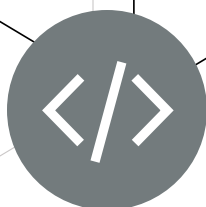


$$\pi$$
$$1,4 \times 10^{-8}$$
$$-\frac{3}{4}$$



9^e
ANNÉE

PENSONS MATHÉMATIQUES!

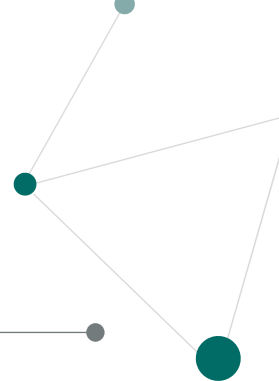
Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques

Concepts mathématiques

ALGÈBRE

L'histoire de l'utilisation de l'algèbre

Terminologie liée au concept mathématique



Traité de mathématique. Un ouvrage didactique en mathématique qui a pour but d'expliquer de manière succincte la matière.

Résoudre. Trouver une solution au moyen de différentes stratégies dans le but de répondre à une question.

Mise en contexte du concept mathématique

Le savais-tu?

L'algèbre est à la base de toutes les technologies qui font partie de notre vie quotidienne, que ce soit dans les énergies vertes, les satellites (pour nos communications cellulaires et internet) et le calcul de la propagation d'un virus dans une communauté. Dans tous ces domaines, la résolution de calculs très complexes serait impossible sans l'utilisation des bases en algèbre. Autrement dit, l'algèbre est le vocabulaire mathématique de base pour tous les systèmes complexes auxquels nous nous fions tous les jours.



Wikimedia Commons – [Abdullah Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi](#)



La Perse antique (en jaune) et les frontières de pays modernes.

Historique

Un des pionniers de l'algèbre

Né au 8^e siècle dans une région qui fait partie aujourd'hui de l'Ouzbékistan, Mohamed Al-Khwârizmî était mathématicien, astronome, astrologue et géographe. Il est connu pour avoir introduit une façon nouvelle de résoudre des problèmes mathématiques : l'algèbre. Ses travaux s'appuient sur ceux de sages babyloniens et de géomètres grecs. Il a été un savant à la cour du Calife al-Ma'mun, à Bagdad, où il a fini ses jours.

Le mot *algèbre* vient de l'arabe *al-jabr* qui veut dire « contrainte, réduction », c'est-à-dire l'opération de transposition où une valeur négative est envoyée de l'autre côté d'une égalité pour devenir positive. La contribution d'Al-Khwârizmî dans le domaine de l'algèbre a été si importante que l'Union soviétique (dont l'Ouzbékistan faisait partie) a émis, en 1983, un timbre à son effigie pour souligner son 1200^e anniversaire.

Voici quelques particularités de l'algèbre à cette époque.

- Dans le monde musulman, les nombres négatifs n'étaient pas utilisés, car ils n'avaient pas de signification dans la vie courante.
- Les mathématiques étaient principalement écrites en utilisant des mots pour remplacer les termes comme :
 - carré : x^2
 - racine : x
 - cube : x^3
 - carré cube : x^5
- Al-Khwârizmî croyait qu'il y avait seulement six types d'équations.
 1. Des carrés égaux à des racines ($ax^2 = bx$)
 2. Des carrés égaux à des nombres ($ax^2 = c$)
 3. Des racines égales à des nombres ($bx = c$)
 4. Des carrés et des racines égales à des nombres ($ax^2 + bx = c$)
 5. Des carrés et des nombres égaux à des racines ($ax^2 + c = bx$)
 6. Des racines et des nombres égaux à des carrés ($bx + c = ax^2$)

EXEMPLE

Résolution d'une équation algébrique

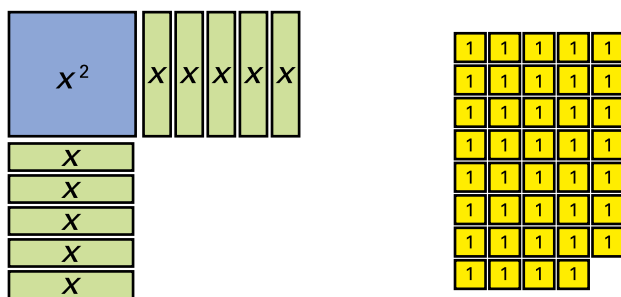
Dans le traité de mathématiques *Abrégé du calcul par la restauration et la comparaison*, Al-Khwârizmî élabore une solution au problème : « Un carré et dix racines égalent trente-neuf ». Ce problème se traduit en notation algébrique moderne comme suit : $x^2 + 10x = 39$.

La résolution de ce problème nécessite de trouver les valeurs de x pour que l'équation soit en équilibre. Al-Khwârizmî a proposé sa solution en mots, mais d'autres représentations sont possibles.

Résous ce problème en utilisant des tuiles algébriques sans te servir des tuiles négatives. Indice : L'ajout de tuiles de nombres pour compléter un carré est une technique très utile en algèbre.

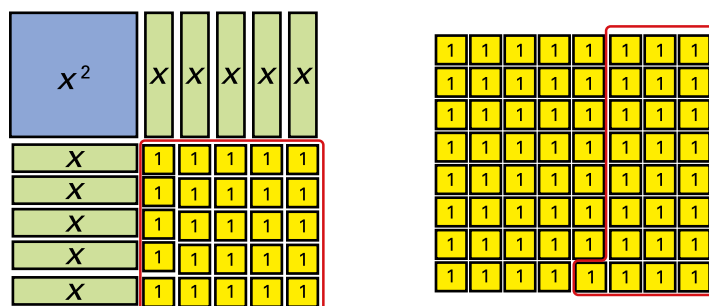
Je commence par représenter le problème en utilisant des tuiles algébriques.

$$x^2 + 10x = 39$$

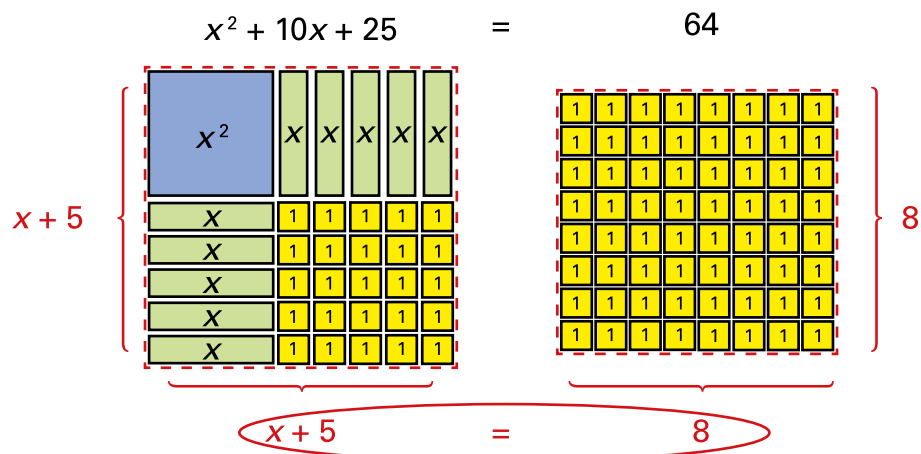


J'ajoute des tuiles unitaires de chaque côté de l'égalité pour former des carrés.

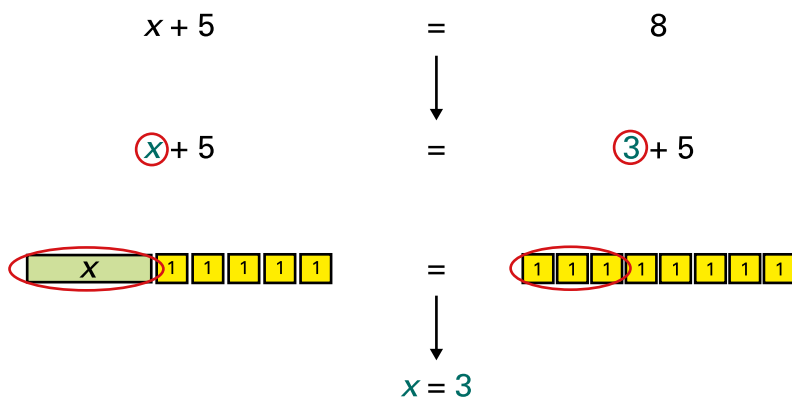
$$x^2 + 10x + 25 = 39 + 25$$



Puisque les deux carrés (de chaque côté de l'égalité) ont les mêmes dimensions, je peux les comparer.



Les dimensions de chaque côté du carré de gauche sont $x + 5$ et celles du carré de droite sont 8. Je peux donc conclure que $x + 5 = 8$. Comme il y a 5 tuiles unitaires à gauche et 8 à droite, x est égal aux tuiles restantes, soit $x = 3$.



Stratégies d'enseignement

Malgré son utilité, l'algèbre s'avère très souvent un domaine difficile à maîtriser pour les élèves. L'utilisation de représentations concrètes est fortement encouragée afin de franchir le pont entre le contenu et l'apprentissage. Chaque relation algébrique raconte une histoire entre deux variables. Cette histoire se développe avec l'exploration des différentes représentations : graphiques, algébriques, concrètes et numériques. En pensant à l'histoire que divulgue une relation, les élèves pourront comprendre davantage les nuances des différentes représentations et faire des prédictions.

Mettre l'accent sur les processus et la pensée mathématique permet une meilleure compréhension algébrique que la méthode procédurale. Une bonne réponse n'est pas plus importante que le processus, la justification et la communication qu'utilise une ou un élève pour résoudre un problème.

Les mises en contexte réelles des problèmes sont importantes, car elles servent aux élèves à se repérer dans leur vie actuelle tout en constatant la diversité socioculturelle présente dans la salle de classe. Le questionnement mathématique est encouragé pour amorcer, appuyer et conclure des problèmes mathématiques. Des questions ouvertes comme celles ci-dessous favorisent des discussions riches et intéressantes avec les élèves et donnent un sens à leur apprentissage.

- Comment sais-tu que les formes avec les tuiles algébriques sont parfaitement carrées et que les côtés ont donc les mêmes dimensions?
- À quoi ressemblerait la solution de l'exemple ci-dessus si seuls des mots et des termes algébriques (carré, racine, etc.) étaient utilisés?
- Pourquoi est-ce que le terme *racine* est utilisé pour la variable x ?
- As-tu rencontré certains défis lors de la résolution de ce problème?
- Comment sais-tu que tu as bien répondu à la question posée?
- Y avait-il plus d'une façon de répondre à cette question?
- As-tu comparé ta solution avec celle d'autres élèves du groupe-classe?
- Quelle représentation (concrète, algébrique, écrite) est la plus efficace selon toi et pourquoi?
- Selon toi, quelle est la raison pour laquelle nous utilisons, aujourd'hui, des variables pour représenter les problèmes mathématiques?