

9^e
ANNÉE

PENSONS MATHÉMATIQUES!

**Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques**

Concepts mathématiques

ALGÈBRE

Les graphiques d'équations linéaires
et non linéaires

Terminologie liée au concept mathématique

Équation. Une équation représente une situation d'égalité dans laquelle un ou plusieurs termes doivent comporter une ou plusieurs variables. L'équation qui a deux ou plusieurs variables représente une relation de dépendance entre celles-ci. Cette relation de dépendance fait en sorte qu'il existe un nombre infini de possibilités pour la valeur de ces variables.

Exemple : $x + y = 25$ est une équation qui peut être vérifiée par un nombre infini de possibilités pour x et y , telles que :

$$x = 10 \text{ et } y = 15$$

$$x = 9 \text{ et } y = 16$$

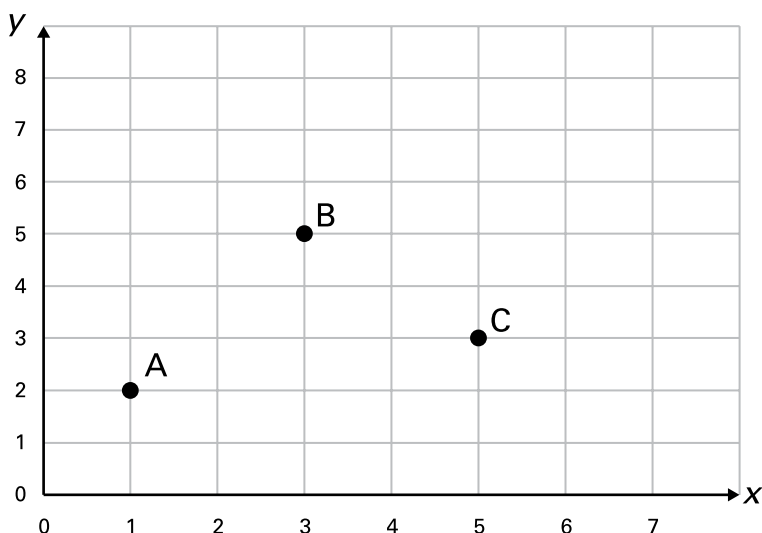
$$x = 3 \text{ et } y = 22$$

$$x = -4 \text{ et } y = 29$$

Coordonnées. Éléments (x, y) qui déterminent la position d'un point sur un plan cartésien.

Note : Les coordonnées sont toujours représentées par un système de référence (abscisse, ordonnée).

Exemple : Détermine les coordonnées des points sur le plan cartésien suivant.



Les coordonnées des points sur le plan cartésien sont A (1, 2), B (3, 5) et C (5, 3).

Mise en contexte du concept mathématique

EXEMPLE 1

Les équations $y = k$ et $x = k$

À l'aide d'un graphique, détermine les caractéristiques des équations suivantes :

a) $y = 5$

Je crée une **table de valeurs** afin de déterminer des points sur la droite définie par l'équation de la forme $y = k$.

Exemple de calcul

$$y = 5$$

$$y = 0x + 5$$

Je trouve ma première valeur

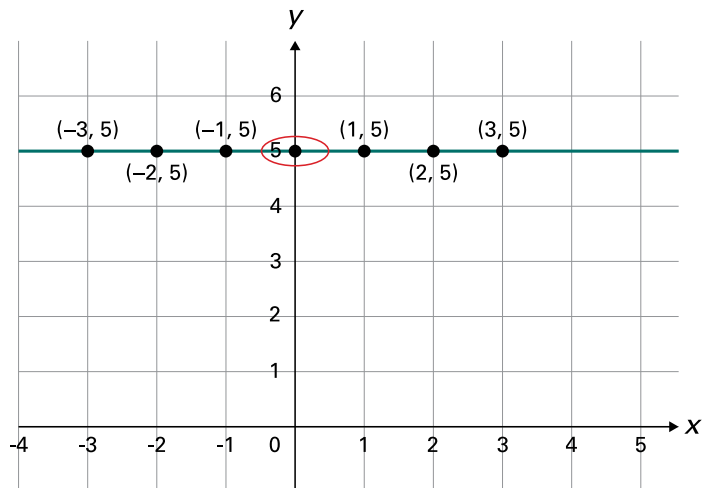
$$y = 0(1) + 5$$

$$y = 0 + 5$$

$$y = 5$$

x	y
-3	5
-2	5
-1	5
0	5
1	5
2	5
3	5

Graphique d'une équation sous la forme $y = k$



Caractéristiques :

- Il n'y a aucune abscisse à l'origine.
- L'ordonnée à l'origine est 5.
- La droite est horizontale et y est toujours égal à 5.
- Le taux de variation est égal à 0.

Selon mes résultats, je détermine qu'une équation de la forme $y = k$ va toujours donner des coordonnées de la forme (x, k) . Comme x ne fait pas partie de l'équation $y = k$, les ordonnées seront toujours égales à k .

b) $x = 5$

Je crée une **table de valeurs** afin de déterminer des points sur la droite définie par l'équation de la forme $x = k$.

Exemple de calcul

$$x = 5$$

$$x = 0y + 5$$

Je trouve ma première valeur

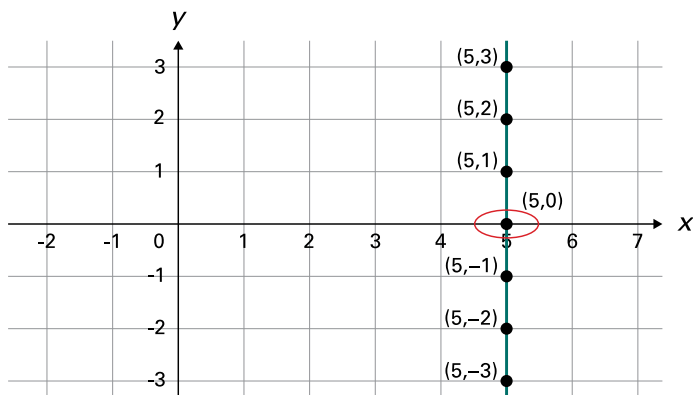
$$x = 0(1) + 5$$

$$x = 0 + 5$$

$$x = 5$$

x	y
5	-3
5	-2
5	-1
5	0
5	1
5	2
5	3

Graphique d'une équation sous la forme $x = k$



Caractéristiques :

- L'abscisse à l'origine est 5.
- Il n'y a pas d'ordonnée à l'origine.
- La droite est verticale et x est toujours égal à 5.
- On ne peut pas calculer le taux de variation puisqu'il n'y a pas de déplacement horizontal.

Selon mes résultats, je détermine qu'une équation de la forme $x = k$ va toujours donner des coordonnées de la forme (k, y) . Le fait qu'il n'y a pas de y dans l'équation $x = k$ fait en sorte que l'ordonnée sera toujours égale à k . Comme y ne fait pas partie de l'équation $x = k$, les abscisses seront toujours égales à k .

EXEMPLE 2

Les équations $x + y = k$, $x - y = k$ et $ax + by = k$

À l'aide d'un graphique, détermine les caractéristiques des équations suivantes :

a) $x + y = 5$

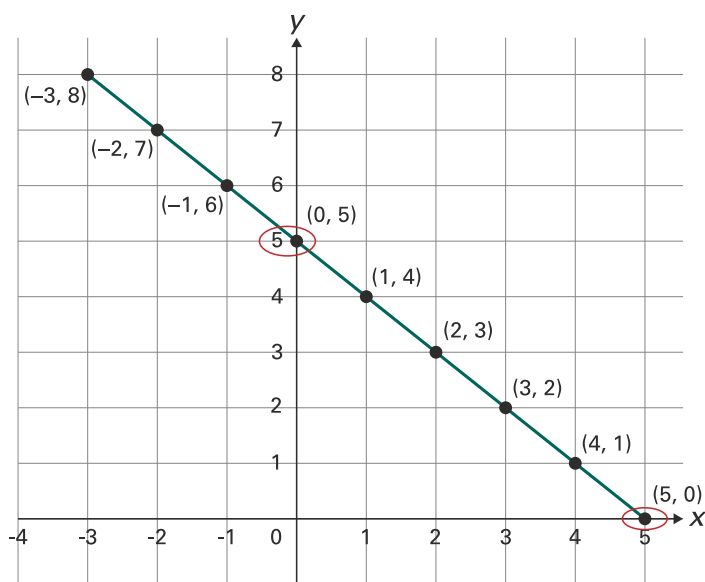
Je crée une **table de valeurs** afin de déterminer des points sur la droite définie par l'équation de la forme $x + y = k$.

La table de valeurs ci-contre montre quelques valeurs de nombres entiers dont la somme est 5.

Une quantité infinie de nombres tels que $x = 1,5$ et $y = 3,5$ ou $x = 2,7$ et $y = 2,3$ dont la somme est 5 existent aussi.

x	y
-3	8
-2	7
-1	6
0	5
1	4
2	3
3	2
4	1
5	0

Graphique d'une équation sous la forme $x + y = k$



Exemple de calcul

$$\begin{aligned}x + 5 &= y \\(-3) + y &= 5 \\(-3) + (8) &= 5\end{aligned}$$

Caractéristiques :

- L'abscisse à l'origine est 5, soit la valeur de k .
- L'ordonnée à l'origine est 5, soit la valeur de k .
- Pour chaque déplacement de 1 unité vers le bas, je me déplace de 1 unité vers la droite. Le taux de variation est donc $-\frac{1}{1}$.
- La droite est linéaire décroissante puisque le taux de variation est négatif.

Selon mes résultats, je détermine que, pour une équation de la forme $x + y = k$, l'ordonnée à l'origine aura toujours comme coordonnées $(0, k)$ et l'abscisse à l'origine aura toujours comme coordonnées $(k, 0)$.

b) $x - y = 5$

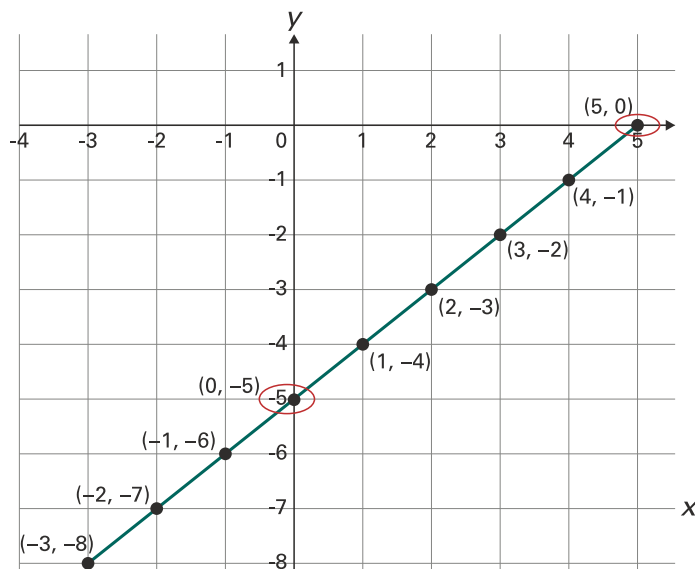
Je crée une **table de valeurs** afin de déterminer des points sur la droite définie par l'équation de la forme $x - y = k$.

La table de valeurs ci-contre montre quelques valeurs de nombres entiers dont la différence est 5.

x	y
-3	-8
-2	-7
-1	-6
0	-5
1	-4
2	-3
3	-2
4	-1
5	0

Une quantité infinie de nombres tels que $x = -1,5$ et $y = -6,5$ ou $x = -2,7$ et $y = 8,7$ dont la différence est 5 existent aussi.

Graphique d'une équation sous la forme $x - y = k$



Exemple de calcul

$$\begin{aligned}
 x - y &= 5 \\
 (-3) - y &= 5 \\
 (-3) - (-8) &= 5 \\
 (-3) + 8 &= 5
 \end{aligned}$$

Caractéristiques :

- L'abscisse à l'origine est 5, soit la valeur de k .
- L'ordonnée à l'origine est -5 , soit la valeur de $-k$.
- Pour chaque déplacement de 1 unité vers le haut, je me déplace de 1 unité vers la droite. Le taux de variation est donc $\frac{1}{1}$.
- La droite est linéaire croissante puisque le taux de variation est positif.

Selon mes résultats, je détermine que, pour une équation de la forme $x - y = k$, l'ordonnée à l'origine aura toujours comme coordonnées $(0, -k)$ et l'abscisse à l'origine aura toujours comme coordonnées $(k, 0)$.

c) $2x + 3y = 12$

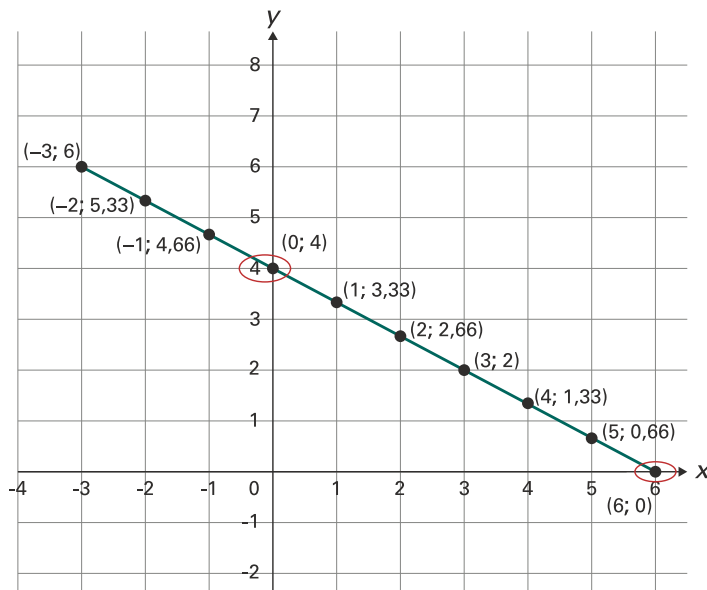
Je crée une **table de valeurs** afin de déterminer des points sur la droite définie par l'équation de la forme $ax + by = k$.

La table de valeurs ci-contre montre quelques valeurs de nombres qui vérifient l'équation $2x + 3y = 12$.

x	y
-3	6
-2	5,33
-1	4,66
0	4
1	3,33
2	2,66
3	2
4	1,33
5	0,66
6	0

Une quantité infinie de nombres tels que $x = -1,5$ et $y = 5$ ou $x = 4,5$ et $y = 1$ vérifient aussi l'équation $2x + 3y = 12$.

Graphique d'une équation sous la forme $ax + by = k$



Exemple de calcul

$$2x + 3y = 12$$

$$2(-3) + 3(6) = 12$$

$$-6 + 18 = 12$$

ou

$$2x + 3y = 12$$

$$2(3) + 3(2) = 12$$

$$6 + 6 = 12$$

Caractéristiques :

- L'abscisse à l'origine est $\frac{12}{2} = 6$, soit $\frac{k}{a}$.
- L'ordonnée à l'origine est $\frac{12}{3} = 4$, soit $\frac{k}{b}$.
- Pour chaque déplacement de 2 unités vers le bas, je me déplace de 3 unités vers la droite. Le taux de variation est donc $\frac{-2}{3}$, soit $\frac{-a}{b}$.
- La droite est linéaire décroissante puisque le taux de variation est négatif.
- Selon mes résultats, je détermine que, pour une équation de la forme $ax + by = k$, l'ordonnée à l'origine aura toujours comme coordonnées $(0, \frac{k}{b})$ et l'abscisse à l'origine aura toujours comme coordonnées $(\frac{k}{a}, 0)$.

EXEMPLE 3

L'équation $xy = k$

À l'aide d'un graphique, détermine les caractéristiques de l'équation $xy = 24$.

Je crée une **table de valeurs** afin de déterminer des points définis par l'équation de la forme $xy = k$.

Exemple de calcul

La table de valeurs ci-contre montre quelques valeurs de nombres entiers dont le produit est 24.

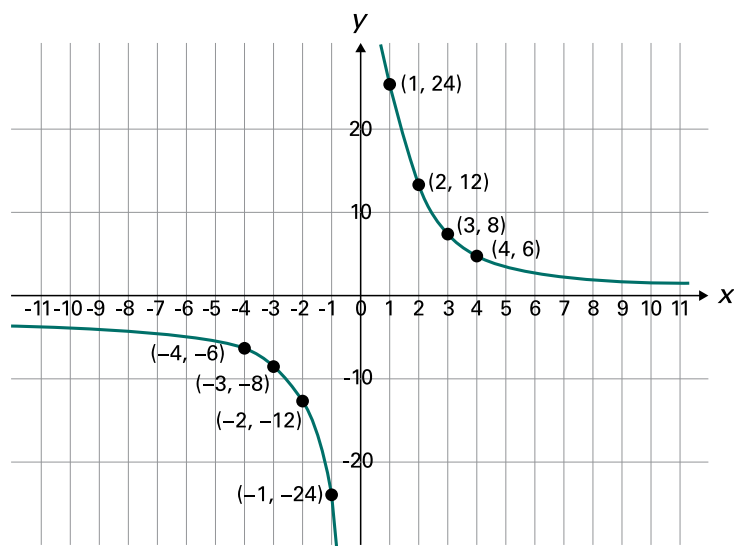
Une quantité infinie de nombres décimaux ou de fractions tels

que $x = \frac{1}{2}$ et

$y = 48$ dont le produit est 24 existent aussi.

x	y
-4	-6
-3	-8
-2	-12
-1	-24
0	Indéfini
1	24
2	12
3	8
4	6

Graphique d'une équation sous la forme $xy = k$



Caractéristiques :

- L'abscisse à l'origine n'existe pas, car $y = 0$ ne peut pas être un facteur de k .
- L'ordonnée à l'origine n'existe pas, car $x = 0$ ne peut pas être un facteur de k .
- Les deux courbes sont symétriques.
- Le taux de variation n'est pas constant.
- La relation n'est pas linéaire.

Selon mes résultats, je détermine que, pour une équation de la forme $xy = k$, il n'y aura aucune abscisse à l'origine ni aucune ordonnée à l'origine puisque 0 multiplié par un nombre ne peut pas être égal à 24.