

9^e
ANNÉE

PENSONS MATHÉMATIQUES!

Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques

Concepts mathématiques

NOMBRES
La densité et l'infini

Terminologie liée au concept mathématique

Cardinalité. Le nombre d'éléments contenus dans un ensemble fini.

Densité. Rapport de cardinalité d'un sous-ensemble précis contenu dans un ensemble de nombres plus grands.

Note : Le terme densité peut porter à confusion avec la densité en physique et en chimie.

Exemple : Détermine la densité du sous-ensemble des nombres pairs dans l'ensemble des nombres naturels de 1 à 100 inclusivement.

Je détermine le rapport de cardinalité.

$$\begin{aligned}\text{Densité} &= \text{rapport de cardinalité} \\ &= \frac{\text{Quantité de nombres dans le sous-ensemble}}{\text{Quantité de nombres dans l'ensemble}} \\ &= \frac{\text{Quantité de nombres pairs de 1 à 100 inclusivement}}{\text{Quantité de nombres naturels de 1 à 100 inclusivement}} \\ &= \frac{50}{100} \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Mise en contexte du concept mathématique

EXEMPLE 1

Densité pour des ensembles de nombres naturels de 1 à 20 inclusivement

Pour l'ensemble des nombres naturels de 1 à 20 inclusivement, détermine la densité pour chacun des sous-ensembles suivants.

Les nombres impairs

- Je trouve les nombres impairs compris entre 1 et 20.
Il y a 10 nombres impairs, soit 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19.
- Je trouve la densité des nombres impairs dans l'ensemble des nombres naturels de 1 à 20 inclusivement.

$$\begin{aligned}\text{Densité} &= \frac{\text{Quantité de nombres impairs de 1 à 20 inclusivement}}{\text{Quantité de nombres naturels de l'ensemble de 1 à 20 inclusivement}} \\ &= \frac{10}{20} \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

La densité des nombres impairs dans l'ensemble des nombres naturels de 1 à 20 inclusivement est égale à $\frac{1}{2}$.

Les nombres premiers

- Je trouve les nombres premiers compris entre 1 et 20.
Il y a 8 nombres premiers, soit 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.
- Je trouve la densité des nombres premiers dans l'ensemble des nombres naturels de 1 à 20 inclusivement.

$$\begin{aligned}\text{Densité} &= \frac{\text{Quantité de nombres premiers de 1 à 20 inclusivement}}{\text{Quantité de nombres naturels de l'ensemble de 1 à 20 inclusivement}} \\ &= \frac{8}{20} \\ &= \frac{2}{5}\end{aligned}$$

La densité des nombres premiers dans l'ensemble des nombres naturels entre 1 et 20 est égale à $\frac{2}{5}$.

Les nombres entiers négatifs

- Je trouve les nombres entiers négatifs compris entre 1 et 20.
Il n'y a aucun nombre négatif entre 1 et 20 inclusivement.
- Je trouve la densité des nombres négatifs dans l'ensemble des nombres naturels de 1 à 20 inclusivement.

$$\begin{aligned}\text{Densité} &= \frac{\text{Quantité de nombres premiers de 1 à 20 inclusivement}}{\text{Quantité de nombres naturels de l'ensemble de 1 à 20 inclusivement}} \\ &= \frac{0}{20} \\ &= 0\end{aligned}$$

La densité des nombres entiers négatifs dans l'ensemble des nombres naturels entre 1 et 20 est égale à 0.

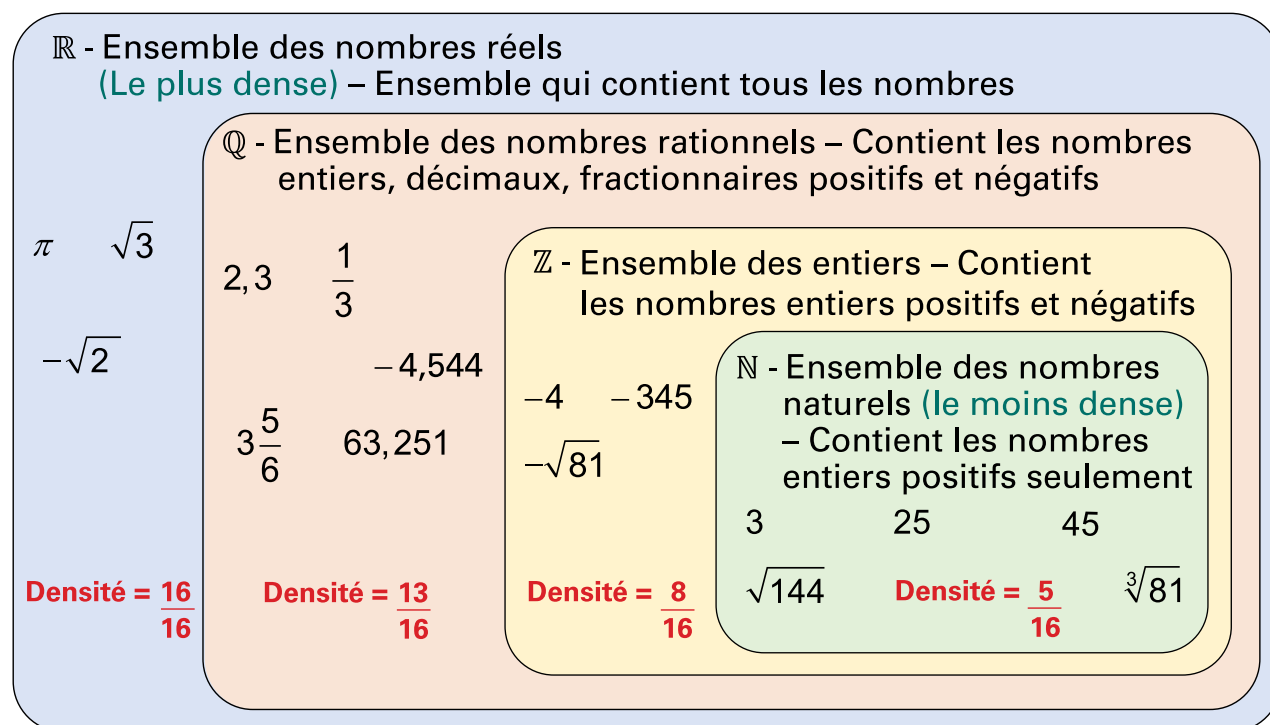
EXEMPLE 2

Classifier des nombres par densité numérique

À partir de l'ensemble de nombres ci-dessous, crée un diagramme pour illustrer les ensembles $\mathbb{R}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{N}$. Détermine et indique la densité de chacun des ensembles.

π ; $\sqrt{3}$; 3; 25; 45; $\sqrt{144}$; $\sqrt[3]{81}$; 2,3; $\frac{1}{3}$; $3\frac{5}{6}$; 63,251; -4; $-\sqrt{2}$; -345; $-\sqrt{81}$; -4,544

Je reconnais que les nombres naturels font partie des nombres entiers. Les nombres entiers font partie des nombres rationnels. Le tout fait partie des nombres réels. Donc je peux faire ci-dessous un diagramme qui démontre à la fois les sous-ensembles et leur densité respective.



Je peux donc conclure que la densité de l'ensemble des nombres réels est plus grande que la densité de l'ensemble des nombres rationnels qui est plus grande que la densité de l'ensemble des nombres entiers et qui est plus grande que la densité de l'ensemble des nombres naturels.

EXEMPLE 3

Classer des ensembles de nombres par leur densité

Pour l'ensemble des nombres naturels de 1 à 100 inclusivement, compare la densité pour chacun des sous-ensembles suivants : les nombres divisibles par 2, les nombres divisibles par 3, les nombres divisibles par 4, les nombres divisibles par 5 et les nombres divisibles par 6.

Je détermine la densité pour chacun des sous-ensembles et je les organise dans un tableau afin de présenter les sous-ensembles en ordre décroissant de leur densité.

Sous-ensemble Divisible par	2	3	4	5	6
Densité	$\frac{50}{100}$	$\frac{33}{100}$	$\frac{25}{100}$	$\frac{20}{100}$	$\frac{16}{100}$



EXEMPLE 4

La densité entre les nombres réels

Entre deux nombres réels donnés, il y aura toujours un autre nombre réel. Ainsi, il existe une infinité de nombres réels entre deux nombres réels quelconques.

