

9^e
ANNÉE

PENSONS MATHÉMATIQUES!

Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques

Concepts mathématiques

ALGÈBRE
La création d'une équation

Terminologie liée au concept mathématique

Équation algébrique. Énoncé mathématique qui comporte au moins une variable et la relation d'égalité.

Note : Dans l'équation $a + b = 5$, a et b sont des variables dépendantes l'une de l'autre, et leur somme doit être égale à 5. Toutes les combinaisons de valeurs de a et de b sont acceptables, à la condition qu'elles soient égales à 5. En attribuant une valeur à l'une des variables, l'autre ne peut prendre qu'une seule valeur pour valider l'équation.

Exemple : Si a prend la valeur de 1, on obtient l'équation $1 + b = 5$, et b devient l'inconnue. Pour l'équation $a + b = 5$, si $a = 1$ alors $b = 4$, puisque la somme des deux est égale à 5. Si $a = 2$, alors $b = 3$, puisque la somme des deux doit être égale à 5.

Exemple : Le double d'un nombre plus 6 donne 10. Cet énoncé peut être réécrit comme suit : $2m + 6 = 10$.

Exemple : Il est possible de réécrire l'équation tout en respectant l'égalité. Voici différentes façons d'écrire la même équation.

$$y = 3x + 5$$

$$3x + 5 = y$$

$$y - 3x = 5$$

$$x = \frac{y - 5}{3}$$

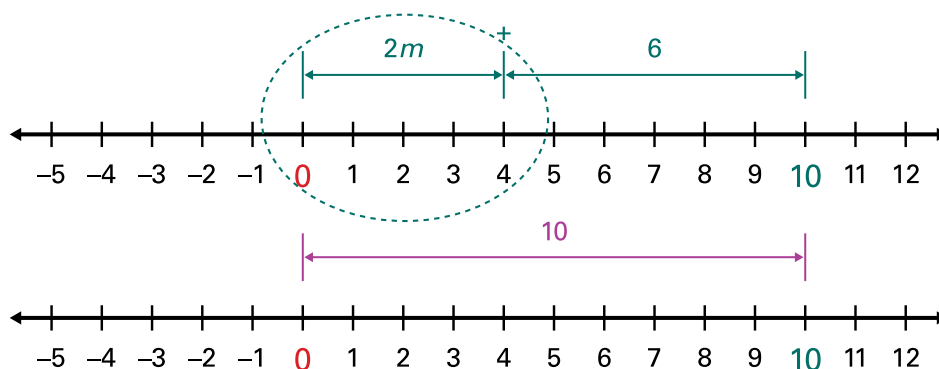
$$3x - y + 5 = 0$$

Résolution d'équations. Démarche qui permet de déterminer la ou les valeurs d'une variable inconnue qui valident l'équation.

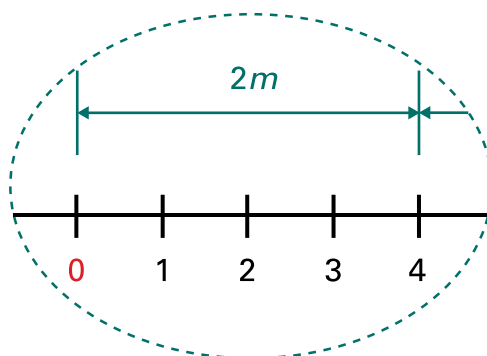
Note : Pour résoudre une équation, il est possible d'utiliser différentes méthodes.

Exemple : Il y a plusieurs façons de résoudre une équation algébrique.

a) Résoudre $2m + 6 = 10$ à l'aide de droites numériques.



- Les deux droites numériques démontrent que la somme de $2m + 6$ est égale à 10. Donc, $2m + 6 = 10$. Afin de résoudre pour la valeur de m , il faut regarder la partie encadrée.

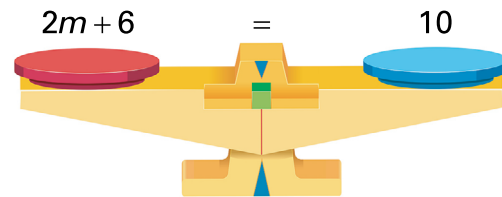


- La partie encadrée démontre que $2m = 4$ et donc par résolution simple, il est clair que $m = 2$.

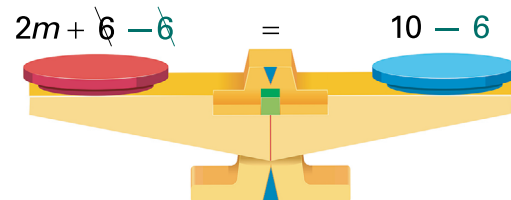
b) Résoudre $2m + 6 = 10$ à l'aide du modèle d'une balance.

Afin de maintenir la balance en équilibre, il faut toujours faire la même opération des deux côtés.

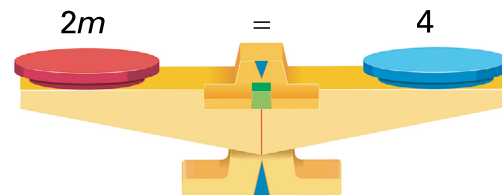
- Les deux côtés de la balance sont établis avec les expressions $2m + 6 = 10$.



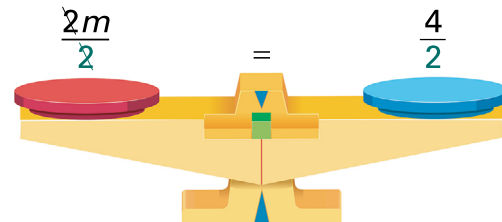
- Rassembler les termes semblables en regroupant le 10 et le 6. Pour ce faire, soustraire le 6 de chaque côté.



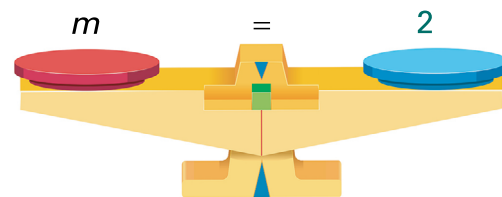
- En simplifiant, on obtient le résultat suivant.



- Il faut maintenant isoler le m en divisant les deux côtés par 2.



- Le résultat est que $m = 2$.



Mise en contexte du concept mathématique

EXEMPLE 1

La location de consoles de jeux

À cause de la pénurie de consoles de jeux, le magasin *Jeux d'eux* décide de les louer 10 \$ par jour, en plus des frais de 30 \$ pour s'abonner au club de jeux. Le magasin *Passe-partout*, quant à lui, loue les consoles de jeux 15 \$ par jour sans aucun autre frais. En combien de jours les prix de location aux deux magasins seront-ils équivalents?

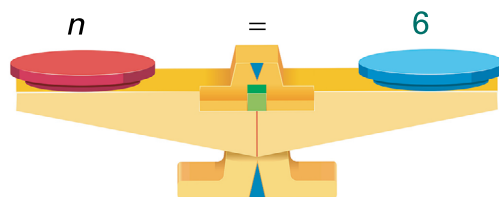
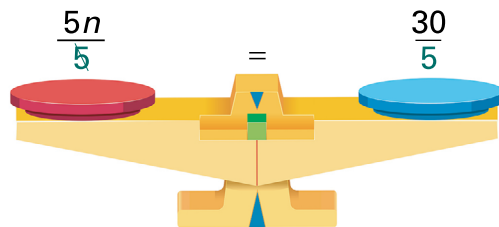
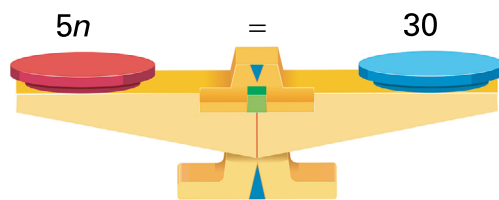
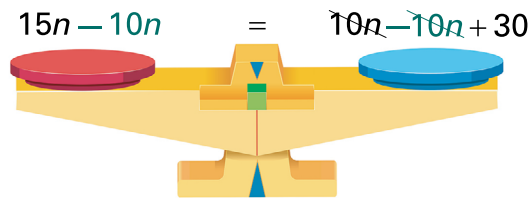
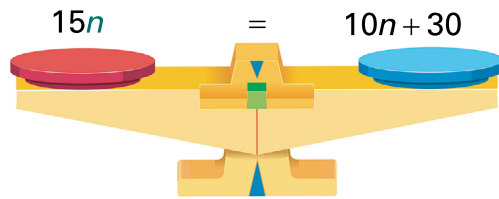


STRATÉGIE 1

Utiliser le modèle de la balance pour résoudre l'équation

- Je choisis la variable n qui représente le nombre de jours.
- Je crée l'équation $15n = 10n + 30$ pour connaître le nombre de jours où les prix de location aux deux magasins seront équivalents.
- J'utilise le modèle de la balance pour résoudre l'équation.

Estimation. Je sais que le nombre de jours sera supérieur à 2 puisque la compagnie *Passe-partout* demande 15 \$ par jour et les frais de base de *Jeux d'eux* sont de 30 \$.



- Je vérifie que les prix de location aux deux magasins sont équivalents en remplaçant la valeur de 6 dans l'équation originale.

$$15n = 10n + 30$$

$$15(6) = 10(6) + 30$$

$$90 = 60 + 30$$

$$90 = 90$$

- Je détermine donc qu'après $n = 6$ jours, les frais de location seront équivalents dans les deux magasins.

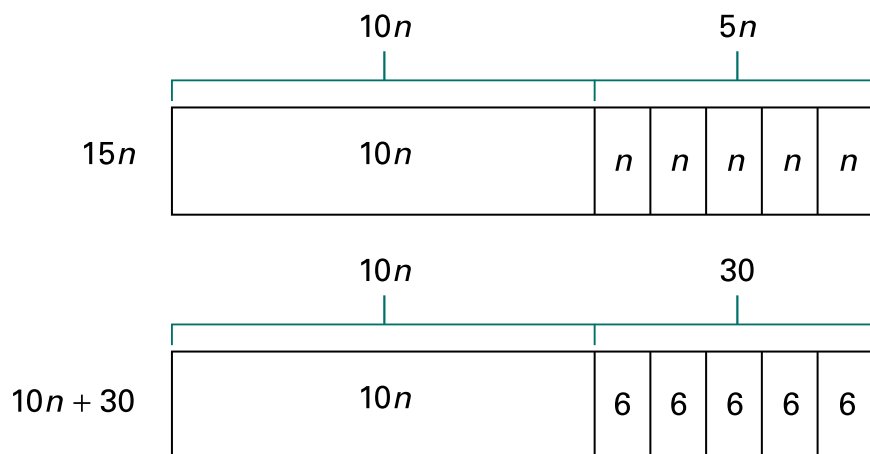


STRATÉGIE 2

Utiliser les bandes rectangulaires pour résoudre l'équation

- Je peux également résoudre l'équation à l'aide de bandes rectangulaires.

$$15n = 10n + 30$$



Les $10n$ dans les deux rectangles sont équivalents. Le $5n$ correspond à 30 ; donc il faut diviser le 30 en 5 parties pour obtenir 6 ; donc $n = 6$.

- Je vérifie que les prix de location aux deux magasins sont équivalents en remplaçant la valeur de 6 dans l'équation originale.

$$15n = 10n + 30$$

$$15(6) = 10(6) + 30$$

$$90 = 60 + 30$$

$$90 = 90$$

Je peux donc confirmer qu'au 6^e jour, le prix de location des consoles de jeux sera **90 \$** dans les deux magasins.

EXEMPLE 2

Une différence d'âge

Paul et Roukia ont un an de différence. La somme de leur âge est 33. Roukia est plus âgée que Paul. Quel âge ont-ils, respectivement?

Il y a deux façons de généraliser la situation en créant des équations différentes démontrant que l'approche par variables est versatile.



STRATÉGIE 1

Je choisis la variable P pour représenter l'âge de Paul.

Par conséquent, l'âge de Roukia s'établit à $P+1$.

$$P + (P+1) = 33$$

Diagram showing the equation with arrows: a green arrow points from P to 'L'âge de Paul' and a pink arrow points from $(P+1)$ to 'L'âge de Roukia'.

L'âge de Roukia

Je résous pour la valeur de a .

$$P + (P+1) = 33$$

$$2P + 1 = 33$$

$$2P + 1 - 1 = 33 - 1$$

$$2P = 32$$

$$\frac{2P}{2} = \frac{32}{2}$$

$$P = 16$$

Dans ce cas, la valeur de a représente l'âge de Paul, soit 16 ans. Ce qui fait que Roukia a 17 ans.

Je vérifie pour m'assurer que la somme de leur âge est 33.

$$P + (P+1) = 33$$

$$16 + (16+1) = 33$$

$$16 + 17 = 33$$

$$33 = 33$$

Je peux donc confirmer que mes réponses sont exactes.



STRATÉGIE 2

Je choisis la variable R pour représenter l'âge de Roukia.

Par conséquent, l'âge de Paul s'établit à $R-1$.

$$R + (R-1) = 33$$

Diagram showing the equation with arrows: a pink arrow points from R to 'L'âge de Roukia' and a green arrow points from $(R-1)$ to 'L'âge de Paul'.

L'âge de Paul

Je résous pour la valeur de a .

$$R + (R-1) = 33$$

$$2R - 1 = 33$$

$$2R + 1 + 1 = 33 + 1$$

$$2R = 34$$

$$\frac{2R}{2} = \frac{34}{2}$$

$$R = 17$$

Dans ce cas, la valeur de a représente l'âge de Roukia, soit 17 ans. Ce qui fait que Paul a 16 ans.

Je vérifie pour m'assurer que la somme de leur âge est 33.

$$R + (R-1) = 33$$

$$17 + (17-1) = 33$$

$$17 + 16 = 33$$

$$33 = 33$$

Je peux donc confirmer que mes réponses sont exactes.