



9^e
ANNÉE

PENSONS MATHÉMATIQUES!

**Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques**

Concepts mathématiques

NOMBRES

Le signe et la valeur des exposants

Mise en contexte du concept mathématique

EXEMPLE 1

L'exposant positif

Exprime la suite $\{32, 16, 8, 4, 2, 1\}$ en termes de base 2 et d'un exposant n , soit une puissance sous la forme 2^n .

Un exposant positif représente la multiplication de 1 par la base, n fois.

$$\begin{aligned} 32 &= 1 \times \overbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}^{n=5} \\ &= 2^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16 &= 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ &= 2^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8 &= 1 \times 2 \times 2 \times 2 \\ &= 2^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 &= 1 \times 2 \times 2 \\ &= 2^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 &= 1 \times 2 \\ &= 2^1 \end{aligned}$$

$$1 = 2^0$$

L'exposant zéro

Un nombre ou une variable mise à l'exposant zéro (0) donne toujours une valeur de 1 car la division de deux puissances identiques donne 1.

Par exemple :

$$2^5 \div 2^5 = \frac{2^5}{2^5} = 2^{5-5} = 2^0 = 1$$

$$x^8 \div x^8 = \frac{x^8}{x^8} = x^{8-8} = x^0 = 1$$

Toutes bases mises à un exposant zéro (0) ont une valeur numérique de 1.

Je peux donc écrire la suite équivalente ainsi : $\{2^5, 2^4, 2^3, 2^2, 2^1, 2^0\}$.

EXEMPLE 2

L'exposant négatif

Exprime la suite $\left\{1, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}, \frac{1}{128}\right\}$ en termes de base 4 et d'un exposant n , soit une puissance sous la forme 4^n .

Un exposant négatif représente la division de 1 par la base, n fois.

$$1 = 4^0$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{4} &= 1 \times \frac{1}{4} \\ &= 1 \div 4 \\ &= 4^{-1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{16} &= 1 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \\ &= 1 \div 4 \div 4 \\ &= 4^{-2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{32} &= 1 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \\ &= 1 \div 4 \div 4 \div 4 \\ &= 4^{-3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{64} &= 1 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \\ &= 1 \div 4 \div 4 \div 4 \div 4 \\ &= 4^{-4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{128} &= 1 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \\ &= 1 \div 4 \div 4 \div 4 \div 4 \div 4 \\ &= 4^{-5}\end{aligned}$$

Je peux donc écrire la suite équivalente ainsi : $\{4^0, 4^{-1}, 4^{-2}, 4^{-3}, 4^{-4}, 4^{-5}\}$.

EXEMPLE 3

Une base différente

Exprime la suite ci-dessous en termes de base 3 et d'un exposant n , soit une puissance sous la forme 3^n .

$$\left\{ 81, 27, 9, 3, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81} \right\}$$

Valeur de l'ensemble	Opération répétée	Puissance
81	$1 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$	3^4
27	$1 \times 3 \times 3 \times 3$	3^3
9	$1 \times 3 \times 3$	3^2
3	1×3	3^1
1	1	3^0
$\frac{1}{3}$	$1 \times \frac{1}{3}$ $= 1 \div 3$	3^{-1}
$\frac{1}{9}$	$1 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$ $= 1 \div 3 \div 3$	3^{-2}
$\frac{1}{27}$	$1 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$ $= 1 \div 3 \div 3 \div 3$	3^{-3}
$\frac{1}{81}$	$1 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$ $= 1 \div 3 \div 3 \div 3 \div 3$	3^{-4}

EXEMPLE 4

Une variable comme base

Exprime la suite ci-dessous en termes de base a et d'un exposant n , soit une puissance sous la forme a^n lorsque $a = 3$.

$$\left\{ 81, 27, 9, 3, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81} \right\}$$

Valeur de l'ensemble	Opération répétée	Puissance
81	$1 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ $= 1 \times a \times a \times a \times a$	a^4
27	$1 \times 3 \times 3 \times 3$ $= 1 \times a \times a \times a$	a^3
9	$1 \times 3 \times 3$ $= 1 \times a \times a$	a^2
3	1×3 $= 1 \times a$	a^1
1	1	a^0
$\frac{1}{3}$	$1 \times \frac{1}{3}$ $= 1 \div 3$ $= 1 \div a$	a^{-1}
$\frac{1}{9}$	$1 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$ $= 1 \div 3 \div 3$ $= 1 \div a \div a$	a^{-2}
$\frac{1}{27}$	$1 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$ $= 1 \div 3 \div 3 \div 3$ $= 1 \div a \div a \div a$	a^{-3}
$\frac{1}{81}$	$1 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$ $= 1 \div 3 \div 3 \div 3 \div 3$ $= 1 \div a \div a \div a \div a$	a^{-4}