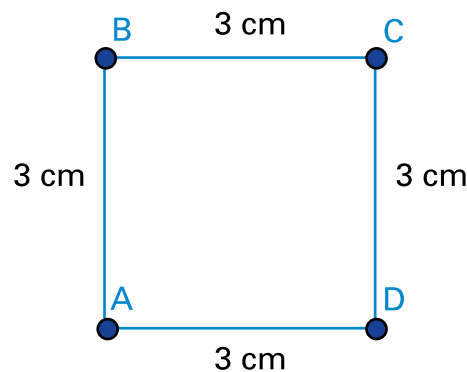
Mise en contexte du concept mathématique

EXEMPLE 1

Les carrés et les cubes

- a) À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, tel que *GeoGebra*, conçois un carré ayant les dimensions de ton choix. Compare ensuite l'effet sur le périmètre et l'aire si on double la longueur de chaque côté. Crée une généralisation.

J'utilise un logiciel de géométrie dynamique pour créer un carré ABCD avec des dimensions quelconques; je choisis au hasard un carré ayant des côtés de 3 cm.



À l'aide du logiciel, je détermine le périmètre du carré ABCD.

$$e = \text{Périmètre (ABCD)}$$

$$\rightarrow 12$$

Le périmètre du carré ABCD est de 12 cm.

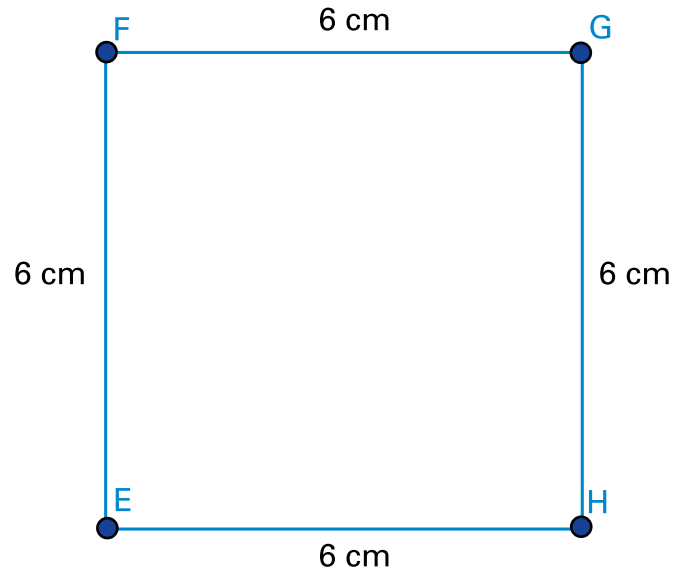
Je détermine ensuite l'aire du carré ABCD.

$$j = \text{Aire (ABCD)}$$

$$\rightarrow 9$$

L'aire du carré ABCD est de 9 cm².

Si je double les longueurs des côtés, j'obtiens le carré EFGH ayant des côtés de 6 cm.



À l'aide du logiciel, je répète les mêmes opérations pour le périmètre du carré EFGH.

a = Périmètre (EFGH)

→ 24

Le périmètre du carré EFGH est de 24 cm.

Je détermine l'aire du carré EFGH.

b = Aire (EFGH)

→ 36

L'aire du carré EFGH est de 36 cm².

Afin de généraliser les résultats, je refais les opérations avec le logiciel de géométrie dynamique pour l'aire et le périmètre en utilisant des valeurs différentes pour chaque côté et en analysant les résultats.

Dimensions (cm)				Conclusions	
Longueur	Largeur	Périmètre (cm)	Aire (cm ²)	Périmètre	Aire
6	6	$6 \times 4 = 24$	$6 \times 6 = 36$		
6×2	6×2	$(6 \times 2) \times 4 = 48$	$(6 \times 2)^2 = 6^2 \times 2^2$ $= 36 \times 4$ $= 144$	Le périmètre a été multiplié par 2.	L'aire a été multipliée par $2^2 = 4$.
6×5	6×5	$(6 \times 5) \times 4 = 120$	$(6 \times 5)^2 = 6^2 \times 5^2$ $= 36 \times 25$ $= 900$	Le périmètre a été multiplié par 5.	L'aire a été multipliée par $5^2 = 25$.
$6 \times k$	$6 \times k$	$(6 \times k) \times 4 = 24 k$	$(6 \times k)(6 \times k) = 36k^2$	Le périmètre a été multiplié par k .	L'aire a été multipliée par k^2 .
kn	kn	$kn \times 4 = 4kn$	$kn \times kn = k^2 n^2$	Le périmètre a été multiplié par k .	L'aire a été multipliée par k^2 .

Pour tout carré, si je multiplie les côtés par k , le périmètre est multiplié par k et l'aire est multipliée par k^2 .

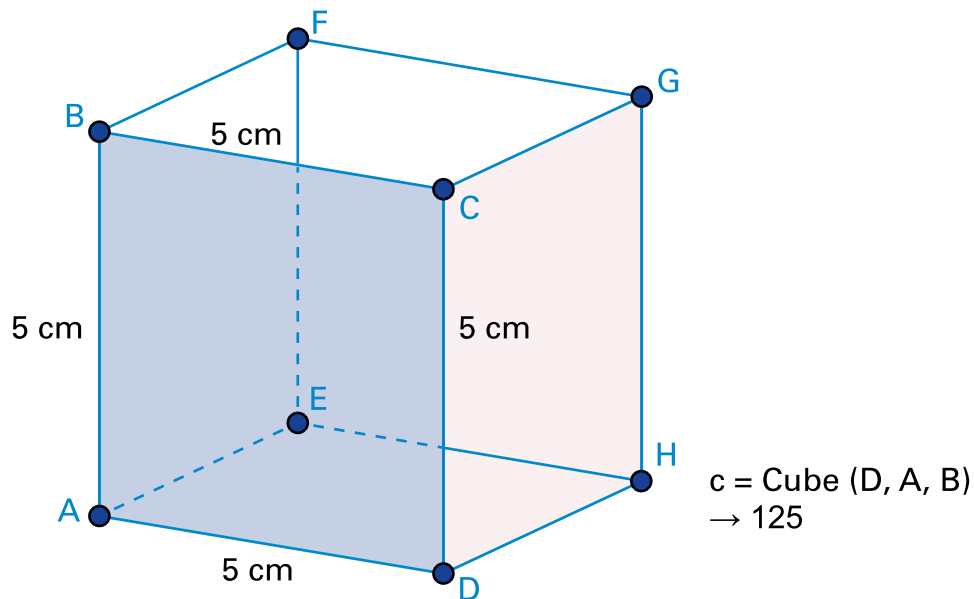
Afin de généraliser les résultats, je refais les opérations avec le logiciel de géométrie dynamique pour l'aire et le périmètre en divisant les côtés du carré et en analysant les résultats.

Dimensions (cm)				Conclusions	
Longueur	Largeur	Périmètre (cm)	Aire (cm ²)	Périmètre	Aire
12	12	$12 \times 4 = 48$	$12 \times 12 = 144$		
$12 \div 2$	$12 \div 2$	$(12 \div 2) \times 4 = 24$	$(12 \div 2)^2 = 12^2 \div 2^2 = 144 \div 4 = 36$	Le périmètre a été divisé par 2.	L'aire a été divisée par $2^2 = 4$.
$12 \div 3$	$12 \div 3$	$(12 \div 3) \times 4 = 16$	$(12 \div 3)^2 = 12^2 \div 3^2 = 144 \div 9 = 16$	Le périmètre a été divisé par 3.	L'aire a été divisée par $3^2 = 9$.
$12 \div k$	$12 \div k$	$(12 \div k) \times 4 = 48 \div k$	$(12 \div k)(12 \div k) = 144 \div k^2$	Le périmètre a été divisé par k .	L'aire a été divisée par k^2 .
$n \div k$	$n \div k$	$(n \div k) \times 4 = 4n \div k$	$(n \div k)(n \div k) = n^2 \div k^2$	Le périmètre a été divisé par k .	L'aire a été divisée par k^2 .

Pour tout carré, si je divise les côtés par k , le périmètre est divisé par k et l'aire est divisée par k^2 .

- b) À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, tel que *GeoGebra*, conçois un cube ayant les dimensions de ton choix. Compare ensuite l'effet sur l'aire de la surface et le volume si on double la longueur de chaque côté. Crée une généralisation.

J'utilise un logiciel de géométrie dynamique pour créer un cube avec des dimensions quelconques; je choisis au hasard un cube ayant des arêtes de 5 cm.



Le cube comporte 6 faces carrées dont chacun des côtés mesure 5 cm.
L'aire d'une face est de :

$$a = \text{Aire (A, B, C, D)} \\ \rightarrow 25$$

Comme il y a 6 faces d'une aire de 25 cm^2 , je multiplie l'aire d'une face par 6 :

$$d = a \times 6 \\ \rightarrow 150$$

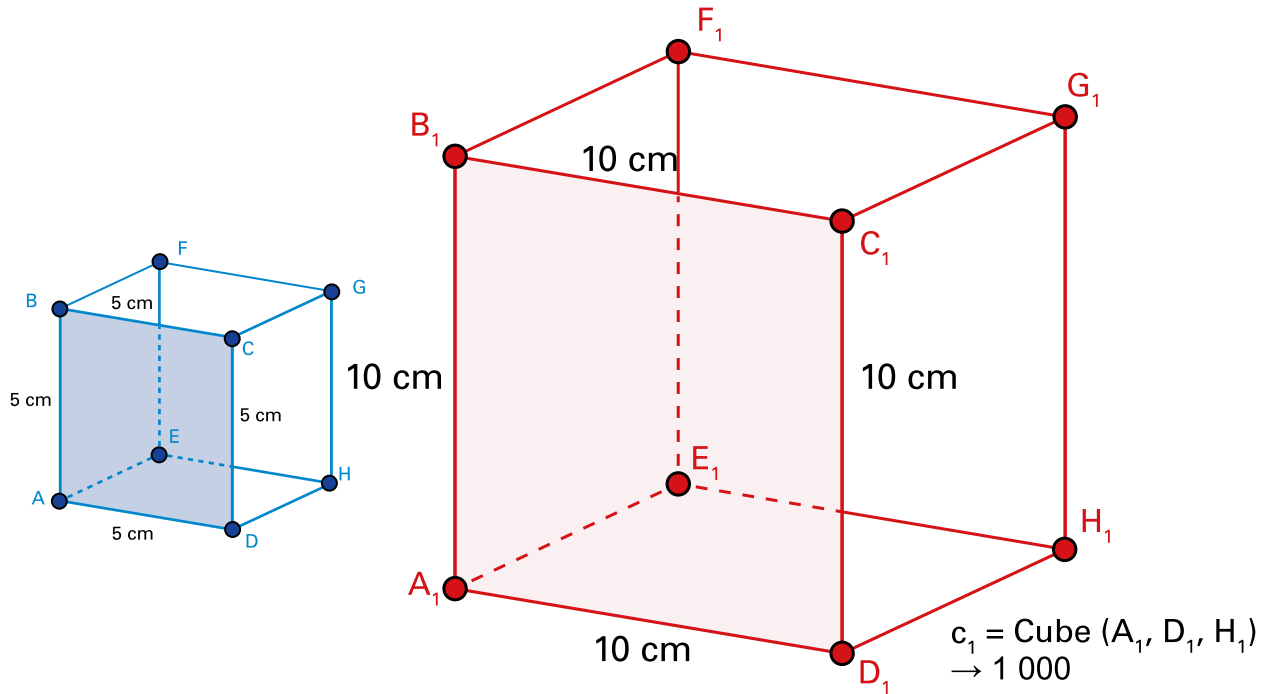
L'aire de surface du cube est de 150 cm^2 .

Je détermine le volume du cube.

$$b = \text{Volume (c)} \\ \rightarrow 125$$

Le volume du cube est de 125 cm^3 .

Si je double les longueurs des arêtes, j'obtiens un cube ayant des arêtes d'une longueur de **10 cm**.



Le cube comporte 6 faces carrées dont chacun des côtés mesure 10 cm.
L'aire d'une face est de :

$$A1 = \text{Aire } (A_1, B_1, C_1, D_1) \\ \rightarrow 100$$

Comme il y a 6 faces d'une aire de 100 cm^2 , je multiplie l'aire d'une face par 6 :

$$e = A1 * 6 \\ \rightarrow 600$$

L'aire de surface du cube est de **600 cm^2** .

À l'aide du logiciel, je détermine le volume du cube.

$$b1 = \text{Volume } (c_1) \\ \rightarrow 1\,000$$

Le volume du cube est de **$1\,000 \text{ cm}^3$** .

Afin de généraliser les résultats, je refais les opérations avec le logiciel de géométrie dynamique pour l'aire et le périmètre en utilisant des valeurs différentes pour chaque côté et en analysant les résultats.

Dimensions (cm)				Conclusions	
Longueur d'arête		Aire de la surface (cm ²)	Volume (cm ³)	Aire de la surface	Volume
5	5	$(5)^2 \times 6 = 150$	$5^3 = 125$		
5×2	10	$(5 \times 2)^2 \times 6$ $= 5^2 \times 2^2 \times 6$ $= 5^2 \times 6 \times 2^2$ $= 150 \times 4 = 600$	$(5 \times 2)^3 = 5^3 \times 2^3$ $= 125 \times 8$ $= 1\,000$	L'aire de la surface a été multipliée par $2^2 = 4$.	Le volume a été multiplié par $2^3 = 8$.
5×5	25	$(5 \times 5)^2 \times 6$ $= 5^2 \times 5^2 \times 6$ $= 5^2 \times 6 \times 5^2$ $= 150 \times 25 = 3\,750$	$(5 \times 5)^3 = 5^3 \times 5^3$ $= 125 \times 125$ $= 15\,625$	L'aire de la surface a été multipliée par $5^2 = 25$.	Le volume a été multiplié par $5^3 = 125$.
$5 \times k$	$5k$	$(5 \times k)^2 \times 6$ $= 5^2 \times k^2 \times 6$ $= 5^2 \times 6 \times k^2$ $= 150 \times k^2 = 150k^2$	$(5 \times k)^3 = 5^3 \times k^3$ $= 125 \times k^3$ $= 125k^3$	L'aire de la surface a été multipliée par k^2 .	Le volume a été multiplié par k^3 .
$n \times k$	nk	$(n \times k)^2 \times 6$ $= n^2 \times k^2 \times 6$ $= n^2 \times 6 \times k^2$ $= 6n^2k^2$	$(n \times k)^3 = n^3 \times k^3$ $= n^3 \times k^3$ $= n^3k^3$	L'aire de la surface a été multipliée par k^2 .	Le volume a été multiplié par k^3 .

Pour tout cube, si je multiplie les côtés par k , l'aire de la surface est multipliée par k^2 et le volume est multiplié par k^3 .

Afin de généraliser les résultats, je refais les opérations avec le logiciel de géométrie dynamique pour l'aire de la surface et le volume en divisant les côtés du cube et en analysant les résultats.

Dimensions (cm)				Conclusions	
Longueur d'arête		Aire de la surface (cm ²)	Volume (cm ³)	Aire de la surface	Volume
24	24	$(24)^2 \times 6 = 3\,456$	$24^3 = 13\,824$		
$24 \div 2$	12	$(24 \div 2)^2 \times 6$ $= 24^2 \div 2^2 \times 6$ $= 24^2 \times 6 \div 2^2$ $= 3\,456 \div 4$ $= 864$	$(24 \div 2)^3 = 24^3 \div 2^3$ $= 13\,824 \div 8$ $= 1\,728$	L'aire de la surface a été divisée par $2^2 = 4$.	Le volume a été divisé par $2^3 = 8$.
$24 \div 8$	3	$(24 \div 8)^2 \times 6$ $= 24^2 \div 8^2 \times 6$ $= 24^2 \times 6 \div 8^2$ $= 3\,456 \div 64$ $= 54$	$(24 \div 8)^3 = 24^3 \div 8^3$ $= 13\,824 \div 512$ $= 27$	L'aire de la surface a été divisée par $8^2 = 64$.	Le volume a été divisé par $8^3 = 512$.
$24 \div k$	$\frac{24}{k}$	$(24 \div k)^2 \times 6$ $= 24^2 \div k^2 \times 6$ $= 24^2 \times 6 \div k^2$ $= 3\,456 \div k^2$	$(24 \div k)^3 = 24^3 \div k^3$ $= 13\,824 \div k^3$	L'aire de la surface a été divisée par k^2 .	Le volume a été divisé par k^3 .
$n \div k$	$\frac{n}{k}$	$(n \div k)^2 \times 6$ $= n^2 \div k^2 \times 6$ $= n^2 \times 6 \div k^2$	$(n \div k)^3 = n^3 \div k^3$ $= n^3 \div k^3$	L'aire de la surface a été divisée par k^2 .	Le volume a été divisé par k^3 .

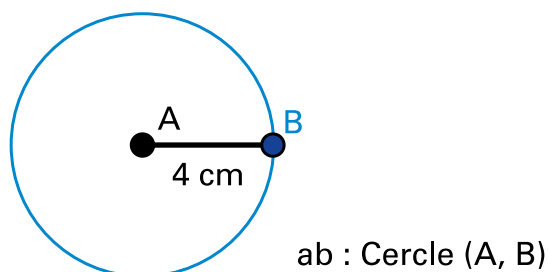
Pour tout cube, si je divise les côtés par k , l'aire de la surface est divisée par k^2 et le volume est divisé par k^3 .

EXEMPLE 2

Les cercles et les disques

À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, tel que *Geogebra*, conçois un cercle ayant un rayon de la longueur de ton choix. Compare ensuite l'effet sur la circonférence et sur l'aire si on triple la longueur du rayon. Crée une généralisation.

J'utilise un logiciel de géométrie dynamique pour créer un cercle avec un rayon d'une grandeur quelconque; je choisis au hasard le cercle *ab* ayant un rayon de 4 cm.



À l'aide du logiciel, je détermine la circonférence du cercle.

$$C_{ab} = \text{Circonférence (ab)}$$

$$\rightarrow 25,13$$

La circonférence du cercle A est d'environ 25,13 cm.

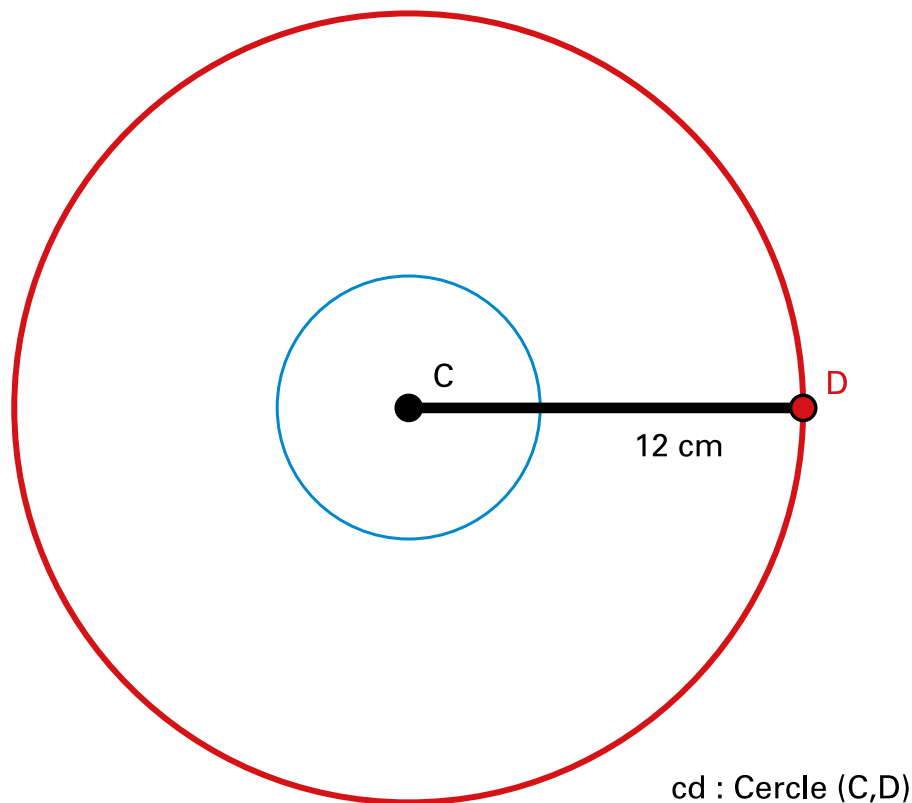
À l'aide du logiciel, je détermine l'aire du disque.

$$A_{ab} = \text{Aire (ab)}$$

$$\rightarrow 50,27$$

L'aire du disque A est d'environ 50,27 cm².

Si je triple la longueur du rayon, j'obtiens le cercle *cd* ayant un rayon de 12 cm.



À l'aide du logiciel, je détermine la circonférence du cercle.

$$C_{cd} = \text{Circonférence (cd)}$$

$$\rightarrow 75,4$$

La circonférence du cercle cd est d'environ **75,4 cm**.

À l'aide du logiciel, je détermine l'aire du disque.

$$A_{cd} = \text{Aire (cd)}$$

$$\rightarrow 452,39$$

L'aire du disque B est d'environ **452,39 cm²**.

Afin de généraliser les résultats, je refais les opérations avec le logiciel de géométrie dynamique pour la circonférence du cercle et l'aire du disque en multipliant le rayon et en analysant les résultats.

Dimensions (cm)				Conclusions	
Longueur du rayon		Circonférence du cercle (cm)	Aire du disque (cm ²)	Circonférence	Aire
4	4	$2\pi \times 4 = 25,13$	$2\pi \times 4^2 = 50,27$		
4×3	12	$2\pi \times (4 \times 3)$ $= 2\pi \times 4 \times 3$ $= 25,13 \times 3$ $= 75,4$	$2\pi \times (4 \times 3)^2$ $= 2\pi \times 4^2 \times 3^2$ $= 50,27 \times 3^2$ $= 452,39$	La circonférence a été multipliée par 3.	L'aire a été multipliée par $3^2 = 9$.
4×7	28	$2\pi \times (4 \times 7)$ $= 2\pi \times 4 \times 7$ $= 25,13 \times 7$ $= 175,91$	$2\pi \times (4 \times 7)^2$ $= 2\pi \times 4^2 \times 7^2$ $= 50,27 \times 7^2$ $= 2\,463,23$	La circonférence a été multipliée par 7.	L'aire a été multipliée par $7^2 = 49$.
$4 \times k$	$4k$	$2\pi \times (4 \times k)$ $= 2\pi \times 4 \times k$ $= 25,13 \times k$ $= 25,13k$	$2\pi \times (4 \times k)^2$ $= 2\pi \times 4^2 \times k^2$ $= 50,27 \times k^2$ $= 50,27k^2$	La circonférence a été multipliée par k .	L'aire a été multipliée par k^2 .
$n \times k$	nk	$2\pi \times (n \times k)$ $= 2\pi \times n \times k$ $= 2\pi nk$	$2\pi \times (n \times k)^2$ $= 2\pi \times n^2 \times k^2$ $= 2\pi n^2 k^2$	La circonférence a été multipliée par k .	L'aire a été multipliée par k^2 .

Pour tout objet circulaire, si je multiplie le rayon par k , la circonférence est multipliée par k et l'aire est multipliée par k^2 .

Afin de généraliser les résultats, je refais les opérations avec le logiciel de géométrie dynamique pour la circonférence du cercle et l'aire du disque en divisant le rayon et en analysant les résultats.

Dimensions (cm)				Conclusions	
Longueur du rayon		Circonférence du cercle (cm)	Aire du disque (cm ²)	Circonférence	Aire
20	20	$2\pi \times 20 = 125,66$	$2\pi \times 20^2 = 1\,256,63$		
$20 \div 2$	10	$2\pi \times (20 \div 2)$ $= 2\pi \times 20 \div 2$ $= 125,66 \div 2$ $= 62,83$	$2\pi \times (20 \div 2)^2$ $= 2\pi \times 20^2 \div 2^2$ $= 1\,256,63 \div 2^2$ $= 314,15$	La circonférence a été divisée par 2.	L'aire a été divisée par $2^2 = 4$.
$20 \div 4$	5	$= 2\pi \times 20 \div 4$ $= 125,66 \div 4$ $= 31,42$	$2\pi \times (20 \div 4)^2$ $= 2\pi \times 20^2 \div 4^2$ $= 1\,256,63 \div 4^2$ $= 75,54$	La circonférence a été divisée par 4.	L'aire a été divisée par $4^2 = 16$.
$20 \div k$	$\frac{20}{k}$	$= 2\pi \times 20 \div k$ $= 125,66 \div k$ $= 31,42$	$2\pi \times (20 \div k)^2$ $= 2\pi \times 20^2 \div k^2$ $= 1\,256,63 \div k^2$	La circonférence a été divisée par k .	L'aire a été divisée par k^2 .
$n \div k$	$\frac{n}{k}$	$2\pi \times (n \div k)$ $= 2\pi \times n \div k$ $= 2\pi n \div k$	$2\pi \times (n \div k)^2$ $= 2\pi \times n^2 \div k^2$ $= 2\pi n^2 \div k^2$	La circonférence a été divisée par k .	L'aire a été divisée par k^2 .

Pour tout objet circulaire, si je divise le rayon par k , la circonférence est divisée par k et l'aire est divisée par k^2 .