

9^e
ANNÉE

PENSONS MATHÉMATIQUES!

**Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques**

Concepts mathématiques

GÉOMÉTRIE ET MESURE

Les systèmes de mesure et concepts
géométriques liés aux carrières
et aux autres disciplines

Terminologie liée au concept mathématique

Triplet pythagoricien. Système nous permettant de déterminer avec exactitude la présence d'un triangle rectangle grâce au rapport entre ses côtés. Les triplets pythagoriciens de base inférieurs à 100 sont les suivants :

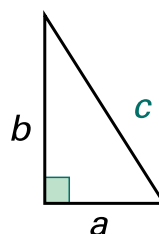
(3, 4, 5)	(20, 21, 29)	(11, 60, 61)	(13, 84, 85)
(5, 12, 13)	(12, 35, 37)	(16, 63, 65)	(36, 77, 85)
(8, 15, 17)	(9, 40, 41)	(33, 56, 65)	(39, 80, 89)
(7, 24, 25)	(28, 45, 53)	(48, 55, 73)	(65, 72, 97)

Les triplets pythagoriciens de base ainsi que leurs **multiples** peuvent être utilisés afin de trouver la longueur exacte d'un côté d'un triangle rectangle.

Note : Dans les civilisations babylonienne et égyptienne de l'Antiquité, on remarque des fondements mathématiques basés sur le principe des triplets pythagoriciens. Pythagore a formalisé la relation sous forme de théorème.

La relation de Pythagore

Elle met en relation les trois côtés du triangle rectangle de la manière suivante :



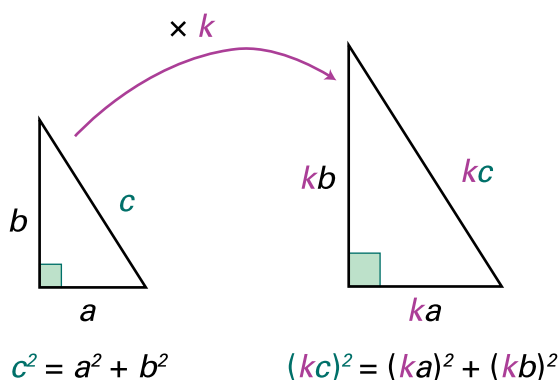
Opposé à l'angle droit, le côté c est appelé l'hypoténuse et est le côté le plus long. On appelle les deux autres côtés les cathètes. La relation $c^2 = a^2 + b^2$ est toujours vraie.

Elle permet de trouver la mesure d'un côté lorsqu'on connaît la mesure des deux autres.

Exemple :

Comment utiliser les multiples des triplets pythagoriciens?

Considérons un triangle rectangle.

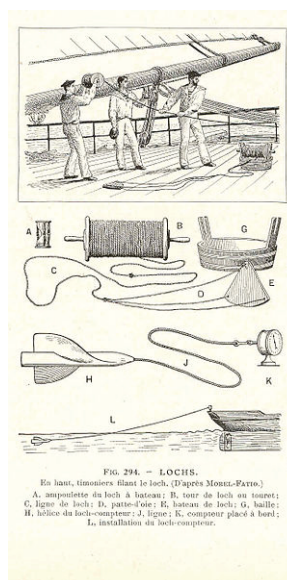


Si $a = 3$ cm, $b = 4$ cm et $c = 5$ cm, il est possible de vérifier qu'un triangle avec les côtés $a = 6$ cm, $b = 8$ cm et $c = 10$ cm respectivement est un triangle rectangle, car les nouvelles valeurs sont un multiple du triplet pythagoricien $(3, 4, 5)$, soit $(3k, 4k, 5k) = (6, 8, 10)$ ou $k = 2$.

Nœud (kt ou nd). Unité de mesure qui permet de calculer la vitesse en navigation maritime ou aérienne. Un nœud marin est égal à 1,852 kilomètre par heure.

Note : Avant les avancées technologiques qui nous permettent maintenant de calculer la vitesse en kilomètre par heure (km/h), les marins devaient estimer leur vitesse à l'aide d'un loch de navire. Au même moment où ils lançaient à l'eau une planchette à l'arrière de leur bateau, reliée à une corde contenant des nœuds à des intervalles de 47 pieds, ils retournaient un sablier de 30 secondes.

La vitesse était calculée selon le nombre de nœuds qui passaient dans leurs mains pendant les 30 secondes. Un nœud est un taux de variation qui suit le tableau ci-dessous.



Source : Wikimedia commons – [FMIB 47804](#)
[Lochs En haut, timoniers filant le loch \(D'après Morel-Fatio\).jpeg](#)

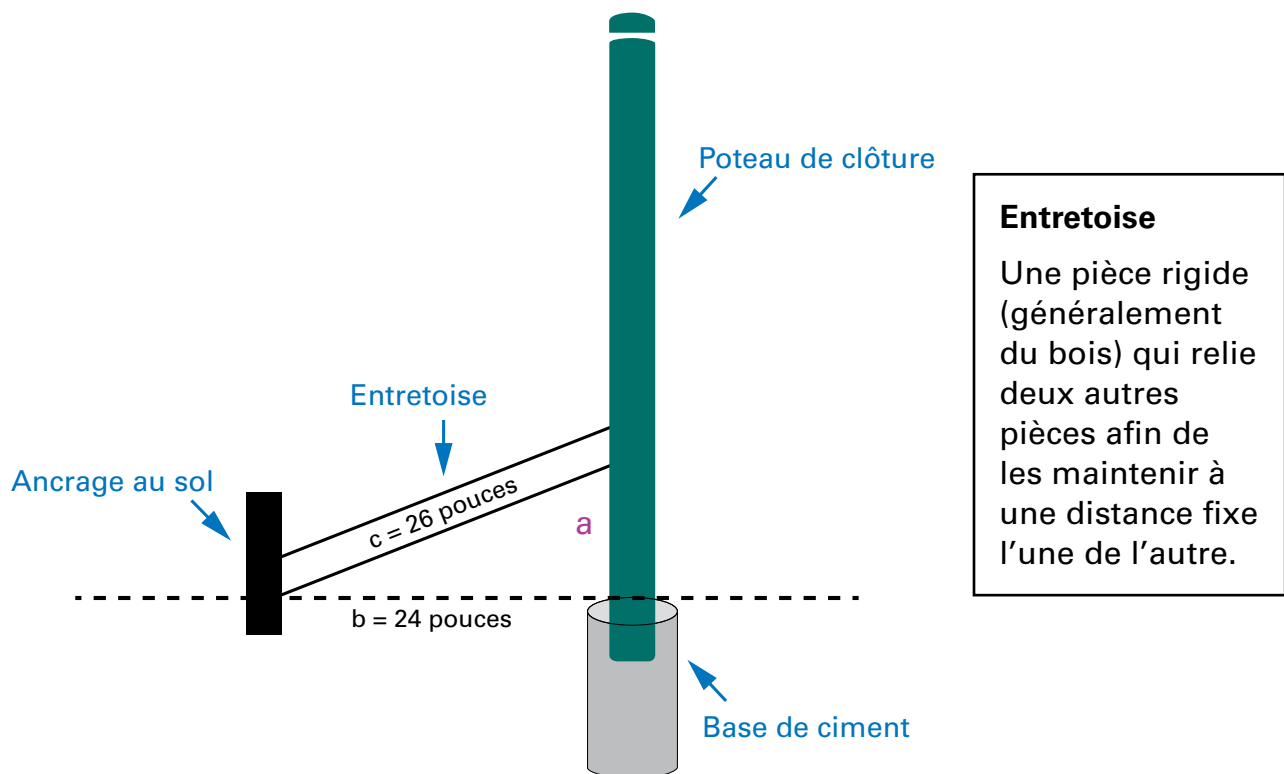
Nombre de nœuds	Kilomètres par heure
1 nœud	1,85 km/h
2 nœuds	3,70 km/h
3 nœuds	5,56 km/h

Mise en contexte du concept mathématique

EXEMPLE 1

La mesure et la géométrie

Afin d'installer une clôture droite et solide, Noémie doit bien ancrer au sol les poteaux de clôture pendant que sèche le ciment. L'illustration ci-dessous représente la technique d'ancrage au sol. Si l'entretoise mesure 26 pouces et que l'ancrage se trouve à 24 pouces du poteau, à quelle hauteur du poteau doit-on attacher l'entretoise?



- Je cherche la valeur du côté afin de confirmer la présence d'un angle droit.
- Je reconnais le triplet pythagoricien (5, 12, 13), puisque 24 et 26 sont des multiples de 12 et de 13 respectivement.

Puisque $b = 2 \times 12 = 24$ pouces

$$c = 2 \times 13 = 26 \text{ pouces}$$

$$a = 2 \times 5 = 10 \text{ pouces}$$

EXEMPLE 2

La mesure et la vitesse

Afin de s'assurer que le poteau soit bien droit et forme un angle de 90 degrés par rapport au sol, Noémie devra mesurer le côté a et obtenir une mesure de 10 pouces.

Un bateau fait le trajet d'Ottawa à Kingston en 8 heures. La distance totale parcourue est de 200 km. À quelle vitesse, en nœuds, le bateau va-t-il en moyenne?

- Je fais ressortir mes données.

$$t = 8 \text{ heures}$$

$$d = 200 \text{ km}$$

- La vitesse est représentée par la distance par rapport au temps.

$$v = \frac{d}{t}$$

Je trouve la vitesse moyenne du bateau en km/h.

$$v = \frac{200 \text{ km}}{8 \text{ h}}$$

$$v = 25 \text{ km/h}$$

- Je connais le rapport entre la vitesse, en nd, et la vitesse, en km/h (1 nd = 1,852 km/h). Je trouve la vitesse, en nd, du bateau.

$$x \text{ nd} = 25 \text{ km/h}$$

$$\frac{x \text{ nd}}{1 \text{ nd}} = \frac{25 \text{ km/h}}{1,852 \text{ km/h}}$$

$$x = 13,5 \text{ nd}$$

La vitesse du bateau sur le trajet d'Ottawa à Kingston était donc de 13,5 nœuds.

EXEMPLE 3

Une mesure qui date de l'Antiquité

Une **coudée** est une unité de longueur qui a plus de 5 000 ans et était utilisée par plusieurs cultures pour mesurer de grandes distances. La coudée dite « naturelle » mesurait 24 doigts (soit 1,5 pied). Cependant, la longueur d'une coudée a varié d'une région à l'autre ainsi que d'une époque à l'autre.

La coudée de Nippur (une ville antique disparue qui était située dans l'Irak d'aujourd'hui) mesurait 30 doigts. Quelle est la différence de distance en pieds entre cette coudée et celle dite « naturelle » ?

- J'établis un rapport entre les deux mesures de coudée afin de trouver la différence entre les deux en pieds.

$$\frac{1,5 \text{ pied}}{24 \text{ doigts}} = \frac{x \text{ pieds}}{30 \text{ doigts}}$$

$$\frac{1,5}{24} \times 30 = \frac{x}{\cancel{30}} \times \cancel{30}$$

$$\frac{1,5(30)}{24} = x$$

$$\frac{45}{24} = x$$

$$1,875 = x$$

- Je détermine que la différence entre la coudée de Nippur et celle dite « naturelle » est $1,875 - 1,5 = 0,375$ pied ou environ $0,375 \times 12 \text{ pouces} = 4,5$ pouces.