

9^e
ANNÉE

PENSONS MATHÉMATIQUES!

**Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques**

Concepts mathématiques

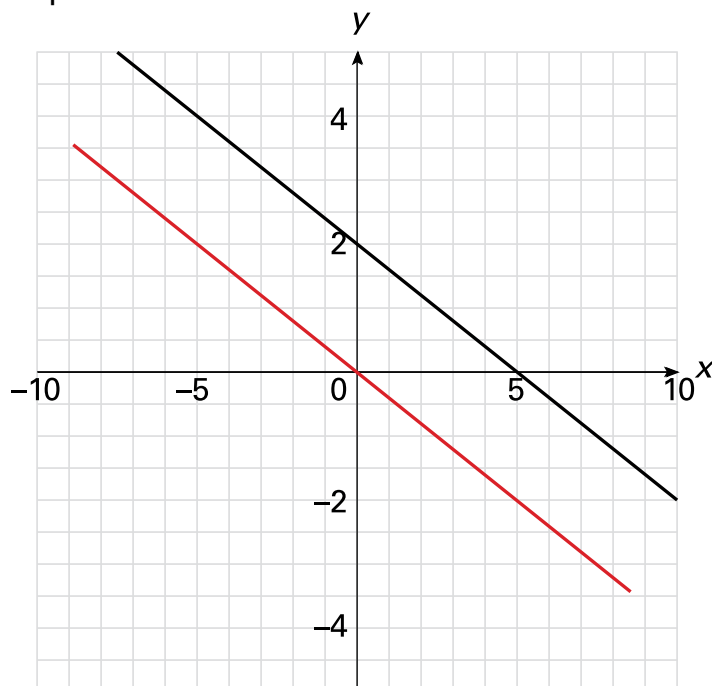
ALGÈBRE

Les translations, réflexions et rotations des droites $y = ax$

Terminologie liée au concept mathématique

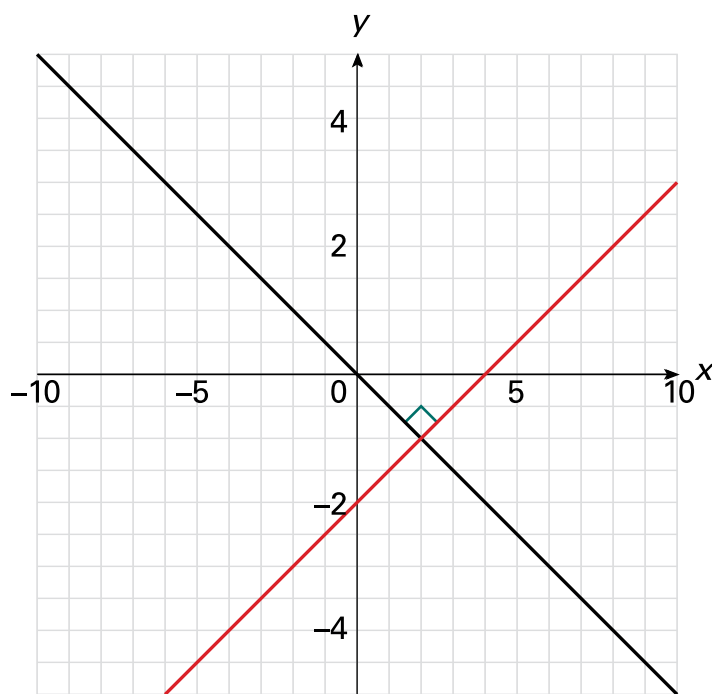
Droites parallèles. Droites qui ont le même taux de variation, mais qui ont tous leurs points en commun ou aucun point en commun.

Exemple : Droites parallèles



Droites perpendiculaires. Droites qui se coupent en formant des angles droits.

Exemple :



Translation d'une droite. Glissement selon lequel chaque point d'une droite est déplacé dans le même sens, dans la même direction et selon la même distance.

Réflexion d'une droite. Transformation symétrique de points par rapport à un axe tel que l'axe des abscisses ou l'axe des ordonnées de telle sorte que le point réfléchi et le point d'origine soient à la même distance perpendiculairement à l'axe de réflexion.

Rotation d'une droite. Transformation qui consiste à faire pivoter chaque point (x, y) d'une droite autour d'un point fixe appelé centre de rotation, selon un angle de rotation donné. Sur un plan cartésien, on utilise souvent l'origine comme centre de rotation.

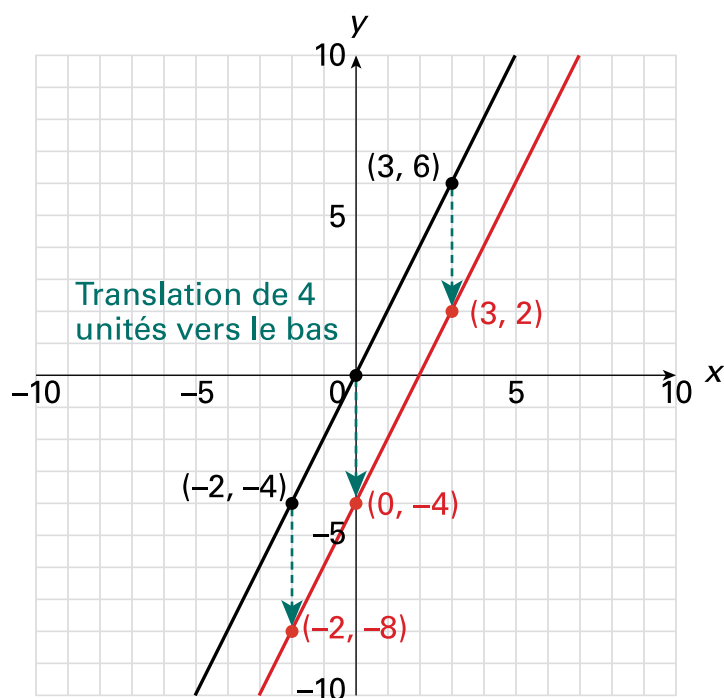
Mise en contexte du concept mathématique

EXEMPLE 1

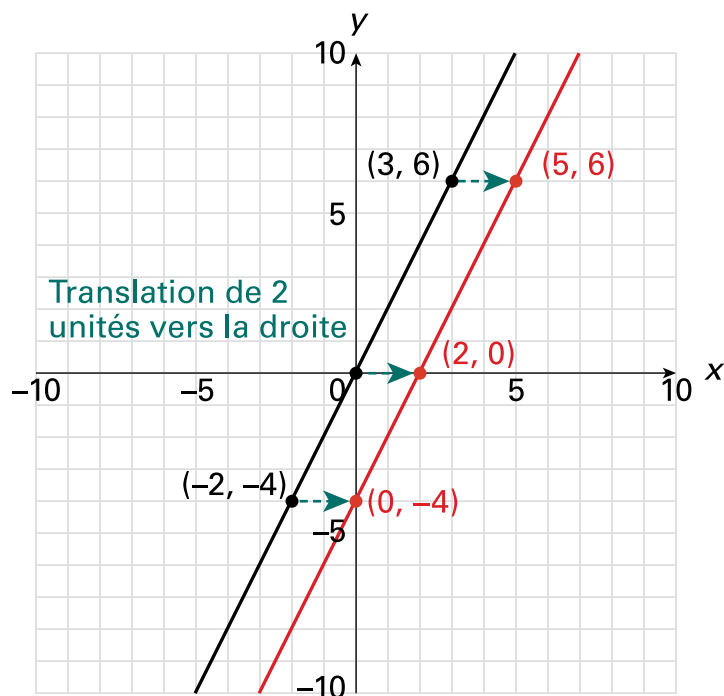
Translation

À partir de la droite $y = 2x$:

a) effectue une translation de 4 unités vers le bas;



b) effectue une translation de 2 unités vers la droite;



c) compare ces deux translations.

En utilisant un outil technologique :

- Je peux constater que dans le premier graphique, chaque point de la droite initiale $y = 2x$ a subi une translation de 4 unités vers le bas.
- Je peux constater que dans le deuxième graphique, chaque point de la droite initiale $y = 2x$ a subi une translation de 2 unités vers la droite.
- Je remarque que les taux de variation sont les mêmes et donc les droites sont parallèles.
- Suite aux translations, les droites obtenues sont les mêmes.

Pour la translation de 4 unités vers le bas, j'ai soustrait 4 à l'ordonnée de chaque point pour obtenir l'image de la droite c'est-à-dire $(x, y - 4)$. Je peux donc soustraire 4 de $2x$ pour obtenir l'équation de l'image $y = 2x - 4$.

Pour la translation de 2 unités vers la droite, je remarque que l'abscisse à l'origine de la droite originale (0,0) est devenu (2,0). L'équation de la nouvelle droite est donc $y = 2(x - 2)$ puisque si $x = 2$, $y = 0$. Cette équation correspond à un glissement vers la droite.

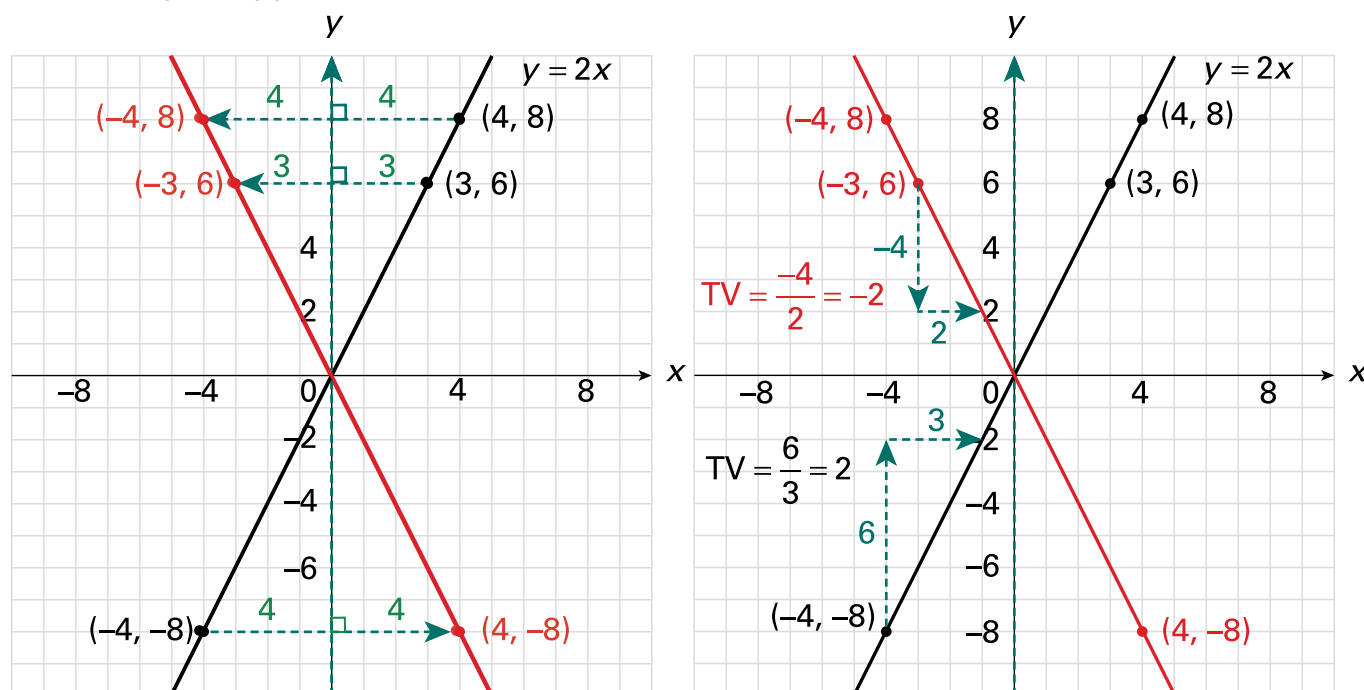
En simplifiant la deuxième équation, j'obtiens $y = 2x - 4$. Donc les deux translations effectuées représentent la même équation.

EXEMPLE 2

Réflexion

À partir de la droite $y = 2x$, compare les réflexions par rapport à l'axe des ordonnées et l'axe des abscisses.

Réflexion par rapport à l'axe des ordonnées.

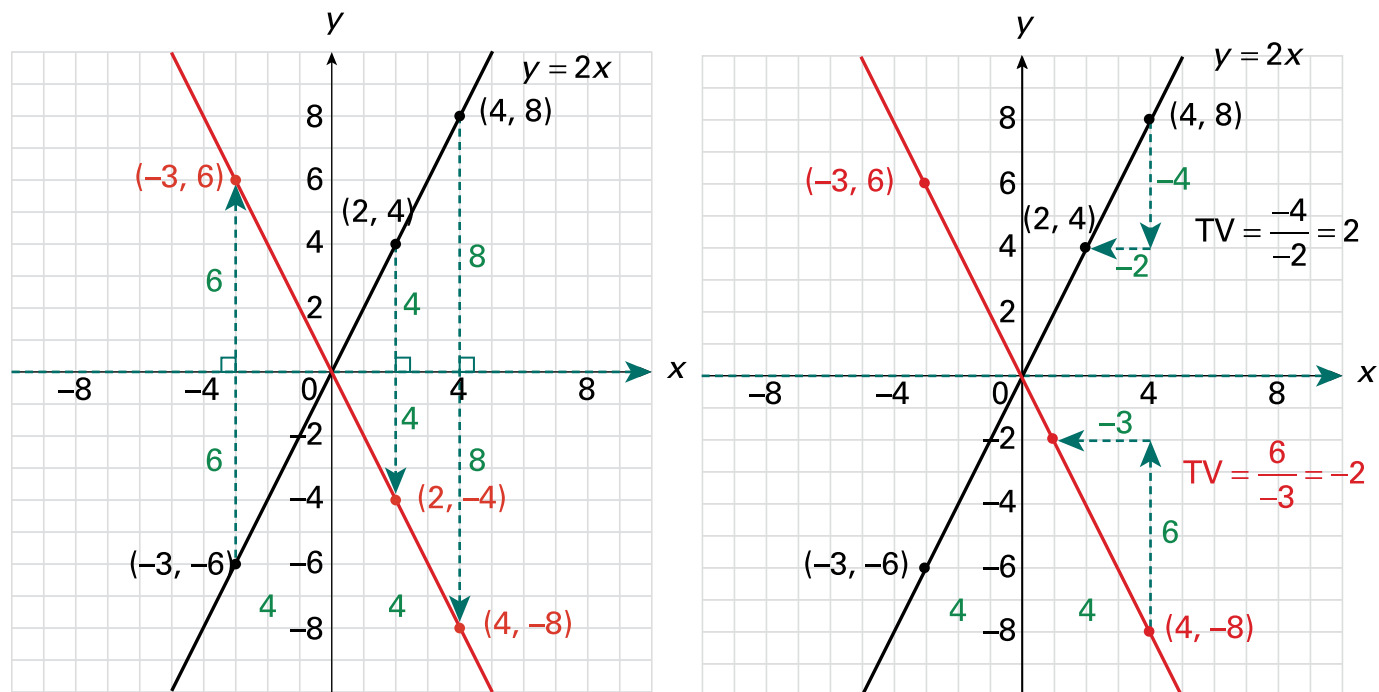


En utilisant un outil technologique :

- Je peux constater que chaque point de la droite $y = 2x$ a subi une réflexion par rapport à l'axe des ordonnées.
- Je constate que le point d'intersection des deux droites est l'origine.
- Je remarque que chaque coordonnée (x, y) est devenue $(-x, y)$, par exemple le point $(4, 8)$ devient $(-4, 8)$. Chaque point de la droite initiale et son image sont à la même distance perpendiculairement à l'axe des ordonnées.
- Le taux de variation de l'image est l'opposé du taux de variation de la droite originale, soit -2 .
- La table de valeurs est donc :

Original		Image	
x	y	x	y
2	4	-2	4
1	2	-1	2
0	0	0	0
-1	-2	1	-2
-2	-4	2	-4

Réflexion par rapport à l'axe des abscisses.



En utilisant un outil technologique :

- Je peux constater que chaque point de la droite $y = 2x$ a subi une réflexion par rapport à l'axe des abscisses.
- Je constate que le point d'intersection des deux droites est l'origine.
- Je remarque que chaque coordonnée (x, y) est devenue $(x, -y)$; par exemple, le point $(4, 8)$ devient $(4, -8)$. Chaque point de la droite initiale et son image sont à la même distance perpendiculairement à l'axe des abscisses.
- Le taux de variation de l'image est l'opposé du taux de variation de la droite originale, soit -2 .
- La table de valeurs est donc :

Original		Image	
x	y	x	y
2	4	2	-4
1	2	1	-2
0	0	0	0
-1	-2	-1	2
-2	-4	-2	4

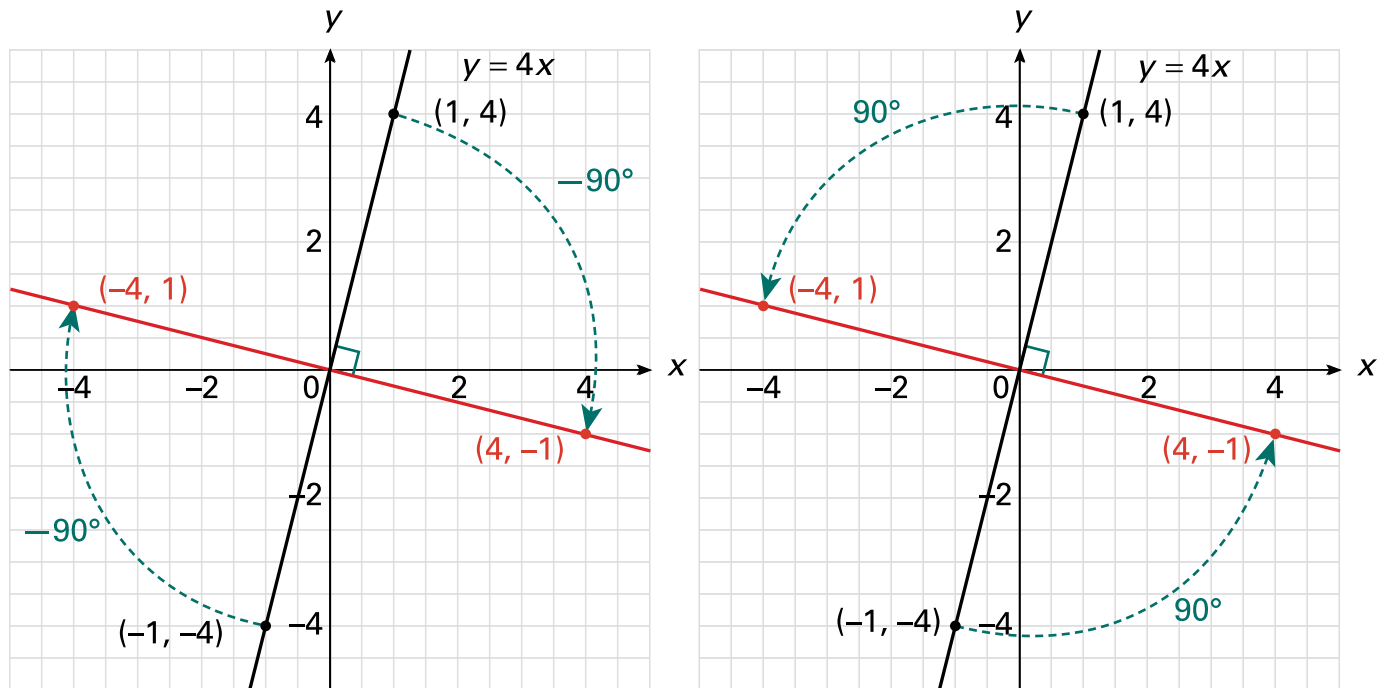
Je détermine qu'une réflexion par rapport à un axe vertical, dans ce cas l'axe des ordonnées, et une réflexion par rapport à un axe horizontal, dans ce cas l'axe des abscisses, ont le même effet puisque leur point d'intersection est $(0, 0)$.

De plus, la distance verticale entre chaque point et l'axe horizontal est a fois dans ce cas, fois $a = 2$ la distance du même point à l'axe vertical. L'équation de la nouvelle droite est donc $y = -2x$ car le taux de variation est $\frac{6}{-3} = -2$ tel que démontré.

EXEMPLE 3

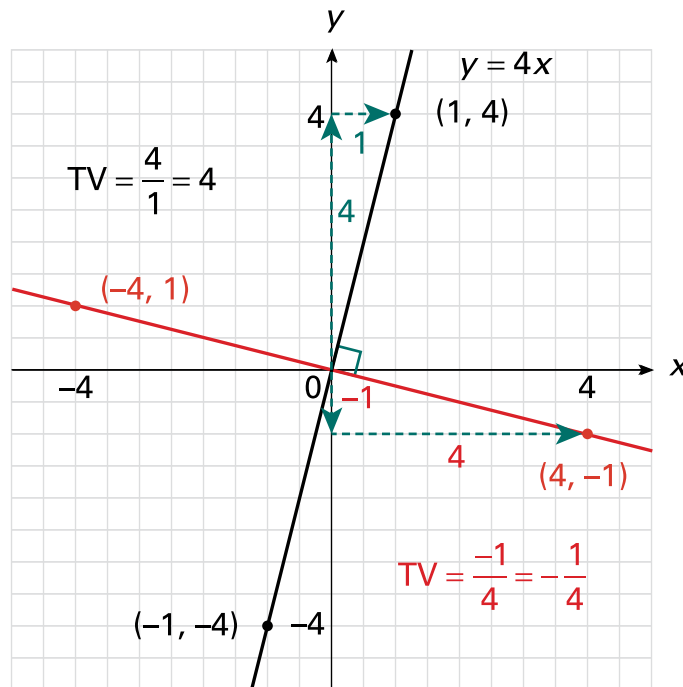
Rotation

Représente graphiquement une rotation de l'équation par rapport au point (0,0) dans le sens horaire et dans le sens antihoraire.



En utilisant un outil technologique :

- Je remarque qu'après une rotation de -90° (sens horaire) de la droite $y = 4x$, les coordonnées du point $(1, 4)$ deviennent $(4, -1)$. Le point (x, y) devient donc $(y, -x)$.
- Une rotation de -90° de la droite $y = 4x$ donne une droite qui est perpendiculaire.
Après une rotation de -90° de la droite $y = 4x$, je remarque que les deux droites sont perpendiculaires l'une par rapport à l'autre.
- Je remarque qu'après une rotation de 90° (sens antihoraire) de la droite $y = 4x$, les coordonnées du point $(1, 4)$ deviennent $(-4, 1)$. Le point (x, y) devient donc $(-y, x)$.
- Je note également qu'après une rotation de 90° , les deux droites sont perpendiculaires l'une par rapport à l'autre.



- Je remarque que le taux de variation de l'équation $y = 4x$ est 4 et que le taux de variation de l'image de la droite après une rotation de 90° est $-\frac{1}{4}$. Je peux conclure que ces taux sont des réciproques négatives de l'un de l'autre. De plus, après une rotation de la droite de -90° , j'obtiens le même taux de variation, soit $\frac{1}{-4}$ ou $-\frac{1}{4}$. L'équation de la nouvelle droite est donc $y = -\frac{1}{4}x$.

Je peux donc conclure que le taux de variation d'une droite perpendiculaire à la droite $y = ax$ ayant un taux de variation de a , est la réciproque négatif du taux de variation de a , soit $-\frac{1}{a}$. L'équation de la nouvelle droite est donc $y = -\frac{1}{a}x$.