8e année

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

SITUATION D'APPRENTISSAGE

Ça dépend !

COUP D’ŒIL

Dans cette situation d’apprentissage, l’élève devra créer un jeu de hasard pour la foire comprenant à la fois un minimum de 3 événements dépendants et un minimum de 3 événements indépendants.

Au moment de la consolidation, l’élève se sert de ses connaissances en probabilité pour créer un jeu et comparer la probabilité de gagner à la fois dans le cas des événements dépendants et dans le cas des événements indépendants.

LISTE DES ACRONYMES

RP	Résolution de problème
ÉL	Établissement de liens
RJ	Raisonnement et justification
OS	Sélection d’outils et de stratégies
CO	Communication
R	Représentation
RÉ	Réflexion

ATTENTES ET CONTENUS D’APPRENTISSAGE

Nombres

B1 Démontrer sa compréhension des nombres et établir des liens avec leur utilisation dans la vie quotidienne.

- B1.4 Utiliser les fractions, les nombres décimaux et les pourcentages, y compris des pourcentages de plus de 100 % et de moins de 1 %, de manière interchangeable et avec souplesse pour résoudre divers problèmes.

B2 Utiliser ses connaissances des nombres et des opérations pour résoudre des problèmes mathématiques de la vie quotidienne.

- B2.5 Additionner et soustraire des fractions, en utilisant des stratégies appropriées, dans divers contextes.
- B2.6 Multiplier et diviser des fractions par des fractions, des nombres naturels et des nombres fractionnaires, dans divers contextes.

Données

D2 Décrire la probabilité que des événements se produisent et utiliser cette information pour faire des prédictions.

- D2.1 Résoudre divers problèmes de probabilités, à l’aide d’outils et de stratégies appropriés, y compris des diagrammes de Venn et des diagrammes en arbre.
- D2.2 Déterminer et comparer les probabilités théoriques et expérimentales que plusieurs événements indépendants se produisent et que plusieurs événements dépendants se produisent.

Notes : Les contenus d’apprentissage en caractères gras sont abordés dans la situation d’apprentissage.

Les contenus d’apprentissage qui ne sont pas en caractères gras sont abordés uniquement dans les minileçons associées à la situation d’apprentissage.

RÉSULTATS D’APPRENTISSAGE

À la fin de cette situation d’apprentissage, l’élève pourra :

- résoudre divers problèmes de probabilité;
- déterminer et comparer les probabilités théoriques et expérimentales;
- déterminer et comparer les probabilités pour des événements indépendants et pour des événements dépendants.

CRITÈRES D’ÉVALUATION POSSIBLES

Au cours de cette situation d’apprentissage, l’élève est amenée ou amené à élaborer les critères d’évaluation. Voici des exemples :

- Je choisis les bonnes données et les opérations appropriées.
- J’interprète les résultats selon le contexte présenté.
- Je présente mon raisonnement et j’organise mes calculs en laissant des traces.
- J’utilise les conventions et la terminologie à l’étude.

MATÉRIEL

- calculatrice;
- jetons de couleur, facultatif;
- billes de couleur, facultatif;
- crayons feutres à encre effaçable;
- papier quadrillé;
- dés, facultatif;
- cartes de jeu, facultatif.

TYPES DE RAISONNEMENT (LIÉS AUX DOCUMENTS D’APPUI)

Raisonnement spatial

Habiletés spatiales visées :

- création et lecture de cartes, de diagrammes et d’autres représentations visuelles de données (produire des diagrammes en arbre afin de déterminer des probabilités).

Raisonnement proportionnel

Concepts liés au raisonnement proportionnel :

- équivalence et comparaison de fractions (utiliser les fractions pour établir et comparer les probabilités de plusieurs événements);
- compréhension des opérations sur les fractions (simplifier et additionner des fractions pour comprendre les probabilités de plusieurs événements).

Raisonnement algébrique

Concepts liés au raisonnement algébrique :

- compréhension de la relation partie-tout (fraction) (déterminer le nombre d’événements recherchés sur le nombre d’événements possibles afin de déterminer les probabilités).

Domaines	Minileçons	Concepts mathématiques
Nombres	• Exprimer une valeur sous forme de fraction, de nombre décimal et de pourcentage	• Relations entre une fraction, un nombre décimal et un pourcentage
	• Additionner et soustraire des fractions	• Addition et soustraction de fractions
	• Multiplier des fractions par des fractions, des nombres naturels et des nombres fractionnaires	• Multiplication de fractions
Données	• Résoudre des problèmes de probabilité à l'aide de diagrammes de Venn et de diagrammes en arbre*	• Résolution de problèmes et comparaison de probabilités
	• Comparer les probabilités théoriques et expérimentales de plusieurs événements indépendants et dépendants*	

* Les minileçons marquées d'un astérisque présentent les concepts clés abordés dans cette situation d'apprentissage. Il est important de s'assurer que chaque élève a une bonne compréhension de ces concepts.

ÇA DÉPEND!

Que remarques-tu?

SÉQUENCE PÉDAGOGIQUE

Mise en situation (avant l'apprentissage)

OBSERVER

Déroulement

- Grouper les élèves en équipes. Leur montrer l'illustration représentant la situation d'apprentissage, puis leur poser la question suivante : Que remarques-tu?
- Inviter les élèves à noter leurs observations de façon individuelle. Leur demander d'en discuter avec les membres de leur équipe.
- Animer une discussion avec les élèves au sujet des observations notées.

Observations possibles

- L'élève ne saisit pas le contexte de l'illustration montrée.
- L'élève se limite à une ou à deux observations seulement.
- L'élève fait plusieurs observations en lien avec des concepts mathématiques.

Pistes de question et d'intervention

- Qu'est-ce qui capte ton attention en premier? (RP)
- Quels détails attirent ton attention? (RP)
- À quoi te fait penser ce problème dans ta vie de tous les jours? (ÉL)

Réponses possibles des élèves

- Je vois plusieurs kiosques dans une salle commune.
- Je vois des éléments qui sont liés aux jeux de hasard tel que : des dés, des jetons de couleurs, des cartes.
- Je remarque qu'il y a un kiosque vide.
- Je remarque les notions de probabilité (diagramme en arbre) dans la bulle.
- Je comprends que c'est une foire mathématique.
- Je comprends que les notions abordées sont en lien avec les probabilités.

CIBLER UNE QUESTION

Déroulement

- Demander aux équipes de formuler une ou deux questions auxquelles les élèves du groupe-classe pourraient répondre à la suite de leurs observations.
- Animer une discussion pour permettre aux élèves d'échanger sur les questions formulées.
- Présenter aux élèves la question ciblée (problème à résoudre) se trouvant dans l'encadré orangé.

Observations possibles

- L'équipe n'arrive pas à formuler convenablement une question.
- L'équipe formule une question trop simple.
- L'équipe formule des questions inspirées par l'illustration en lien avec des concepts mathématiques.

Pistes de question et d'intervention

- Que cherches-tu à démontrer? (RJ)
- Où as-tu déjà vu cela? (ÉL)
- Quel outil serait utile pour résoudre ce problème? (OS)

Réponses possibles des élèves

- Qu'est-ce qu'il faut créer pour remplir le kiosque vide?
- Peux-tu comparer des probabilités dépendantes et indépendantes?
- Quelle est la probabilité de piger une carte rouge parmi les cartes qui n'ont pas été pigées si on utilise un jeu de cartes complet?

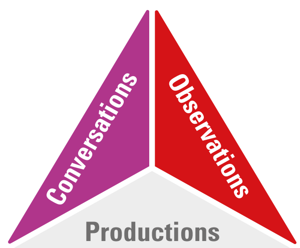
QUESTION CIBLÉE

Peux-tu créer un jeu de probabilité pour la foire qui demande aux participantes et aux participants d'avoir des connaissances de base afin de maximiser leurs chances de gagner? Ton jeu doit comprendre un minimum de 3 événements indépendants et 3 événements dépendants.

ESTIMER OU PRÉDIRE

Déroulement

- Demander aux élèves de faire une ou des ébauches d'un ou de plusieurs modèles d'activités de probabilité à l'aide du matériel de manipulation mis à leur disposition. Leur préciser qu'elles et ils doivent déterminer s'il s'agit d'événements indépendants ou dépendants.
- Demander aux élèves de cibler et de noter les données manquantes du problème et celles essentielles à sa résolution au fur et à mesure qu'elles et ils construisent leur modèle.
- Inviter un membre de chaque équipe à présenter les activités de probabilité devant la classe, et animer une discussion afin de faire ressortir les ressemblances et les différences entre les événements indépendants et dépendants.



Observations possibles

- L'équipe fait des prédictions imprécises.
- L'équipe oublie d'inclure certains éléments importants dans son modèle.
- L'équipe fait une estimation basée sur des données réalistes et pertinentes.
- En raison du manque de données, l'équipe n'arrive pas à faire une prédiction.

Pistes de question et d'intervention

- Quel matériel de manipulation peut t'aider à trouver une réponse? (OS)
- Que veux-tu communiquer? (CO)
- Comment peux-tu représenter visuellement la situation ou le problème à résoudre? (R)

Réponses possibles des élèves

- J'estime que certaines activités auront plus d'événements que d'autres.
- J'estime que les probabilités seront plus complexes lorsqu'il y a plus d'événements.
- Je suppose que les probabilités changeront pour chacune des activités.
- Je dois produire un modèle pour les différents événements de mon jeu.

DÉTERMINER LES DONNÉES MANQUANTES

Déroulement

- Poser aux élèves la question suivante : Quels sont les renseignements nécessaires pour résoudre le problème de la **Question ciblée**?
- Mentionner aux élèves qu'il y a plusieurs façons de résoudre le problème. Les inviter à déterminer les données manquantes en effectuant des recherches ou leur donner l'information suivante :
  - Voici des exemples d'activités de probabilité qui pourraient être utilisées par les élèves.

  Événements indépendants
  - Lancer 1 dé (6 possibilités)
  - Lancer 2 dés (36 possibilités)
  - Lancer 3 dés (216 possibilités)
  - Pile ou face
  - Piger des cartes avec remise (54 possibilités)
  - Piger des billes de couleur avec remise
  - Une roue de fortune

  Événements dépendants
  - Piger des cartes sans remise
  - Piger des billes de couleur sans remise
  - Piger des billes numérotées sans remise
  - Boules de gomme sans remise
  - Proposer aux élèves de consulter le site Web suivant qui permet de créer des diagrammes en arbre
  - Site de Marcel Deleze

Observations possibles

- L'élève n'a pas pu déterminer les renseignements nécessaires pour résoudre le problème.
- L'élève a de la difficulté à reconnaître l'information utile lorsqu'elle ou il tente de déterminer les données manquantes.
- L'équipe reconnaît les renseignements nécessaires et la plupart des données manquantes.

Pistes de question et d’intervention

- Quel logiciel pourrait être utile pour répondre à la question? (OS)
- Peux-tu créer un modèle du problème? (R)
- Peux-tu trouver des jeux similaires qui t’aideraient avec tes calculs? (ÉL)

Réponses possibles des élèves

- Je dois connaître l’ensemble des événements possibles pour les étapes de mon jeu. Par exemple, combien de faces pour un dé ou combien de cartes de jeu.
- Il faut connaître la différence entre des événements dépendants et indépendants.
- Je suppose que selon le type d’événement, les probabilités vont changer.
- Je suppose que la personne qui joue pourra améliorer ses chances de gagner si elle connaît les éléments de base de la probabilité.

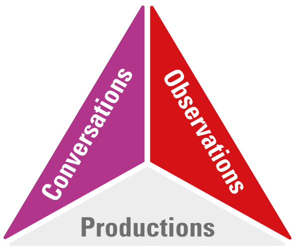
EXPLORATION (PENDANT L'APPRENTISSAGE)

RÉSOUDRE

Déroulement

- Allouer aux élèves le temps requis pour travailler, réfléchir et déterminer la façon de résoudre le problème en faisant diverses expériences.
- Observer les équipes pendant qu'elles travaillent et repérer celles qui sont aux prises avec des difficultés. Au moment opportun, leur présenter la ou les minileçons suivantes : **Résoudre des problèmes de probabilité à l'aide de diagrammes de Venn et de diagrammes en arbre**, **Comparer les probabilités théoriques et expérimentales de plusieurs événements indépendants et dépendants.** Les minileçons permettront aux élèves d'aborder, de réviser, de clarifier ou d'approfondir les concepts nécessaires à la résolution du problème.

  Note : Selon la stratégie qu'auront choisie les élèves, il pourrait être nécessaire de revoir avec elles et eux les minileçons **Exprimer une valeur sous forme de fraction, de nombre décimal et de pourcentage**, **Additionner et soustraire des fractions**, **Multiplier des fractions par des fractions, des nombres naturels et des nombres fractionnaires**.
- Permettre à ces élèves de poursuivre leur travail.



Observations possibles

- Il y a trop de données, et l'élève n'arrive pas à bien cibler les étapes nécessaires à la résolution du problème.
- L'équipe oublie d'inclure des données importantes.
- L'équipe cible les étapes nécessaires à l'élaboration de son modèle en incluant les données importantes.

Pistes de question et d'intervention

- Peux-tu créer un modèle du problème à résoudre? (RP)
- Comment tes connaissances sur ces concepts mathématiques peuvent-elles t'aider à résoudre le problème? (ÉL)

- Comment tes connaissances des nombres te permettent-elles de représenter la solution sous différentes formes (par exemple, nombre décimal, fraction, pourcentage)? (R)

Réponses possibles des élèves

- De nombreuses réponses sont possibles selon les données utilisées.
- Les stratégies de calcul peuvent varier.

COMPARER, ÉCHANGER ET AMÉLIORER

Déroulement

- Demander aux équipes de comparer leurs résultats avec ceux d'une autre équipe.
- Apposer les jeux de hasard sur un mur de la salle de classe ou les exposer, et offrir aux élèves la possibilité de formuler des commentaires et de poser des questions aux différentes équipes en apposant des papillons adhésifs sur les solutions qui les intéressent. S'assurer que les questions et les commentaires sont constructifs et liés à l'intention pédagogique de la situation d'apprentissage.
- Faire réfléchir les élèves en leur posant les questions suivantes : Comparez vos résultats avec ceux d'une autre équipe. Êtes-vous convaincues et convaincus de votre solution? Si oui, expliquez-en la raison. Sinon, modifiez votre solution.

Observations possibles

- L'élève n'arrive pas à comparer ses résultats et à cibler ses erreurs.
- L'élève ne comprend pas ses erreurs ou ne réfléchit pas afin de les comprendre.
- L'élève n'arrive pas à corriger son travail.
- L'équipe peut comparer ses résultats avec d'autres et en cibler les lacunes.

Pistes de question et d'intervention

- Est-ce que les autres élèves peuvent comprendre ton raisonnement? (RJ)
- Utilises-tu les bons symboles et les bonnes conventions mathématiques pour exprimer ta solution? (CO)
- Comment peux-tu expliquer ta démarche (par exemple, à l'aide de mots, de schémas, de gestes, de symboles)? (CO)

Réponses possibles des élèves

- Je ne comprends pas mon erreur.
- J'ai obtenu la même réponse qu'une autre équipe, mais je ne comprends pas sa stratégie.
- À l'aide du commentaire d'une ou d'un autre élève, j'ai amélioré la communication de mon raisonnement ou j'ai corrigé une erreur dans mes calculs de probabilités en lien avec mon jeu.

CONSOLIDATION (APRÈS L'APPRENTISSAGE)

PRÉSENTER LES SOLUTIONS

Déroulement

- En vue d'animer un échange mathématique, choisir 2 travaux comportant des éléments particuliers liés à l'intention pédagogique. Demander aux équipes concernées de présenter au groupe-classe leur solution et leur raisonnement.
- Cibler les éléments importants des démarches qu'ont présentées les équipes en vue de faire progresser les élèves dans leur apprentissage. Pour guider la discussion, il est possible d'encadrer les éléments ciblés à l'aide de ruban-cache ou d'un cadre en papier.
- Au besoin, proposer au groupe-classe une autre solution possible en s'assurant de faire des liens avec les démarches des élèves.

Observations possibles

- La solution que propose une équipe est fausse et porte à confusion.
- La solution proposée n'est pas bien organisée. Les élèves n'ont pas utilisé les bonnes conventions mathématiques.
- La solution présentée par l'équipe est généralement bien, mais comporte certaines lacunes.
- La solution présentée est complète et contient la plupart des données importantes.

Pistes de question et d'intervention

- Les stratégies utilisées étaient-elles efficaces? (RP)
- Quelle a été la meilleure stratégie pour résoudre le problème? (OS)
- Quelles étapes du travail ont été un plus grand défi? Pourquoi? (RP)

SOLUTION POSSIBLE

Voici un exemple possible d'un jeu ainsi que les calculs pour les probabilités théoriques.

Titre : C'est probablement la bonne somme

Dans ce jeu, la participante ou le participant doit piger une carte au hasard. Sur la carte se retrouve une somme entre 3 et 21 inclusivement. La participante ou le participant doit déterminer quel jeu lui offrira les meilleures probabilités d'obtenir la somme qui se retrouve sur sa carte. Si la participante ou le participant peut déterminer la probabilité exacte des deux situations avant de faire son choix, il obtient des points équivalents à la valeur de la probabilité de l'événement en pourcentage. De plus, si la participante ou le participant obtient la somme désirée, après avoir fait l'expérience, elle ou il peut multiplier son pointage par le montant obtenu.

Voici les deux jeux :

Jeu n° 1 – Les trois dés (événements indépendants)

Dans ce jeu, la participante ou le participant doit lancer trois dés et additionner les trois faces qui sont obtenues. Par exemple, sur l'image suivante la somme serait de 9.

Jeu n° 2 – Les huit cartes (événement dépendant)

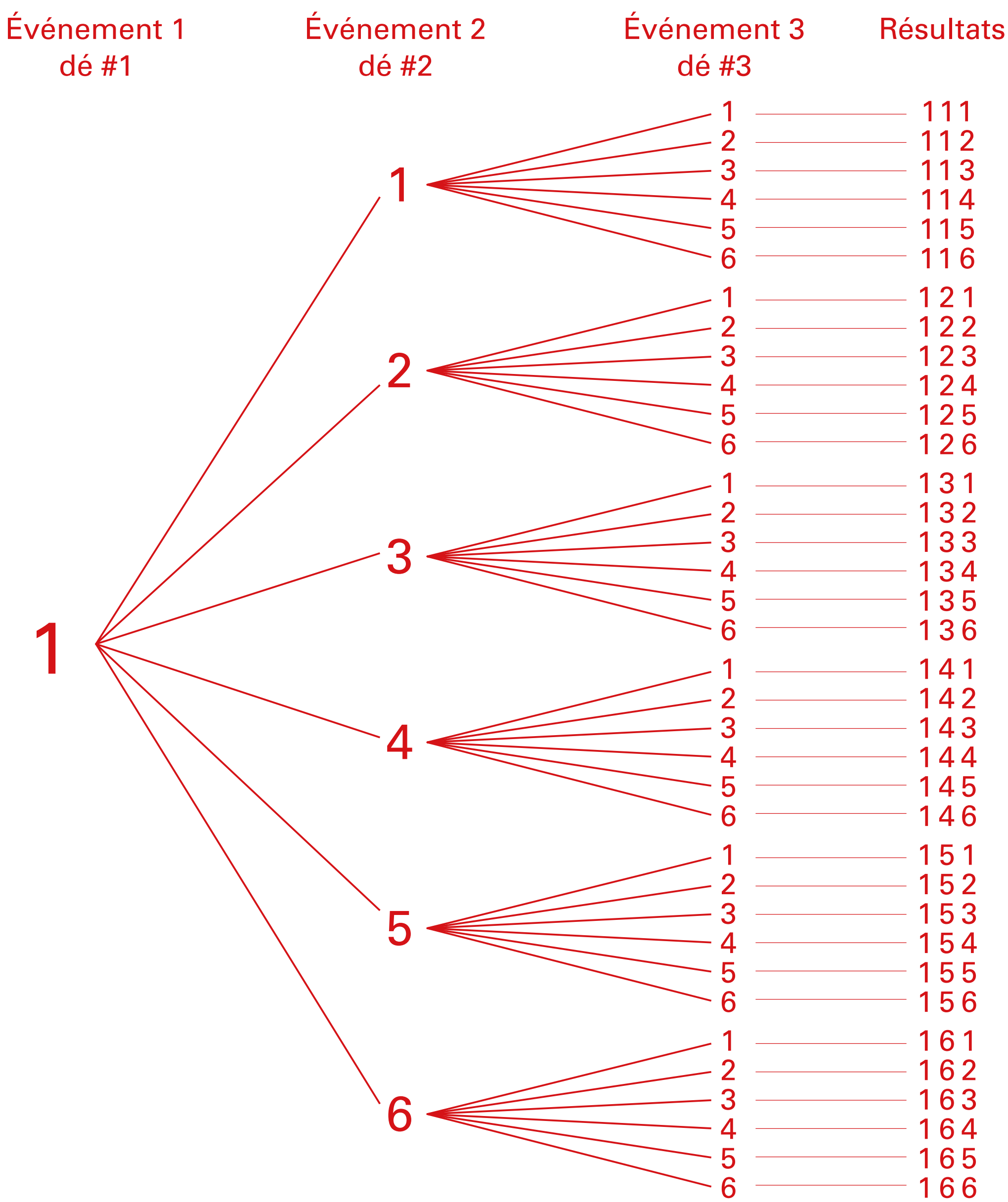
Dans ce jeu, l'élève doit piger trois cartes d'un paquet de huit cartes. Dans le paquet, il y a des cartes de 1 (As) à 8. L'élève ne peut pas remettre les cartes dans le paquet après la première et la deuxième pige.

Calculs pour les probabilités théoriques

Jeu nᵒ 1 – Les trois dés

Je sais que je peux créer un arbre des probabilités pour pouvoir trouver l'ensemble des événements. Puisqu'il y a trois dés, je sais qu'il y aura trois événements dans mon diagramme en arbre. Pour chaque possibilité de l'événement 1, je dois prendre en considération chaque possibilité de l'événement 2 et pour chaque possibilité de l'événement 2, je dois prendre en considération chaque possibilité de l'événement 3.

Voici un exemple de l'ensemble des résultats possibles si j'obtiens un 1 en lançant le premier dé.



Je vois donc que si j'obtiens un 1 lors de l'événement 1, il y a 36 différentes possibilités. Je peux répéter le processus si j'obtiens un 2, un 3, un 4, un 5 et un 6 avec le premier dé. Je vais donc obtenir 216 différentes possibilités. Pour chacune de ces possibilités, je veux trouver la somme des trois dés puisque c'est ce qui m'intéresse pour le jeu. Par exemple, pour l'exemple ci-dessus, j'obtiendrais les sommes suivantes :

Résultats des 3 dés	Sommes associées	Probabilités pour chaque somme pour cette situation (obtenir 1 avec le premier dé)		
		Somme	Fraction	Pourcentage
1, 1, 1	3	3	$\frac{1}{36}$	2,78 %
1, 1, 2	4	4	$\frac{2}{36}$	5,56 %
1, 1, 3	5	5	$\frac{3}{36}$	8,33 %
1, 1, 4	6	6	$\frac{4}{36}$	11,11 %
1, 1, 5	7	7	$\frac{5}{36}$	13,89 %
1, 1, 6	8	8	$\frac{6}{36}$	16,67 %
1, 2, 1	4			
1, 2, 2	5			
1, 2, 3	6			
1, 2, 4	7			
1, 2, 5	8			
1, 2, 6	9			
1, 3, 1	5			
1, 3, 2	6			
1, 3, 3	7			
1, 3, 4	8			
1, 3, 5	9			
1, 3, 6	10			
1, 4, 1	6			
1, 4, 2	7			

Résultats des 3 dés	Sommes associées	Probabilités pour chaque somme pour cette situation (obtenir 1 avec le premier dé)		
		Somme	Fraction	Pourcentage
1, 4, 3	8			
1, 4, 4	9			
1, 4, 5	10			
1, 4, 6	11			
1, 5, 1	7			
1, 5, 2	8			
1, 5, 3	9			
1, 5, 4	10			
1, 5, 5	11			
1, 5, 6	12			
1, 6, 1	8			
1, 6, 2	9			
1, 6, 3	10			
1, 6, 4	11			
1, 6, 5	12			
1, 6, 6	13			

Je sais que ces 36 possibilités ne sont pas l'ensemble des résultats. Afin d'avoir les probabilités théoriques complètes, je dois effectuer ce travail pour l'ensemble des résultats possibles, soit pour les 216 possibilités.

Voici les résultats pour les 216 sommes

Les 3 dés		
Sommes	**Probabilités en fraction**	**Probabilités en pourcentage**
3	$\frac{1}{216}$	0,5 %
4	$\frac{3}{216}$	1,4 %
5	$\frac{6}{216}$	2,8 %
6	$\frac{10}{216}$	4,6 %
7	$\frac{15}{216}$	6,9 %
8	$\frac{21}{216}$	9,7 %
9	$\frac{25}{216}$	11,6 %
10	$\frac{27}{216}$	12,5 %
11	$\frac{27}{216}$	12,5 %
12	$\frac{25}{216}$	11,6 %
13	$\frac{21}{216}$	9,7 %
14	$\frac{15}{216}$	6,9 %
15	$\frac{10}{216}$	4,6 %
16	$\frac{6}{216}$	2,8 %
17	$\frac{3}{216}$	1,4 %
18	$\frac{1}{216}$	0,5 %

Jeu n^{o} 2 – Les huit cartes (trois piges sans remise)

Je sais que je peux créer un arbre des probabilités pour pouvoir trouver l’ensemble des événements. Puisque je pige trois fois dans le paquet de huit cartes, je sais qu’il y aura trois événements dans mon diagramme en arbre. Pour chaque possibilité de l’événement 1, je dois prendre en considération chaque possibilité de l’événement 2 et pour chaque possibilité de l’événement 2, je dois prendre en considération chaque possibilité de l’événement 3. Cependant, puisque je ne remets pas les cartes après la pige 1 et la pige 2, je dois m’assurer de créer un diagramme en arbre en conséquence. Ce qui veut dire que lors de la première pige, il y a huit possibilités. Lors de la deuxième pige, il ne reste que sept possibilités puisque la première carte pigée n’est pas remise. Puis finalement, lors de la troisième pige, il ne reste que six possibilités puisque les deux cartes déjà pigées ne sont plus dans le paquet.

Voici un exemple d’une branche du diagramme en arbre. Cette branche démontre les possibilités si la carte 3 est pigée lors de la première pige.

Pige 1	Pige 2	Pige 3	Somme
3	A	2	6
		4	8
		5	9
		6	10
		7	11
		8	12
3	2	A	6
		4	9
		5	10
		6	11
		7	12
		8	13
3	4	A	8
		2	9
		5	12
		6	13
		7	14
		8	15
3	5	A	9
		2	10
		4	12
		6	14
		7	15
		8	16
3	6	A	10
		2	11
		4	13
		5	14
		7	16
		8	17
3	7	A	11
		2	12
		4	14
		5	15
		6	16
		8	18
3	8	A	12
		2	13
		4	15
		5	16
		6	17
		7	18

Je vois donc que si je pige un 3 lors de l'événement 1, il y a 42 différentes possibilités. Je peux répéter le processus si je pige les cartes As, 2, 4, 5, 6, 7, 8 afin d'avoir une vue d'ensemble des possibilités. Je vais donc obtenir 336 différentes possibilités. Pour chacune de ces possibilités, je veux trouver la somme des trois cartes puisque c'est ce qui m'intéresse pour le jeu. Par exemple, pour l'exemple ci-dessus, j'obtiendrais les sommes suivantes :

Résultats des 3 cartes	Sommes associées	Probabilités pour chaque somme pour cette situation (piger 3 à l'événement 1)		
		Nombre de possibilités par somme	Fraction	Pourcentage
3, 1, 2	6	6	$\frac{2}{42}$	4,8 %
3, 1, 4	8	7	$\frac{0}{42}$	0 %
3, 1, 5	9	8	$\frac{2}{42}$	4,8 %
3, 1, 6	10	9	$\frac{4}{42}$	9,5 %
3, 1, 7	11	10	$\frac{4}{42}$	9,5 %
3, 1, 8	12	11	$\frac{4}{42}$	9,5 %
3, 2, 1	6	12	$\frac{6}{42}$	14,3 %
3, 2, 4	9	13	$\frac{4}{42}$	9,5 %
3, 2, 5	10	14	$\frac{4}{42}$	9,5 %
3, 2, 6	11	15	$\frac{4}{42}$	9,5 %
3, 2, 7	12	16	$\frac{4}{42}$	9,5 %
3, 2, 8	13	17	$\frac{2}{42}$	4,8 %
3, 4, 1	8	18	$\frac{2}{42}$	4,8 %
3, 4, 2	9			
3, 4, 5	12			
3, 4, 6	13			
3, 4, 7	14			

Résultats des 3 cartes	Sommes associées	Probabilités pour chaque somme pour cette situation (piger 3 à l'événement 1)		
		Nombre de possibilités par somme	Fraction	Pourcentage
3, 4, 8	15			
3, 5, 1	9			
3, 5, 2	10			
3, 5, 4	12			
3, 5, 6	14			
3, 5, 7	15			
3, 5, 8	16			
3, 6, 1	10			
3, 6, 2	11			
3, 6, 4	13			
3, 6, 5	14			
3, 6, 7	16			
3, 6, 8	17			
3, 7, 1	11			
3, 7, 2	12			
3, 7, 4	14			
3, 7, 5	15			
3, 7, 6	16			
3, 7, 8	18			
3, 8, 1	12			
3, 8, 2	13			
3, 8, 4	15			
3, 8, 5	16			
3, 8, 6	17			
3, 8, 7	18			

Je sais que ces 42 possibilités ne sont pas l'ensemble des résultats. Afin d'avoir les probabilités théoriques complètes, je dois effectuer ce travail pour l'ensemble des résultats possibles, soit pour les 336 possibilités.

Voici les probabilités pour l'ensemble des résultats :

Les 8 cartes		
Sommes	**Probabilités en fraction**	**Probabilités en pourcentage**
3	$\frac{0}{336}$	0 %
4	$\frac{0}{336}$	0 %
5	$\frac{0}{336}$	0 %
6	$\frac{6}{336}$	1,79 %
7	$\frac{6}{336}$	1,79 %
8	$\frac{12}{336}$	3,57 %
9	$\frac{18}{336}$	5,36 %
10	$\frac{24}{336}$	7,14 %
11	$\frac{30}{336}$	8,93 %
12	$\frac{36}{336}$	10,7 %
13	$\frac{36}{336}$	10,7 %
14	$\frac{36}{336}$	10,7 %
15	$\frac{36}{336}$	10,7 %
16	$\frac{30}{336}$	8,93 %
17	$\frac{24}{336}$	7,14 %
18	$\frac{18}{336}$	5,36 %
19	$\frac{12}{336}$	3,57 %
20	$\frac{6}{336}$	1,79 %
21	$\frac{6}{336}$	1,79 %

Maintenant que je connais les probabilités pour l’ensemble des résultats pour le jeu des trois dés ainsi que pour le jeu des 8 cartes, je vais être en mesure de choisir le jeu qui me donne les meilleures chances de gagner. En observant les résultats possibles pour les deux jeux, je peux déterminer que le jeu des trois dés me donne les meilleures probabilités de gagner pour une somme de 12 ou moins tandis que le jeu des huit cartes me donne les meilleures probabilités de gagner pour une somme de 13 ou plus.

Voici un tableau sommaire des probabilités pour les deux jeux.

Sommes	Les 8 cartes		Les 3 dés	
3	$\frac{0}{336}$	0 %	$\frac{1}{216}$	0,5 %
4	$\frac{0}{336}$	0 %	$\frac{3}{216}$	1,4 %
5	$\frac{0}{336}$	0 %	$\frac{6}{216}$	2,8 %
6	$\frac{6}{336}$	1,79 %	$\frac{10}{216}$	4,6 %
7	$\frac{6}{336}$	1,79 %	$\frac{15}{216}$	6,9 %
8	$\frac{12}{336}$	3,57 %	$\frac{21}{216}$	9,7 %
9	$\frac{18}{336}$	5,36 %	$\frac{25}{216}$	11,6 %
10	$\frac{24}{336}$	7,14 %	$\frac{27}{216}$	12,5 %
11	$\frac{30}{336}$	8,93 %	$\frac{27}{216}$	12,5 %
12	$\frac{36}{336}$	10,7 %	$\frac{25}{216}$	11,6 %
13	$\frac{36}{336}$	10,7 %	$\frac{21}{216}$	9,7 %
14	$\frac{36}{336}$	10,7 %	$\frac{15}{216}$	6,9 %
15	$\frac{36}{336}$	10,7 %	$\frac{10}{216}$	4,6 %
16	$\frac{30}{336}$	8,93 %	$\frac{6}{216}$	2,8 %

Sommes	Les 8 cartes		Les 3 dés	
17	$\frac{24}{336}$	7,14 %	$\frac{3}{216}$	1,4 %
18	$\frac{18}{336}$	5,36 %	$\frac{1}{216}$	0,5 %
19	$\frac{12}{336}$	3,57 %	$\frac{0}{216}$	0 %
20	$\frac{6}{336}$	1,79 %	$\frac{0}{216}$	0 %
21	$\frac{6}{336}$	1,79 %	$\frac{0}{216}$	0 %
Totaux	$\frac{336}{336}$	100 %	$\frac{216}{216}$	100 %

Voici un exemple de calcul des points.

Pointage avant la pige de Saïd

Marc 21 points

Saïd 32 points

Saïd pige la carte avec 13 comme somme. Il effectue les calculs et détermine qu'avec les cartes, il a 10,7 % de chance de réussir et qu'avec les dés, il a 9,7 % de chance de réussir. Il décide donc de choisir le jeu des cartes. Puisque ses calculs sont bons, il peut ajouter 10,7 à son pointage. Il a maintenant $32 + 10{,}7 = 42{,}7$ points.

De plus, par chance, il pige trois cartes qui donnent une somme de 13. Il peut donc multiplier son pointage par 13. Il a maintenant $42{,}7 \times 13 = 555{,}10$.

CONSOLIDER LES APPRENTISSAGES

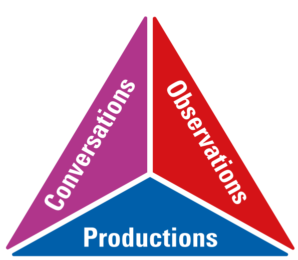
Déroulement

- Animer une discussion avec les élèves afin de déterminer les apprentissages importants en leur posant les questions suivantes : Votre estimation était-elle assez juste? Quelles erreurs avez-vous commises ou quels défis avez-vous relevés au moment de la résolution du problème? Qu’avez-vous appris de ces erreurs ou de ces défis?
- Donner aux élèves l’occasion de noter les éléments importants liés aux types de raisonnement et aux concepts mathématiques ciblés dans cette situation d’apprentissage.
- Élaborer avec les élèves les critères d’évaluation liés aux résultats d’apprentissage suivants : À la fin de cette situation d’apprentissage, l’élève pourra résoudre divers problèmes de probabilités, déterminer et comparer les probabilités théoriques et expérimentales et déterminer et comparer les probabilités pour des événements indépendants et pour des événements dépendants.
- Demander aux élèves de résoudre le problème suivant :

Un jeu de télévision te propose un choix afin de gagner le prix mystère. Dans un sac, ils placeront 5 billes de 2 couleurs différentes. Tu devras piger 3 fois. Invente un jeu qui te permettra d’avoir les meilleures probabilités de gagner sans que le jeu semble être truqué en ta faveur.

Note : Au cours de la résolution de ce problème, il sera peut-être nécessaire de réviser certains concepts avec les élèves en présentant les minileçons suivantes : **Résoudre des problèmes de probabilité à l’aide de diagrammes de Venn et de diagrammes en arbre** et **Comparer les probabilités théoriques et expérimentales de plusieurs événements indépendants et dépendants.**

Note : Recueillir les preuves d’apprentissage des élèves, les analyser et les interpréter pour déterminer leurs points forts et cibler les prochaines étapes en vue de les aider à s’améliorer.



Observations possibles

- L'élève est en mesure de faire la différence entre des événements dépendants et indépendants.
- L'élève ne peut pas déterminer les résultats possibles pour un événement dépendant ou pour un événement indépendant.
- L'élève peut déterminer les probabilités et faire un choix adéquat.

Pistes de question et d'intervention

- Quel serait le meilleur moyen de représenter la solution? (RP)
- As-tu déjà utilisé une stratégie semblable? A-t-elle été efficace? (ÉL)
- Comment est-ce que ta solution se compare à celle des autres élèves? (RJ)

RÉPONSE POSSIBLE

Je sais que je veux m'organiser pour que le jeu soit en ma faveur sans qu'il semble être trop à sens unique. Je dois donc tenir compte du nombre de billes de chaque couleur qui seront dans le sac. Si je place trop de billes de la même couleur, le jeu semblera truqué et ne sera pas accepté. Je veux donc avoir des quantités relativement semblables, mais qui ne sont pas égales. Je vais donc inclure trois billes blanches et deux billes noires. Le jeu sera donc axé sur la pige des billes blanches afin de gagner.

Je veux maintenant établir s'il est mieux d'inventer un jeu qui a des événements indépendants ou des événements dépendants. Dans le cas d'un jeu avec des événements indépendants, les trois billes blanches seront toujours dans le sac à chacune des trois piges, mais le nombre de possibilités sera plus grand. Dans le cas d'un jeu avec des événements dépendants, les billes blanches (ou noires) ne seront pas remises dans le sac, donc le nombre de possibilités sera moins grand.

Afin de prendre une bonne décision, je vais déterminer les probabilités pour l'ensemble des possibilités pour les deux situations.

Situation 1 - Événements indépendants, donc les billes sont remises à chaque fois. Je peux déterminer rapidement le nombre de possibilités en multipliant les possibilités de chaque pige ensemble.

$5 \text{ possibilités} \times 5 \text{ possibilités} \times 5 \text{ possibilités} = 125 \text{ possibilités}$

Puisque le jeu sera basé sur les possibilités en lien avec les billes blanches, je vais déterminer les probabilités pour ces événements.

$$\text{Probabilité théorique} = \frac{\text{Nombre de résultats favorables}}{\text{Nombre total de résultats possibles}}$$

Premièrement, je vais déterminer les probabilités de piger 3 billes blanches.

Pour chaque pige, il y a 3 billes blanches et il y a 5 billes en tout. J'ai donc $\frac{3}{5}$ à chaque pige.

$$\begin{aligned}\text{Probabilité théorique} &= \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \\ &= \frac{27}{125}\end{aligned}$$

Je vais maintenant déterminer les probabilités d'avoir exactement 2 billes blanches. Je dois donc prendre en considération les possibilités suivantes :

BBN

BNB

NBB

Je vais donc trouver les probabilités pour chaque situation puis les additionner ensemble par la suite.

$$\begin{aligned}\text{Probabilité BBN} &= \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} \\ &= \frac{18}{125}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Probabilité BNB} &= \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} \\ &= \frac{18}{125}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Probabilité NBB} &= \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \\ &= \frac{18}{125}\end{aligned}$$

Les probabilités de piger exactement deux billes blanches sont de $\frac{54}{125}$.

Si je combine les résultats pour les 3 billes blanches consécutives et pour exactement deux billes blanches, j'obtiens $\frac{81}{125}$. Ceci pourrait être intéressant comme jeu puisque les probabilités de gagner sont plus grandes que les probabilités de perdre.

Situation 2 - Événements dépendants, donc les billes ne sont pas remises à chaque fois. Je peux déterminer rapidement le nombre de possibilités en multipliant les possibilités de chaque pige ensemble. Dans ce cas, je dois m'assurer d'enlever une possibilité à chaque pige.

$$\text{L'ensemble des possibilités} = 5 \text{ possibilités} \times 4 \text{ possibilités} \times 3 \text{ possibilités}$$

$$\text{L'ensemble des possibilités} = 60 \text{ possibilités}$$

Puisque le jeu sera basé sur les possibilités en lien avec les billes blanches, je vais déterminer les probabilités pour ces événements.

$$\text{Probabilité théorique} = \frac{\text{Nombre de résultats favorables}}{\text{Nombre total de résultats possibles}}$$

Premièrement, je vais déterminer les probabilités de piger trois billes blanches.

Pour la première pige, il y a trois billes blanches et il y a cinq billes en tout, j'ai donc $\frac{3}{5}$ chance de piger une bille blanche. Pour la deuxième pige, il ne reste que deux billes blanches et quatre billes en tout, j'ai donc $\frac{2}{4}$ chances de piger une bille blanche. Puis lors de la troisième pige, il reste une bille blanche et trois billes en tout, donc j'ai $\frac{1}{3}$ chance de piger une bille blanche.

$$\begin{aligned}\text{Probabilité théorique} &= \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{6}{60}\end{aligned}$$

Je vais maintenant déterminer les probabilités d'avoir exactement deux billes blanches. Je dois donc considérer les possibilités suivantes :

BBN

BNB

NBB

Je vais donc trouver les probabilités pour chaque situation puis les additionner ensemble par la suite.

$$\text{Probabilité BBN} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3}$$
$$= \frac{12}{60}$$

$$\text{Probabilité BNB} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3}$$
$$= \frac{12}{60}$$

$$\text{Probabilité NBB} = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$$
$$= \frac{12}{60}$$

Les probabilités de piger exactement deux billes blanches sont de $\frac{36}{60}$.

Si je combine les résultats pour les trois billes blanches consécutives et pour exactement deux billes blanches, j'obtiens $\frac{42}{60}$. Ceci pourrait être intéressant comme jeu puisque les probabilités de gagner sont plus grandes que les probabilités de perdre.

Il ne me reste qu'à déterminer quel jeu me donne les meilleures chances de piger au moins deux billes blanches. Dans le cas du jeu avec les événements indépendants, les probabilités sont de $\frac{81}{125}$ de piger deux billes blanches ou plus. Dans le cas du jeu avec les événements dépendants, les probabilités sont de $\frac{42}{60}$ de piger au moins deux billes blanches. Je vais convertir les deux fractions en pourcentage afin de pouvoir déterminer les probabilités qui sont les plus favorables. Dans le cas du premier jeu, $\frac{81}{125}$ est équivalent à 64,8 %. Dans le cas du second jeu, $\frac{42}{60}$ est équivalent à 70 %.

Grâce à mes calculs et à mes connaissances en probabilités, je vais proposer le deuxième jeu. J'aurai donc 70 % de chance de gagner le prix mystère.

PROLONGATIONS POSSIBLES

1. Déterminer les probabilités de piger 3 cartes spécifiques dans un paquet de cartes si les cartes sont remises ou non après chaque pige.
2. Inventer un jeu de probabilité avec des cartes ou des dés.