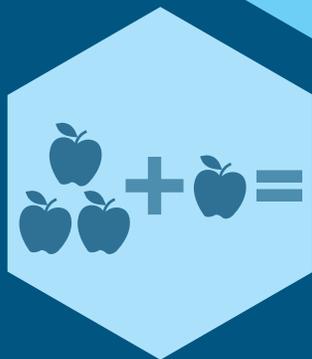
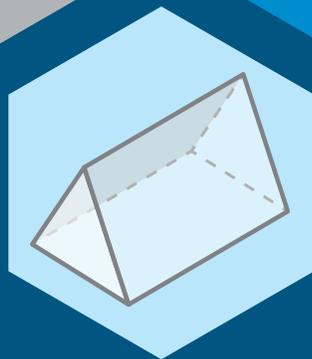
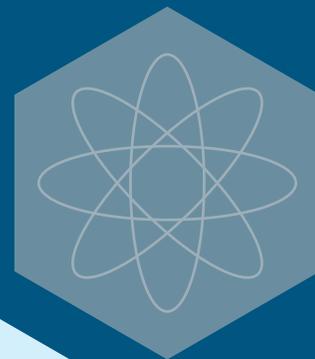


7<sup>e</sup>  
année

# En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement  
et l'apprentissage des mathématiques

MINILEÇON



SENS DE L'ESPACE

Développer la formule  
de l'aire d'un disque

## RÉSUMÉ

Dans cette minileçon, l'élève développe la formule de l'aire d'un disque.

## PISTES D'OBSERVATION

L'élève :

- détermine la circonférence d'un disque;
- établit la relation entre l'aire d'un parallélogramme et l'aire d'un disque;
- établit la relation entre le rayon et l'aire d'un disque;
- calcule l'aire d'un disque en utilisant du matériel concret et des stratégies de calcul.

## MATÉRIEL

- assiettes en papier;
- bâtons de colle;
- calculatrices scientifiques;
- ciseaux;
- compas;
- crayons-feutres;
- feuilles grand format;
- règles;
- rubans à mesurer;
- corde d'environ 1m.

## CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Le concept mathématique nommé ci-dessous sera abordé dans cette minileçon. Une explication de celui-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

Domaine d'étude	Concept mathématique
Sens de l'espace	Mesure et construction d'un cercle

# PARTIE 1 – EXPLORATION GUIDÉE

## Déroulement

- Consulter, au besoin, la fiche **Mesure et construction d'un cercle** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves la terminologie liée à la mesure et à la construction des cercles en vue de les aider à réaliser l'activité. Il importe de ne pas présenter le calcul de l'aire d'un disque. Les élèves doivent le découvrir dans cette minileçon.
- Grouper les élèves en équipes de 2 ou de 3.
- Présenter aux élèves l'activité Aire d'une assiette en papier.

**Note** : Au besoin, consulter le corrigé de l'activité pour obtenir des exemples de stratégies.

- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève tente de déterminer l'aire d'une assiette en papier en formant un parallélogramme ou un rectangle avec celle-ci.
- Animer une discussion avec les élèves au cours de laquelle elles et ils échangent sur les résultats obtenus et les stratégies utilisées pour déterminer l'aire de l'assiette en papier en utilisant la formule de l'aire d'un parallélogramme ou celle de l'aire d'un rectangle ainsi que la formule de la circonférence d'un cercle.
- Présenter aux élèves l'**Exemple 1**, soit déterminer l'aire du disque avec un diamètre donné.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève tente de calculer l'aire d'un disque à partir des découvertes réalisées lors de l'activité Aire d'une assiette en papier.
- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour calculer l'aire d'un disque. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- À la suite des discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre le rayon, le diamètre et l'aire d'un disque.

**Note** : Au besoin, consulter le corrigé de la partie 1 pour obtenir des exemples de stratégies.

- Encourager les élèves à améliorer leur travail en y ajoutant les éléments manquants.
- Au besoin, présenter aux élèves l'**Exemple 2**, soit déterminer l'aire du disque avec un rayon donné.

## AIRE D'UNE ASSIETTE EN PAPIER - CORRIGÉ

### Circonférence d'un disque

1. Trace le contour de l'assiette en papier avec un crayon-feutre.
2. Plie l'assiette en papier en 2 parties égales une première fois. Cette ligne de pliure est le diamètre du disque.
3. Plie l'assiette en papier en 2 parties égales une deuxième fois. Cette ligne de pliure est le rayon du disque.
4. Calcule la circonférence de l'assiette en papier. Explique ta démarche.

Voici un exemple de réponse possible :

Je mesure la longueur du rayon de l'assiette en papier. Le rayon ( $r$ ) mesure 11,8 cm. Je calcule la circonférence de l'assiette à l'aide de la formule  $C = 2\pi r$ .

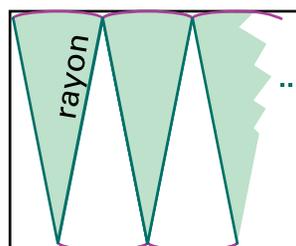
$$\begin{aligned}C &= 2\pi r \\ &= 2 \times 3,1416 \times 11,8 \\ &= 74,142 \\ &= 74,14 \text{ cm}\end{aligned}$$

La circonférence de l'assiette en papier est d'environ 74,14 cm.

Je vérifie en utilisant une corde. J'entoure l'assiette de la corde. En tenant la corde à la longueur du contour de l'assiette, je l'étire en longeant une règle de 1 m afin de vérifier si la longueur de la corde est équivalente à mon calcul de circonférence.

## Aire d'un disque

1. Plie l'assiette en papier en 2 parties égales une troisième fois. Continue à plier l'assiette en 2 parties égales jusqu'à ce que tu ne sois plus capable de le faire.
2. Découpe l'assiette en papier sur les lignes de pliure. Les morceaux découpés représentent les secteurs du disque.
3. Sur une feuille grand format, trace une ligne.
4. Place la moitié des secteurs découpés sur la feuille, en alignant le contour courbé des secteurs (contour de l'assiette) sur la ligne que tu viens de tracer.
5. Place l'autre moitié des secteurs découpés sur la feuille, en les insérant entre les secteurs déjà placés, de manière à ce que les rayons soient alignés (soient côte à côte) tout en limitant l'espace entre eux.
6. Colle les secteurs du disque sur la feuille.
7. Calcule l'aire de l'assiette en papier. Explique ta démarche.



**Réflexion** : Que remarques-tu? À quelle figure les secteurs du disque collés sur la feuille te font-ils penser? Comment pourrais-tu t'y prendre pour calculer l'aire de cette figure? Quel lien peux-tu faire entre l'aire de cette figure et l'aire du disque?

Je remarque que la figure ressemble à un parallélogramme. Si j'avais découpé plus de secteurs, la figure ressemblerait à un rectangle. Alors, pour calculer l'aire de cette figure, j'utilise la formule de l'aire d'un rectangle, soit :  $A = b \times h$ .

La longueur de la base ( $b$ ) du rectangle correspond à la moitié de la circonférence de l'assiette, soit  $74,14 \div 2 = 37,07$  cm. De plus, la hauteur ( $h$ ) du rectangle correspond à la longueur du rayon de l'assiette, soit 11,8 cm.

$$\begin{aligned} A &= b \times h \\ &= 37,07 \times 11,8 \\ &= 437,426 \\ &= 437,4 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

L'aire de l'assiette en papier est d'environ  $437,4 \text{ cm}^2$ .

Pour déterminer la formule de l'aire d'un disque, je combine la formule de l'aire d'un rectangle avec celle de la circonférence d'un disque.

$$A_{\text{rectangle}} = b \times h$$

$$\begin{aligned} A_{\text{disque}} &= \frac{\text{Circonférence}}{2} \times r \\ &= \frac{2 \times \pi \times r}{2} \times r \\ &= \pi \times r \times r \\ &= \pi \times r^2 \\ &\text{ou} \\ &= \pi r^2 \end{aligned}$$

Si  $r = 11,8 \text{ cm}$

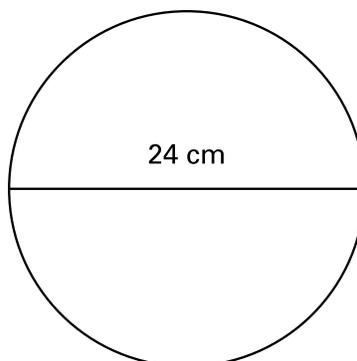
$$\begin{aligned} A_{\text{disque}} &= \pi r^2 \\ &= \pi \times r \times r \\ &= 3,1416 \times 11,8 \times 11,8 \\ &= 437,436 \\ &= 437,4 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

L'aire de l'assiette en papier est d'environ  $437,4 \text{ cm}^2$ .

..... **CORRIGÉ** .....

### EXEMPLE 1

Détermine, au dixième près, l'aire de ce disque.



## STRATÉGIE

Le diamètre du disque est divisé par 2 pour connaître le rayon.

$$d \div 2 = r$$

$$24 \div 2 = r$$

$$12 = r$$

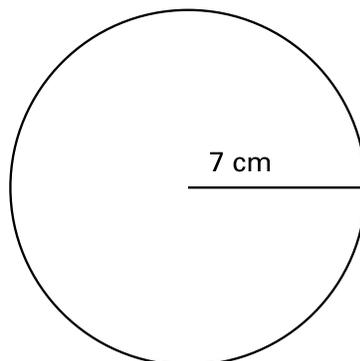
Le rayon du disque ( $r$ ) est de 12 cm.

$$\begin{aligned} \text{Aire}_{\text{disque}} &= \pi \times r^2 \\ &= \pi \times 12^2 \\ &= 3,1416 \times 144 \\ &= 452,3904 \\ &= 452,4 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

L'aire du disque est d'environ  $452,4 \text{ cm}^2$ .

## EXEMPLE 2

Détermine, au dixième près, l'aire de ce disque.



## STRATÉGIE

$$\begin{aligned} \text{Aire}_{\text{disque}} &= \pi \times r^2 \\ &= \pi \times 7^2 \\ &= 3,1416 \times 49 \\ &= 153,9384 \\ &= 153,9 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

L'aire du disque est d'environ  $153,9 \text{ cm}^2$ .

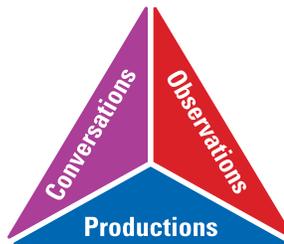


## PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

### Déroulement

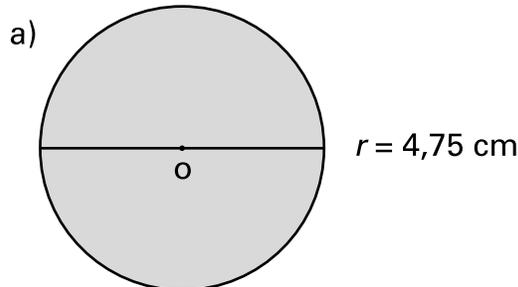
- Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!**. Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou autre.
- Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves et les interpréter pour déterminer leurs points forts et cibler les prochaines étapes en vue de les aider à s'améliorer.

**Note** : Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.



### CORRIGÉ

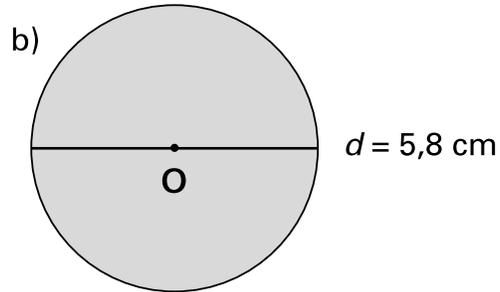
1. Détermine, au dixième près, l'aire des disques suivants.



Le rayon ( $r$ ) du disque est de 4,75 cm.

$$\begin{aligned}\text{Aire}_{\text{disque}} &= \pi \times r^2 \\ &= \pi \times 4,75^2 \\ &= 3,1416 \times 22,5625 \\ &= 70,882 \\ &= 70,9 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

L'aire du disque est d'environ  $70,9 \text{ cm}^2$ .



Le diamètre est divisé par 2 pour déterminer la mesure du rayon, soit  $5,8 \div 2 = 2,9$ .  
Le rayon ( $r$ ) du disque mesure 2,9 cm.

$$\begin{aligned} \text{Aire}_{\text{disque}} &= \pi \times r^2 \\ &= \pi \times 2,9^2 \\ &= 3,1416 \times 8,41 \\ &= 26,421 \\ &= 26,4 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

L'aire du disque est d'environ  $26,4 \text{ cm}^2$ .

2. On désire faire un coin feu circulaire en pierre d'environ  $50 \text{ m}^2$ . Quel sera le rayon de ce cercle?



Le rayon est trouvé avec l'aire du disque.

$$A_{\text{disque}} = \pi \times r^2$$

$$50 = \pi \times r^2$$

$$\frac{50}{3,1416} = r^2$$

$$15,915 = r^2$$

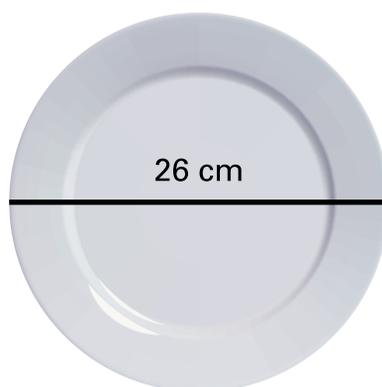
$$\sqrt{15,915} = r$$

$$3,989 = r$$

$$4 \text{ m} = r$$

Le rayon du cercle sera d'environ 4 mètres.

3. Peut-on placer 4 de ces assiettes, une à côté de l'autre, autour d'une table ayant un rayon de 30 cm?



Le diamètre du disque de l'assiette est divisé par 2 pour connaître le rayon.

$$d \div 2 = r$$

$$26 \div 2 = r$$

$$13 = r$$

Le rayon du disque ( $r$ ) est de 13 cm.

$$\begin{aligned} \text{Aire}_{\text{disque}} &= \pi \times r^2 \\ &= \pi \times 13^2 \\ &= 3,1416 \times 169 \\ &= 530,9304 \\ &= 530,9 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

L'aire du disque est d'environ  $530,9 \text{ cm}^2$ .

L'aire des 4 assiettes.

$$4 \times 530,9 = 2123,6 \text{ cm}^2$$

Je trouve l'aire de la table.

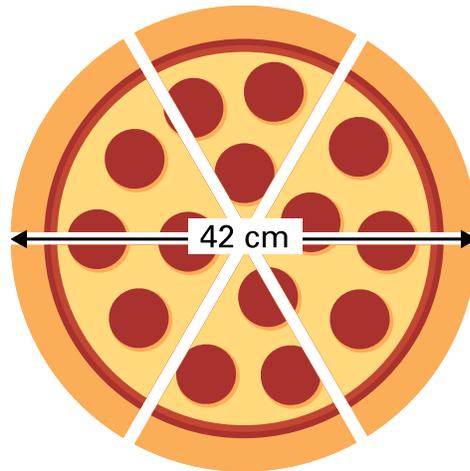
$$\begin{aligned} \text{Aire}_{\text{disque}} &= \pi \times r^2 \\ &= \pi \times 30^2 \\ &= 3,1416 \times 900 \\ &= 2827,44 \\ &= 2827,4 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

L'aire de la table est d'environ  $2827,4 \text{ cm}^2$ .

L'aire de la table est supérieure à l'aire des assiettes, alors il est possible de placer les 4 assiettes autour de la table.

$$2827,4 \text{ cm}^2 > 2123,6 \text{ cm}^2$$

4. Une pizza est séparée en 6 pointes égales. Si la pizza a un diamètre de 42 cm, quelle est l'aire d'une pointe?



Le diamètre du disque est divisé par 2 pour connaître le rayon.

$$d \div 2 = r$$

$$42 \div 2 = r$$

$$21 = r$$

Le rayon du disque ( $r$ ) est de 21 cm.

Il faut trouver l'aire de la pizza.

$$\begin{aligned} \text{Aire}_{\text{disque}} &= \pi \times r^2 \\ &= \pi \times 21^2 \\ &= 3,1416 \times 441 \\ &= 1385,4456 \\ &\approx 1385,4 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

L'aire du disque est d'environ  $1385,4 \text{ cm}^2$ .

Je divise l'aire de la pizza en 6.

$$1385,4 \div 6 = 230,9 \text{ cm}^2$$

L'aire d'une pointe de pizza est de  $230,9 \text{ cm}^2$ .



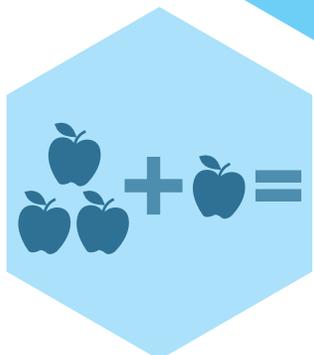
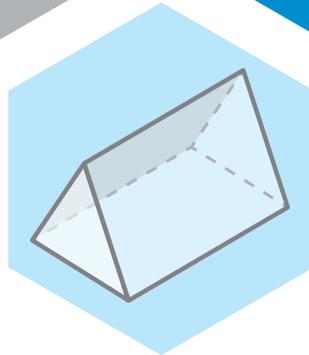
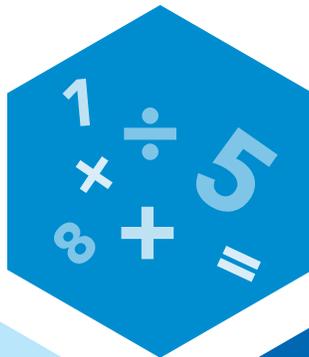
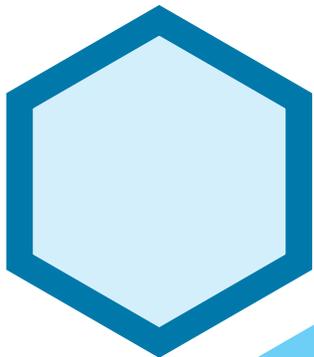
Version de l'élève

7<sup>e</sup>  
année

# En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement  
et l'apprentissage des mathématiques

MINILEÇON



SENS DE L'ESPACE

Développer la formule  
de l'aire d'un disque

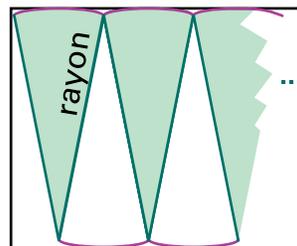
# PARTIE 1 – EXPLORATION GUIDÉE

## Circonférence d'un disque

1. Trace le contour de l'assiette en papier avec un crayon-feutre.
2. Plie l'assiette en papier en 2 parties égales une première fois. Cette ligne de pliure est le diamètre du disque.
3. Plie l'assiette en papier en 2 parties égales une deuxième fois. Cette ligne de pliure est le rayon du disque.
4. Calcule la circonférence de l'assiette en papier. Explique ta démarche.

## Aire d'un disque

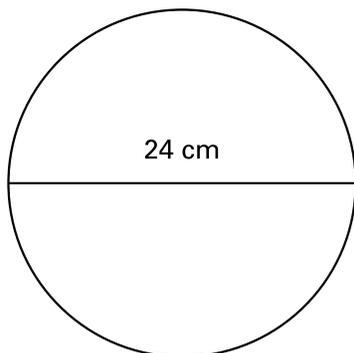
1. Plie l'assiette en papier en 2 parties égales une troisième fois. Continue à plier l'assiette en 2 parties égales jusqu'à ce que tu ne sois plus capable de le faire.
2. Découpe l'assiette en papier sur les lignes de pliure. Les morceaux découpés représentent les secteurs du disque.
3. Sur une feuille grand format, trace une ligne.
4. Place la moitié des secteurs découpés sur la feuille, en alignant le **contour courbé des secteurs (contour de l'assiette)** sur la ligne que tu viens de tracer.
5. Place l'autre moitié des secteurs découpés sur la feuille, en les insérant entre les secteurs déjà placés, de manière à ce que les rayons soient alignés (soient côte à côte) tout en limitant l'espace entre eux.
6. Colle les secteurs du disque sur la feuille.
7. Calcule l'aire de l'assiette en papier. Explique ta démarche.



**Réflexion :** Que remarques-tu? À quelle figure les secteurs du disque collés sur la feuille te font-ils penser? Comment pourrais-tu t'y prendre pour calculer l'aire de cette figure? Quel lien peux-tu faire entre l'aire de cette figure et l'aire du disque?

### EXEMPLE 1

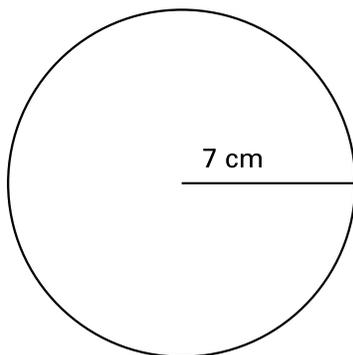
Détermine, au dixième près, l'aire de ce disque.



TA STRATÉGIE

## EXEMPLE 2

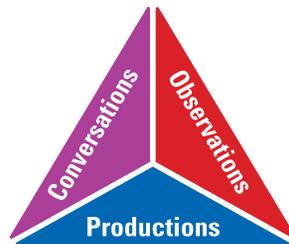
Détermine, au dixième près, l'aire de ce disque.



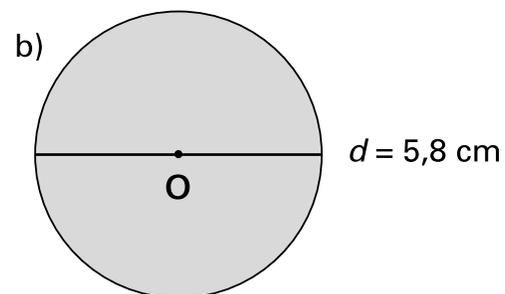
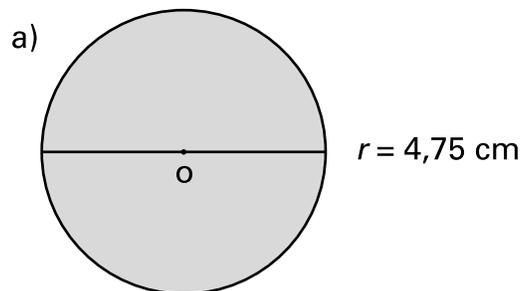
TA STRATÉGIE

## PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

À ton tour!



1. Détermine, au dixième près, l'aire des disques suivants.





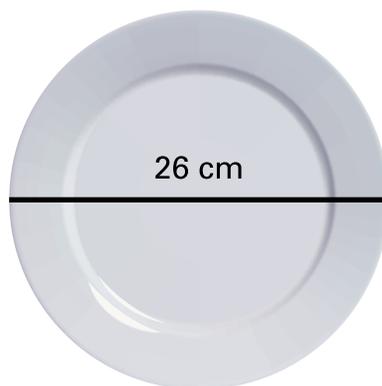
 TA STRATÉGIE

2. On désire faire un coin feu circulaire en pierre d'environ  $50 \text{ m}^2$ . Quel sera le rayon de ce cercle?



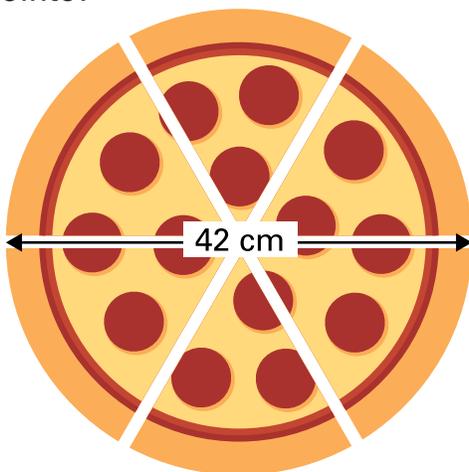
 TA STRATÉGIE

3. Peut-on placer 4 de ces assiettes, une à côté de l'autre, autour d'une table ayant un rayon de 30 cm?



 TA STRATÉGIE

4. Une pizza est séparée en 6 pointes égales. Si la pizza a un diamètre de 42 cm, quelle est l'aire d'une pointe?



TA STRATÉGIE