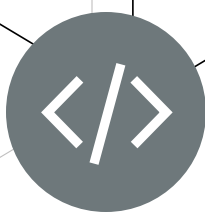


$$\pi$$
$$1,4 \times 10^{-8}$$
$$-\frac{3}{4}$$



9^e
ANNÉE

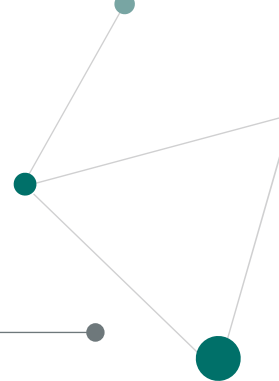
PENSONS MATHÉMATIQUES!

Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques

Concepts mathématiques

NOMBRES
La limite et l'infini

Terminologie liée au concept mathématique



La limite. Comportement à long terme d'une régularité, où le résultat final tend vers une valeur numérique.

L'infini. En mathématiques, noté par le symbole ∞ , qualifie l'ensemble des nombres qui est plus grand que tout ce qui a une limite.

Exemples :

L'ensemble des nombres naturels ($\mathbb{N}$) est un ensemble infini.

L'ensemble des nombres naturels inférieurs à 11 est un ensemble fini, soit :

$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Mise en contexte du concept mathématique

EXEMPLE 1

Valeur d'une expression lorsque x tend vers l'infini

Soit $a = \frac{5}{2x}$. Détermine la limite de la valeur a lorsque x tend vers l'infini (∞).

- Afin d'étudier la régularité de la suite de nombres a lorsque x tend vers l'infini, je vais augmenter les valeurs de x par des facteurs de 10.

$$\text{Si } x = 0,01, \text{ alors } a = \frac{5}{0,02} = 250$$

$$\text{Si } x = 0,1, \text{ alors } a = \frac{5}{0,2} = 25$$

$$\text{Si } x = 1, \text{ alors } a = \frac{5}{2} = 2,5$$

$$\text{Si } x = 10, \text{ alors } a = \frac{5}{20} = 0,25$$

$$\text{Si } x = 100, \text{ alors } a = \frac{5}{200} = 0,025$$

$$\text{Si } x = 1\,000, \text{ alors } a = \frac{5}{2\,000} = 0,002\,5$$

$$\text{Si } x = 10\,000, \text{ alors } a = \frac{5}{20\,000} = 0,000\,25$$

Suite : 250; 25; 2,5; 0,25; 0,025; 0,002 5; 0,000 25; ...

La limite de la valeur de a dans l'équation $a = \frac{5}{2x}$ est 0 lorsque x tend vers l'infini (∞).

EXEMPLE 2

Valeur d'une expression lorsque x est positif et tend vers zéro

Soit $a = \frac{1}{x}$. Détermine la limite de la valeur de a lorsque x est positif et tend vers zéro.

- Afin d'étudier la régularité de la suite de nombres a lorsque x est positif et tend vers zéro, je vais réduire les valeurs de x par des facteurs de 10.

$$\text{Si } x = 100, \text{ alors } a = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$\text{Si } x = 10, \text{ alors } a = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$\text{Si } x = 1, \text{ alors } a = \frac{1}{1} = 1$$

$$\text{Si } x = 0,1, \text{ alors } a = \frac{1}{0,1} = 10$$

$$\text{Si } x = 0,01, \text{ alors } a = \frac{1}{0,01} = 100$$

$$\text{Si } x = 0,001, \text{ alors } a = \frac{1}{0,001} = 1\,000$$

$$\text{Si } x = 0,000\,1, \text{ alors } a = \frac{1}{0,000\,1} = 10\,000$$

Suite : 0,01; 0,1; 10; 100; 1 000; 10 000; ...

La limite de la valeur de a dans l'équation $a = \frac{1}{x}$ est l'infini (∞) lorsque x est positif et tend vers zéro.

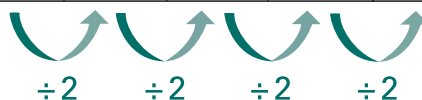
EXEMPLE 3

La dégradation par une demie

La suite ci-dessous représente la **demi-vie** (la dégradation par une demie) d'un isotope d'iode 125 à différents moments (environ tous les 60 jours) dans un échantillon de 80 mg en laboratoire. En analysant cette régularité, combien de temps faudra-t-il pour décomposer entièrement l'isotope d'iode 125 jusqu'à ce qu'il n'en reste plus (0 mg)?

Demi-vie. Temps nécessaire pour qu'une substance perde la moitié de sa composition. La demi-vie est une caractéristique utilisée relativement aux dates d'expiration des médicaments, des piles et de la datation.

Nombre de cycles de 60 jours	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Quantité d'iode (mg)	80	40	20	10	5	2,5	1,25	0,625	0,321 5



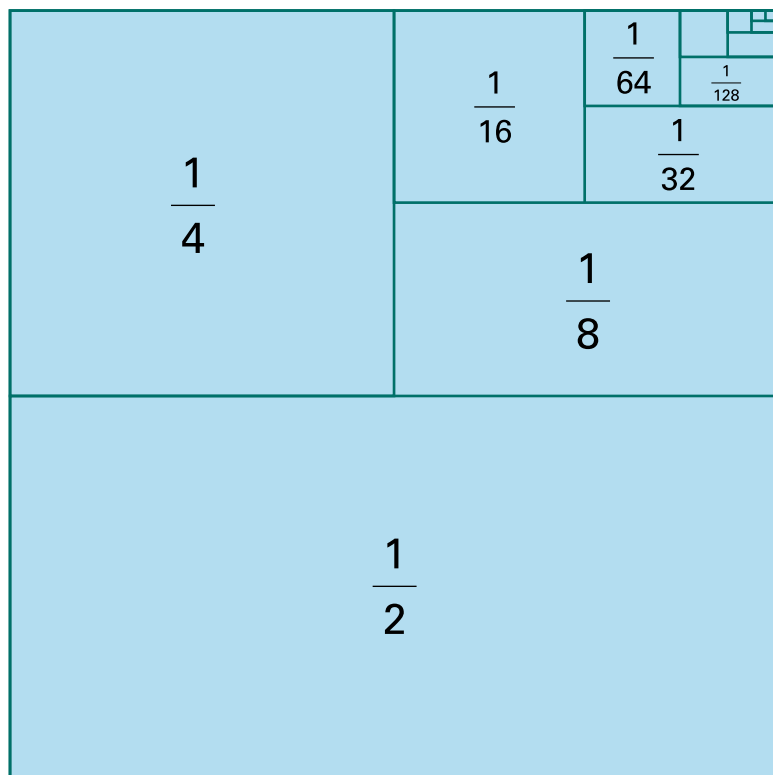
- Je détermine que la quantité d'iode diminue de moitié à chacun des cycles de demi-vie.
- Je remarque que lorsque le nombre de cycles de demi-vie tend vers l'infini, la limite de la quantité de l'isotope d'iode 125 tend vers 0. Donc, je constate qu'il restera toujours une quantité minime de cet isotope dans l'échantillon.

EXEMPLE 4

Des fractions dont la somme est 1

Le nombre 1 peut être représenté par une somme d'une quantité infinie de fractions.

Une représentation visuelle de $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \dots = 1$



Bien qu'on additionne des fractions de plus en plus petites jusqu'à l'infini, le visuel nous démontre que la limite est 1.