

9^e
ANNÉE

PENSONS MATHÉMATIQUES!

**Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques**

Concepts mathématiques

ALGÈBRE

Les graphiques d'inéquations linéaires
et non linéaires

Terminologie liée au concept mathématique

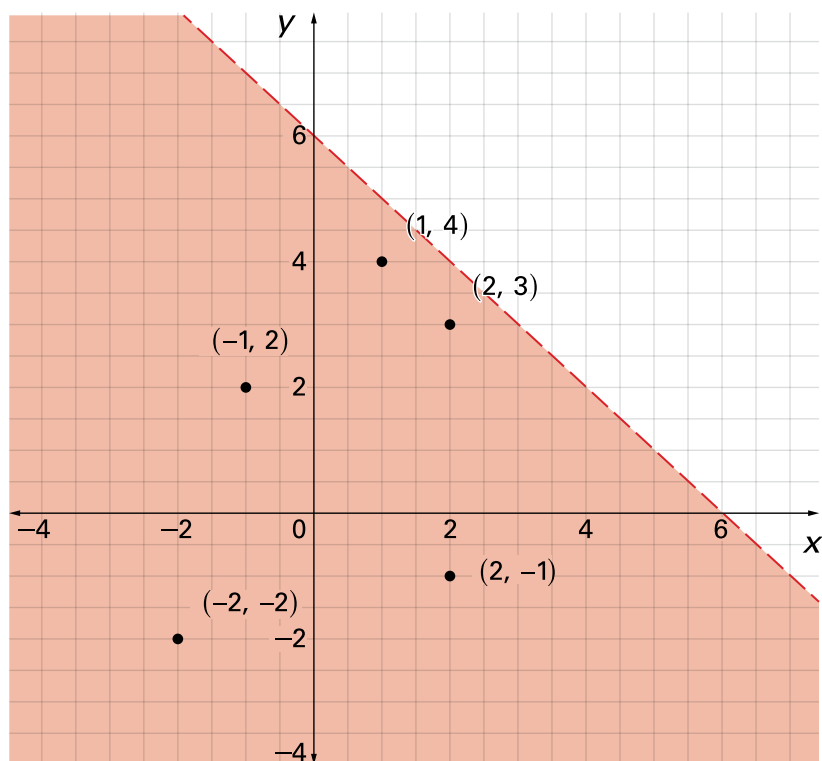
Inéquation. Une inéquation est une relation d'inégalité mathématique impliquant une ou plusieurs **variables** qui représente un ensemble-solution la rendant vraie.

Note : Une inégalité peut inclure une composante d'égalité comme « inférieur ou égal à » ($\leq$) ou « supérieur ou égal à » ($\geq$).

Exemple :

- $a < b$ indique que a est inférieur à b ;
- $a > b$ indique que a est supérieur à b ;
- $a \neq b$ indique que a n'est pas égal à b .

Les points ci-dessous, par exemple, satisfont l'inéquation $x + y < 6$ qui est bornée par $x + y = 6$.



Mise en contexte du concept mathématique

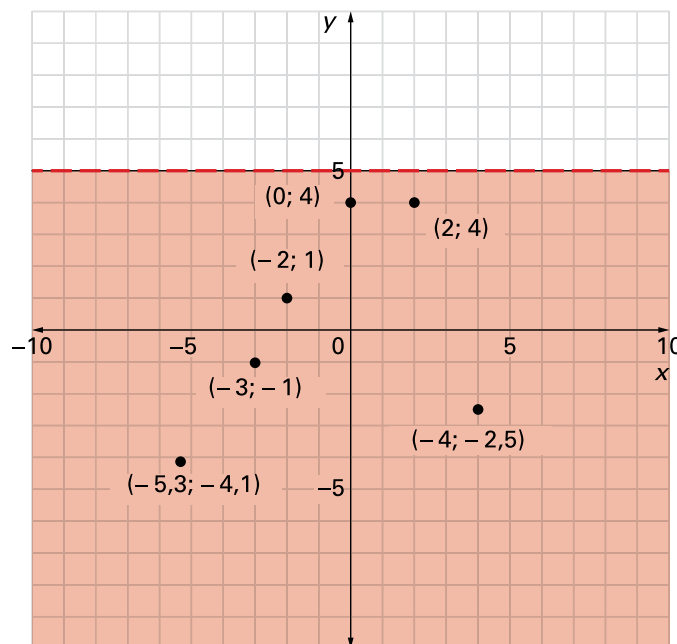
EXEMPLE 1

Les inéquations $y < k$ et $x > k$

À l'aide d'un graphique, détermine les caractéristiques des inéquations suivantes :

a) $y < 5$

- Dans l'inéquation, y peut prendre toutes les valeurs plus petites que 5; par exemple 3; 2,5; 1/2; -25 et ainsi de suite.
- L'équation $y = 5$ est la borne de la région définie par $y < 5$.
- Je trace le graphique à l'aide d'une calculatrice graphique.



- Je remarque que la droite $y = 5$ est pointillée car tous les points de cette droite ne sont pas inclus dans la région définie par l'inéquation.
- Je vois que la région en dessous de la droite $y = 5$ est ombrée pour démontrer que tous les points de la région font partie de l'ensemble-solution.
- J'en conclus que, pour l'inéquation $y < 5$, il existe une infinité de solutions.
- Je donne quelques exemples de solutions possibles : $(-5, 3)$, $(-4, 1)$, $(-3, -1)$, $(-2, 1)$, $(0, 4)$, $(2, 4)$, $(4, -2,5)$.

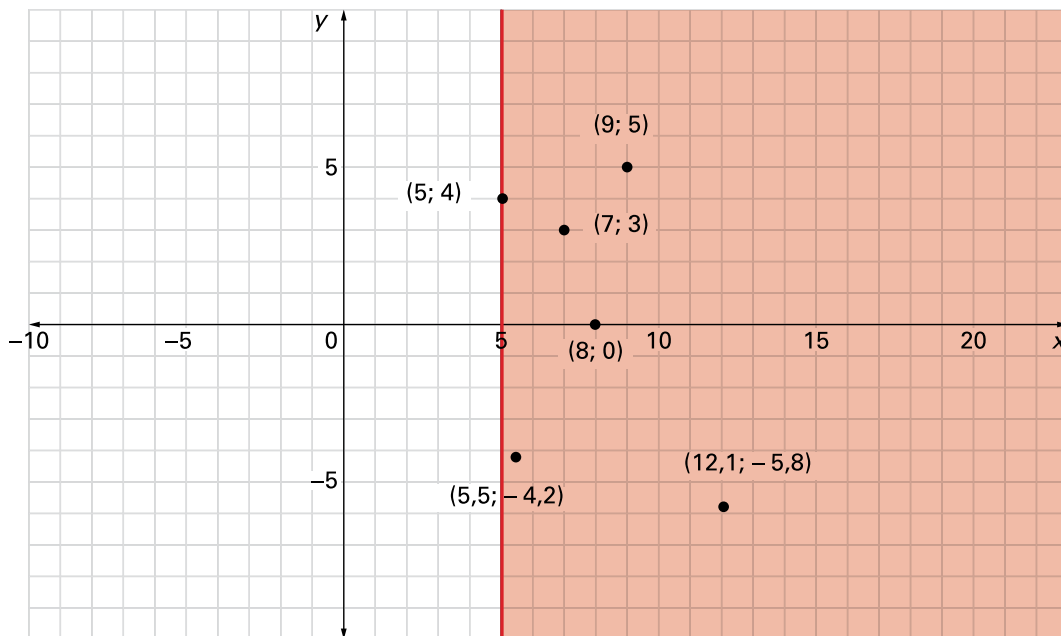
Caractéristiques de l'inéquation $y < 5$:

- les points sur la droite $y = 5$ n'appartiennent pas à l'ensemble-solution, donc la droite est pointillée;
- les points qui appartiennent à l'ensemble solution doivent avoir une ordonnée plus petite que 5;
- l'abscisse peut prendre n'importe quelles valeurs.

Selon mes résultats, je détermine qu'une inéquation de la forme $y < k$ va toujours donner des coordonnées dans une région ombrée sous la valeur numérique de k . Le fait qu'il n'y a pas de x dans l'inéquation $y < k$ fait en sorte que l'ordonnée d'un point sera toujours plus petite que k .

b) $x \geq 5$

- Dans l'inéquation, x peut prendre toutes les valeurs plus grandes ou égales à 5; par exemple : 3; 5; 6,3; 10,37 et ainsi de suite.
- L'équation $x = 5$ est la borne de la région définie par $x \geq 5$.
- Je trace le graphique à l'aide d'une calculatrice graphique.



- Je remarque que la droite $x = 5$ est pleine car tous les points de cette droite sont inclus dans la région définie par l'inéquation.
- Je vois que la région à la droite de la droite $x = 5$ est ombrée pour démontrer que tous les points de la région font partie de l'ensemble-solution.
- J'en conclus que, pour l'inéquation $x \geq 5$, il existe une infinité de solutions.
- Je donne quelques exemples de solutions possibles : (5; 4), (5,5; -4,2), (7; 3), (8; 0), (12,1; -5,8).



Caractéristiques de l'inéquation $x \geq 5$:

- Les points sur la droite $x = 5$ appartiennent à l'ensemble-solution, donc la droite est pleine.
- Les points qui appartiennent à l'ensemble solution doivent avoir une abscisse plus grande ou égale à 5.
- L'ordonnée peut prendre n'importe quelles valeurs.

Selon mes résultats, je détermine qu'une inéquation de la forme $x \geq k$ aura comme ensemble solution des coordonnées dont les abscisses seront plus grandes ou égales à k . La droite est verticale. Puisque la droite est incluse dans l'ensemble-solution, la droite est pleine. Le fait qu'il n'y a pas de y dans l'inéquation $x \geq k$ fait en sorte que l'abscisse d'un point sera toujours plus grande ou égale à k .

EXEMPLE 2

Les inéquations $x + y \leq k$, $x - y \geq k$ et $ax + by > k$

À l'aide d'un graphique, détermine les caractéristiques des inéquations suivantes :

a) $x + y \leq 5$

- Dans l'inéquation, x et y peuvent prendre n'importe quelles valeurs pour que leur somme soit plus petite ou égale à 5.

Par exemple :

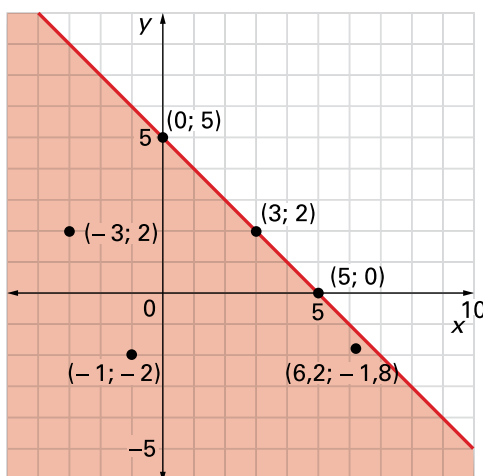
$$4 + 1 = 5$$

$$3 + 1 = 4$$

$$(-5) + 0 = -5$$

$$(-3, 2) + (-2, 7) = -5, 9$$

- L'équation $x + y = 5$ est la borne de la région définie par $x + y \leq 5$.
- Je trace le graphique à l'aide d'une calculatrice graphique.



- Je remarque que la droite $x + y = 5$ est pleine car tous les points de cette droite sont inclus dans la région définie par l'inéquation.
- Je vois que la région en dessous de la droite $x + y = 5$ est ombrée pour démontrer que tous les points de la région font partie de l'ensemble-solution.
- Je conclus que pour l'inéquation $x + y \leq 5$, il existe une infinité de solutions.
- Je donne quelques exemples de solutions possibles : $(-3; 2)$, $(-1; -2)$, $(0; 5)$, $(5; 0)$, $(6,2; -1,8)$.

Caractéristiques de l'inéquation $x + y \leq 5$:

- Les points sur la droite $x + y = 5$ appartiennent à l'ensemble-solution, donc la droite est pleine.
- La somme des coordonnées des points qui appartiennent à l'ensemble solution doit être plus petite ou égale à 5.

Selon mes résultats, je détermine que la droite qui borne la région définie par $x + y \leq 5$ a comme coordonnées $(0, k)$ pour l'ordonnée à l'origine et $(k, 0)$ pour l'abscisse à l'origine.

b) $x - y \geq 5$

- Dans l'inéquation, x et y peuvent prendre n'importe quelles valeurs pour que leur différence soit plus grande ou égale à 5.

Par exemple :

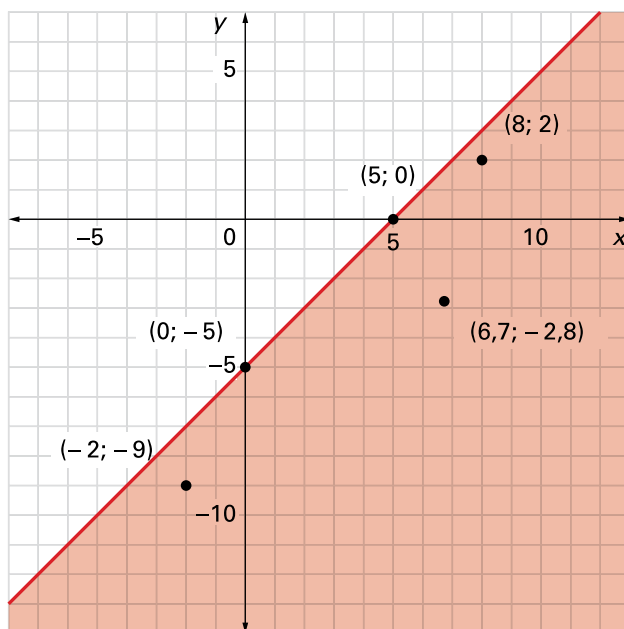
$$6 - 1 = 5$$

$$2 - (-6) = 8$$

$$5 - 0 = 5$$

$$-3,2 - (-8,7) = 5,5$$

- L'équation $x - y = 5$ est la borne de la région définie par $x - y \geq 5$.
- Je trace le graphique à l'aide d'une calculatrice graphique.



- Je remarque que la droite $x - y = 5$ est pleine car tous les points de cette droite sont inclus dans la région définie par l'inéquation.
- Je vois que la région en dessous de la droite $x - y = 5$ est ombrée pour démontrer que tous les points de la région font partie de l'ensemble-solution.
- Je conclus que, pour l'inéquation $x - y \geq 5$, il existe une infinité de solutions.

- Je donne quelques exemples de solutions possibles : $(-2; -9)$, $(0; -5)$, $(5; 0)$, $(6,7; -2,8)$, $(8; 2)$.

Caractéristiques de l'inéquation $x - y \geq 5$:

- Les points sur la droite $x - y = 5$ appartiennent à l'ensemble-solution, donc la droite est pleine.
- La différence des coordonnées des points qui appartiennent à l'ensemble-solution doit être plus grande ou égale à 5.

Selon mes résultats, je détermine que la droite qui borne la région définie par $x - y \geq k$ a comme coordonnées $(0, -k)$ pour l'ordonnée à l'origine et $(k, 0)$ pour l'abscisse à l'origine.

c) $2x + 3y > 12$

- Dans l'inéquation, x et y peuvent prendre n'importe quelles valeurs pour que la somme de 2 fois la valeur de x et 3 fois la valeur de y soit plus grande que 12.

Par exemple :

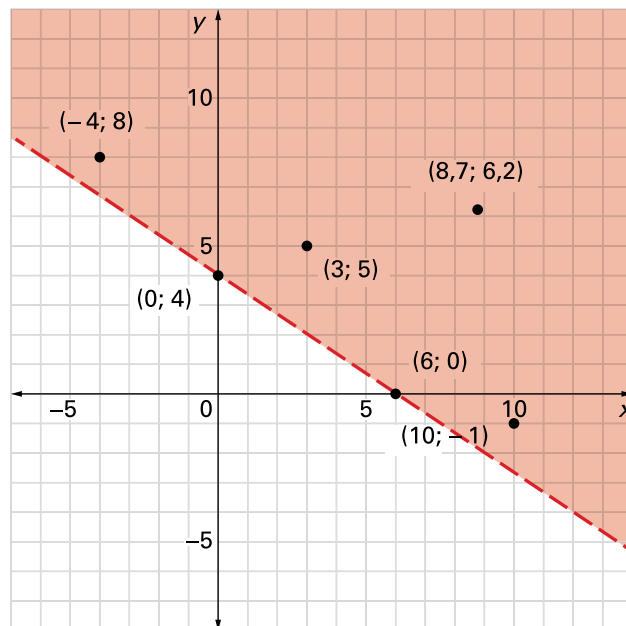
$$2(8) + 3(2) = 22$$

$$2(10) + 3(-2) = 14$$

$$2(6) + 3(2) = 18$$

$$2(-3,1) + 3(10,7) = 25,9$$

- L'équation $2x + 3y = 12$ est la borne de la région définie par $2x + 3y > 12$.
- Je trace le graphique à l'aide d'une calculatrice graphique.



- Je remarque que la droite $2x + 3y = 12$ est pointillée car tous les points de cette droite ne sont pas inclus dans la région définie par l'inéquation.
- Je vois que la région au-dessus de la droite $2x + 3y = 12$ est ombrée pour démontrer que tous les points de la région font partie de l'ensemble-solution.
- Je conclus que pour l'inéquation $2x + 3y > 12$, il existe une infinité de solutions.
- Je donne quelques exemples de solutions possibles : $(-4; 8)$, $(3; 5)$, $(8; 7)$, $(6; 2)$, $(10; -1)$.

Caractéristiques de l'inéquation $2x + 3y > 12$:

- L'abscisse peut prendre n'importe quelles valeurs à la condition de satisfaire à l'inéquation.
- L'ordonnée peut prendre n'importe quelles valeurs à la condition de satisfaire à l'inéquation.
- L'abscisse et l'ordonnée à l'origine ne font pas partie de l'ensemble-solution car la droite n'est pas incluse.

Selon mes résultats, l'abscisse à l'origine de la droite qui borne l'inéquation $ax + by > k$, est toujours un facteur de k , soit $\frac{k}{a}$. L'ordonnée à l'origine de la droite qui borne l'inéquation $ax + by > k$ est aussi toujours un facteur de k , soit $\frac{k}{b}$.

EXEMPLE 3

L'inéquation $xy \geq k$

À l'aide d'un graphique, détermine les caractéristiques de l'inéquation $xy \geq 24$.

- Dans l'inéquation, x et y peuvent prendre n'importe quelles valeurs pour que leur produit soit plus grand ou égal à 24.

Par exemple :

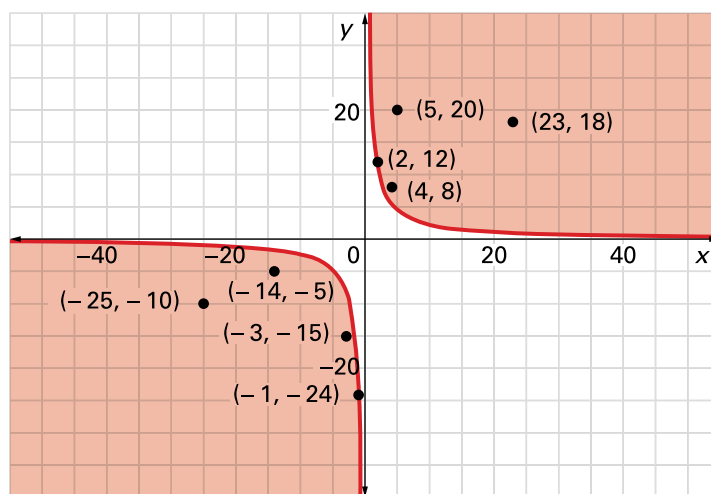
$$(1)(24) = 24$$

$$(3,8)(8,3) = 31,54$$

$$\left(\frac{11}{3}\right)\left(\frac{21}{2}\right) = 38,5$$

$$(-5)(-7) = 35$$

- L'équation $xy = 24$ est la borne de la région définie par $xy \geq 24$.
- Je trace le graphique à l'aide d'une calculatrice graphique.



- Je remarque que la courbe $xy = 24$ est pleine car tous les points de cette droite sont inclus dans la région définie par l'inéquation.
- Je vois que les régions au-dessus et en dessous de la courbe sont ombrées pour démontrer que tous les points de la région font partie de l'ensemble-solution.
- Je conclus que pour l'inéquation $xy \geq 24$, il existe une infinité de solutions.
- Je donne quelques exemples de solutions possibles : $(-3; -8)$, $(-1; -24)$, $(2; 12)$, $(4; 6)$, $(1,5; 16)$, $(-2,4; -10)$



Caractéristiques de l'inéquation $xy \geq 24$:

- Les courbes qui bornent l'inéquation $xy \geq 24$ ne traverseront jamais l'axe des ordonnées.
- Les courbes qui bornent l'inéquation $xy \geq 24$ ne traverseront jamais l'axe des abscisses.
- Ces deux courbes sont dans le 1^{er} quadrant et le 3^e quadrant.

De plus, lorsque x et y sont positifs, la relation entre x et y est inversement proportionnelle dans le premier quadrant. Lorsque x et y sont négatifs, la relation entre x et y est également inversement proportionnelle, mais cette fois dans le troisième quadrant.