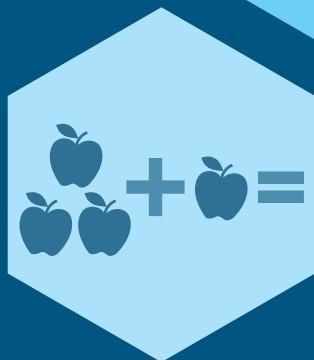
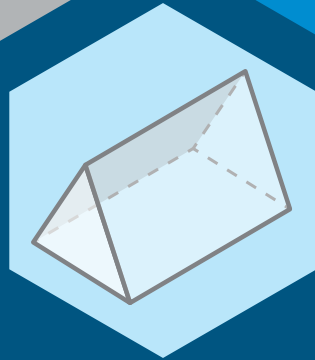


7^e
année

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques

MINILEÇON



SENS DE L'ESPACE

Effectuer et décrire les résultats
d'homothéties

RÉSUMÉ

Dans cette minileçon, l'élève effectue des homothéties et décrit la similarité entre l'image et la figure initiale.

PISTES D'OBSERVATION

L'élève :

- montre sa compréhension du concept d'homothéties en agrandissant ou réduisant une figure selon un rapport donné;
- décrit la similarité entre l'image et la figure initiale.

MATÉRIEL

- calculatrices;
- logiciel de géométrie (facultatif);
- règles;
- feuille de papier quadrillé en cm^2 .

CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Le concept mathématique nommé ci-dessous sera abordé dans cette minileçon. Une explication de celui-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

Domaine d'étude	Concept mathématique
Sens de l'espace	Transformations d'une figure plane

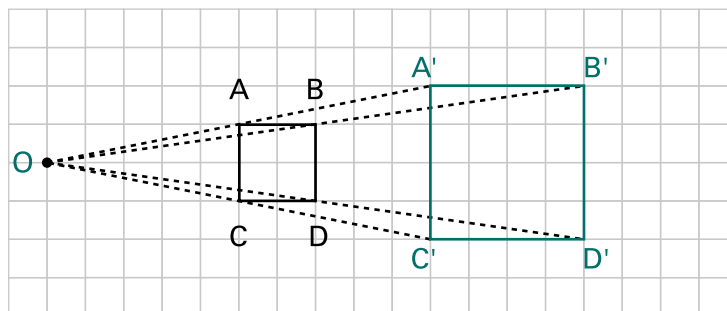
PARTIE 1 - EXPLORATION GUIDÉE

Déroulement

- Consulter, au besoin, la fiche **Transformations d'une figure plane** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves les différentes transformations liées à l'homothétie, ainsi que la terminologie liée à ce concept en vue de les aider à réaliser l'activité.
- Présenter aux élèves l'**Exemple 1**, soit observer les caractéristiques de l'homothétie et effectuer une homothétie selon un rapport donné.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour effectuer l'homothétie selon un rapport donné.
- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour effectuer l'homothétie selon un rapport donné et pour décrire la similarité entre l'image et la figure initiale. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- À la suite des discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre l'homothétie et la similarité entre l'image et la figure initiale.
Note : Au besoin, consulter le corrigé de la partie 1 pour obtenir des exemples de stratégies.
- Encourager les élèves à améliorer leur travail en y ajoutant les éléments manquants.
- Au besoin, présenter aux élèves l'**Exemple 2**, soit identifier un rapport d'homothétie, observer les caractéristiques de l'homothétie et effectuer une homothétie selon un rapport donné.

EXEMPLE 1

a) Observe bien ces deux figures. Quelles sont tes observations?



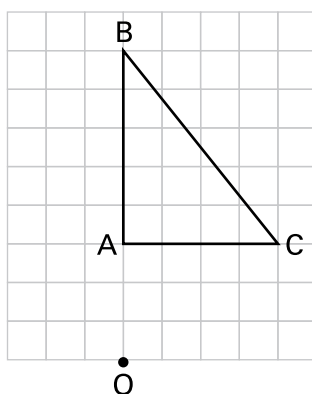
STRATÉGIE

Je remarque que la figure ABCD a été agrandie et que la figure A'B'C'D' conserve les mêmes proportions que la figure initiale. J'observe aussi que les 2 figures conservent les mêmes angles.

Je remarque que la figure initiale a été agrandie selon un rapport d'homothétie 2. Les segments de la figure qui a subi une homothétie sont 2 fois plus grand que ceux de la figure initiale. Par exemple, les côtés de la figure initiale mesurent 2 cm et les côtés de la figure agrandie mesurent 4 cm.

J'observe aussi que des droites ont été tracées pour relier chaque sommet de la figure au centre d'homothétie et que ces droites ont été prolongées au-delà de la figure initiale pour tracer la deuxième figure.

b) Sur du papier quadrillé, trace un triangle rectangle et ajoute le point O tel que le démontre l'exemple.



Fais subir une homothétie à ta figure en suivant les étapes ci-dessous :

Mesure la longueur du segment OA à l'aide d'une règle.

À l'aide de matériel concret, tel qu'un bout de ficelle ou d'une règle, mesure 3 fois la longueur du segment OA .

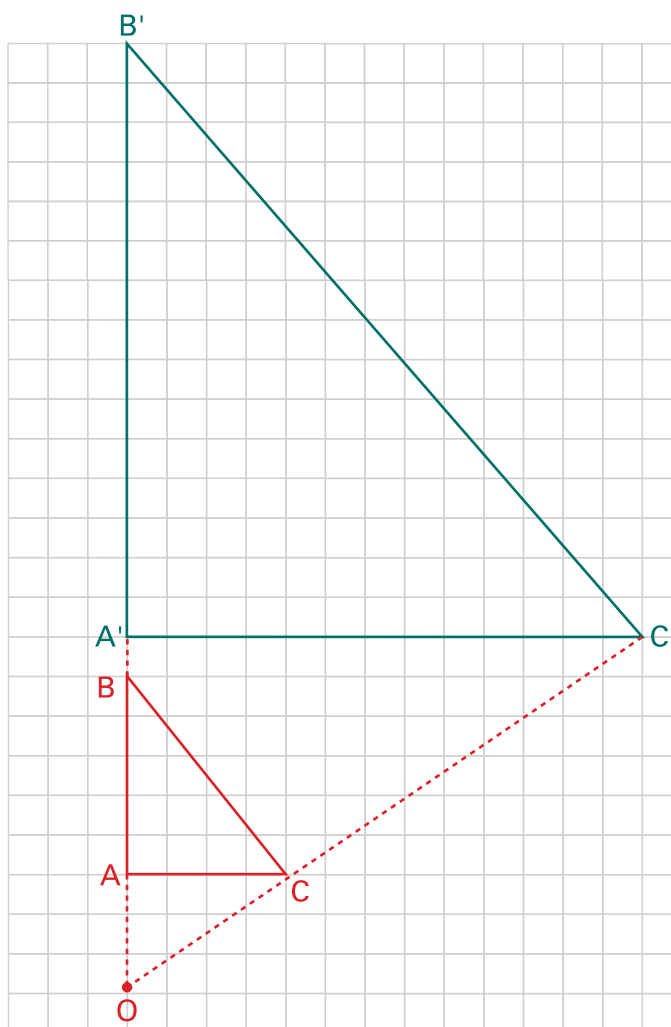
Fixe le bout de la ficelle ou de ta règle sur le point O et forme le segment OA' qui passe par le point A en traçant le point A' .

Reprends la même démarche pour former les segments OB' et OC' .

Joins les points A' , B' et C' pour former le triangle $A'B'C'$.

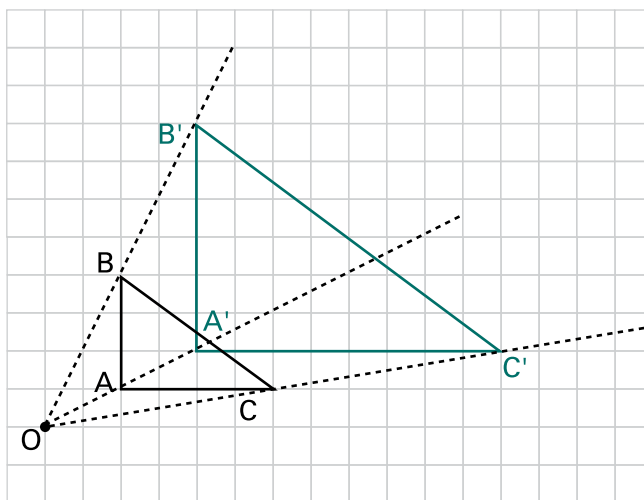
Que remarques-tu?

Je remarque que le côté $A'B'$ est trois fois plus long que le côté AB , que le côté $B'C'$ est 3 fois plus long que BC et que le côté $A'C'$ est trois fois plus long que le côté AC . Je remarque aussi que les angles des deux triangles ont la même mesure. J'observe aussi que les triangles sont semblables et que la figure initiale a été agrandie selon un rapport d'homothétie de 3.



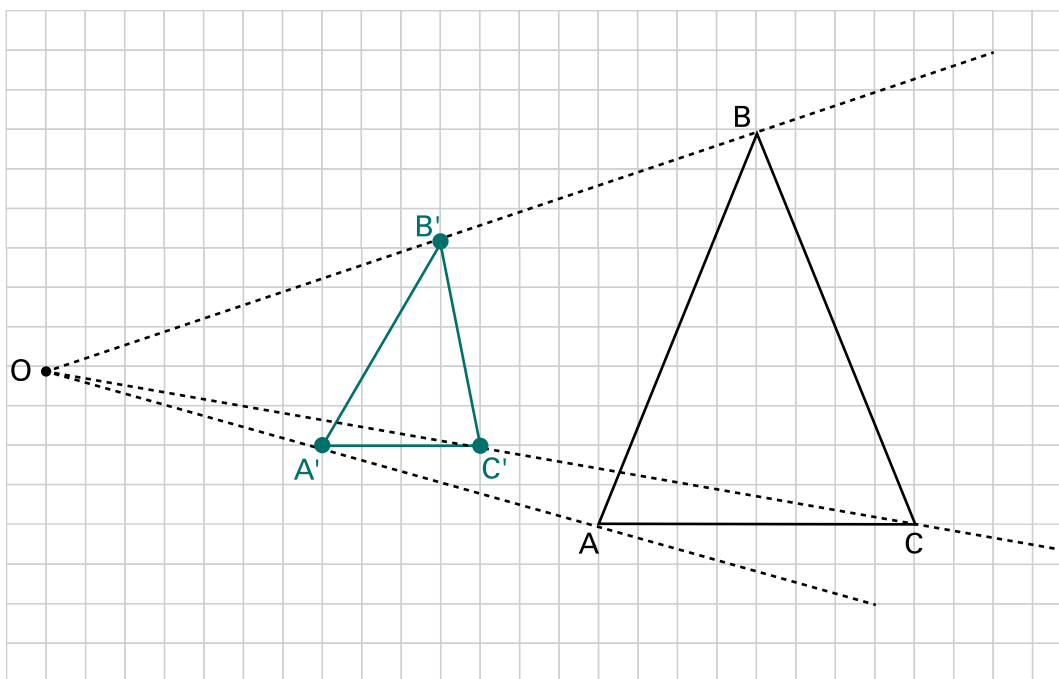
EXEMPLE 2

Trouve le rapport d'homothétie que le triangle a subi en tenant compte du centre d'homothétie.



Je mesure la longueur du segment OA . Il mesure 1 cm. Je mesure la longueur du segment OA' . Il mesure 2 cm. Le rapport d'homothétie est donc de 2. Donc, le côté $A'B'$ est 2 fois plus long que le côté AB , le côté $B'C'$ est 2 fois plus long que BC et le côté $A'C'$ est 2 fois plus long que le côté AC .

b) Observe ces 2 figures. Que remarques-tu?

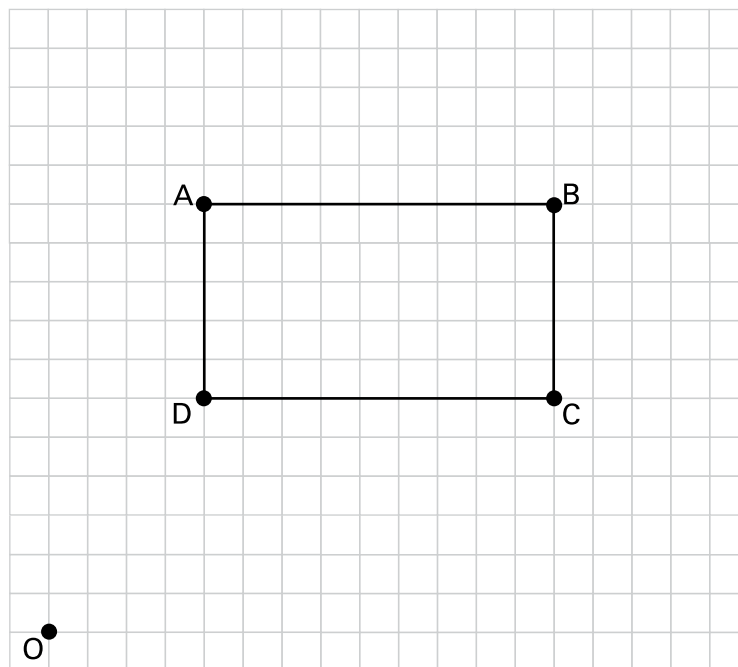


Je remarque que la figure ABC a été réduite et que la figure A'B'C' conserve les mêmes proportions que la figure initiale. J'observe aussi que la figure initiale a été réduite selon un rapport d'homothétie de $\frac{1}{2}$.

Les segments de la figure qui a subi une homothétie sont 2 fois plus petit. Par exemple, le côté AC de la figure initiale mesure 4 cm et le côté A'C' de la figure transformée mesure 2 cm.

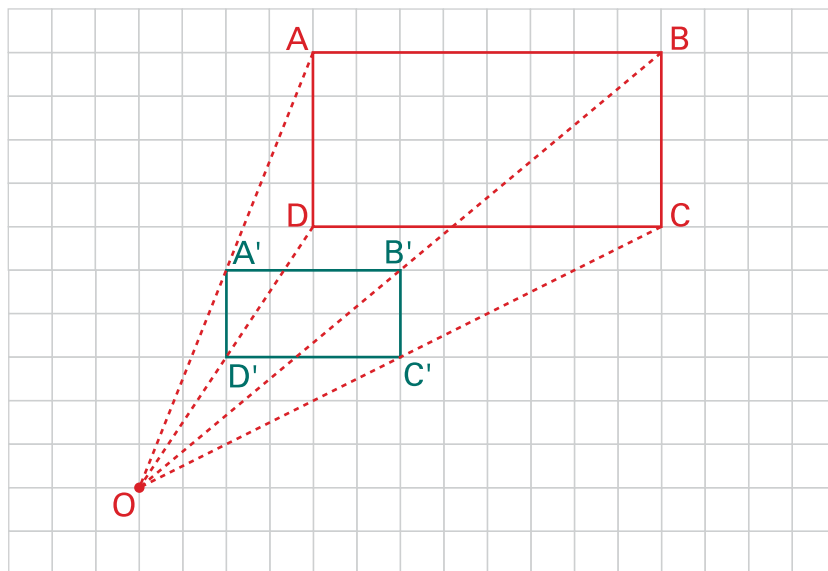
Je remarque aussi que des droites ont été tracées pour relier chaque sommet de la figure au centre d'homothétie. Ces droites ont permis de tracer la deuxième figure dans un rapport de $\frac{1}{2}$.

- c) Sur du papier quadrillé, trace un rectangle ou une autre figure de ton choix et ajoute le point O tel que le démontre l'exemple. Fais subir une homothétie à cette figure de telle sorte qu'elle soit 2 fois plus petite.



Plusieurs réponses sont possibles.

Je mesure la longueur du segment OA. La longueur est de 7 cm. Le segment OA' est donc 2 fois plus petit, soit 3,5 cm. Je mesure ensuite tous les autres segments et je les réduis de moitié pour obtenir un rapport d'homothétie de $\frac{1}{2}$.

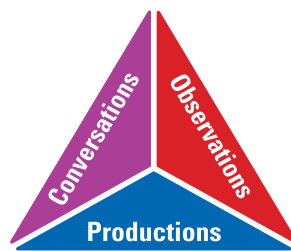


PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

Déroulement

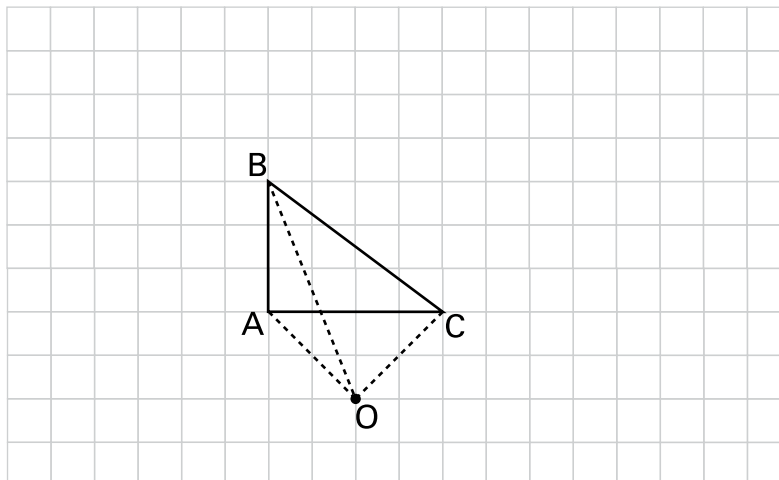
- Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!**. Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou autre.
- Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves et les interpréter pour déterminer leurs points forts et cibler les prochaines étapes en vue de les aider à s'améliorer.

Note : Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.



CORRIGÉ

1. Trace, sur une grande feuille, un triangle rectangle dont les côtés mesurent respectivement 3 cm, 4 cm et 5 cm. Situe un point O à l'extérieur de ton triangle sur ta feuille. Trace des segments qui partent du point O et qui joignent chacun des sommets du triangle ABC comme dans l'exemple suivant. Mesure le segment OA et prolonge-le de telle sorte que le segment OA' soit 4 fois plus long que le segment OA . Répète la même démarche pour les segments OB et OC . Joins les points A' , B' et C' pour former le triangle $A'B'C'$. Compare les 2 triangles. Que remarques-tu?



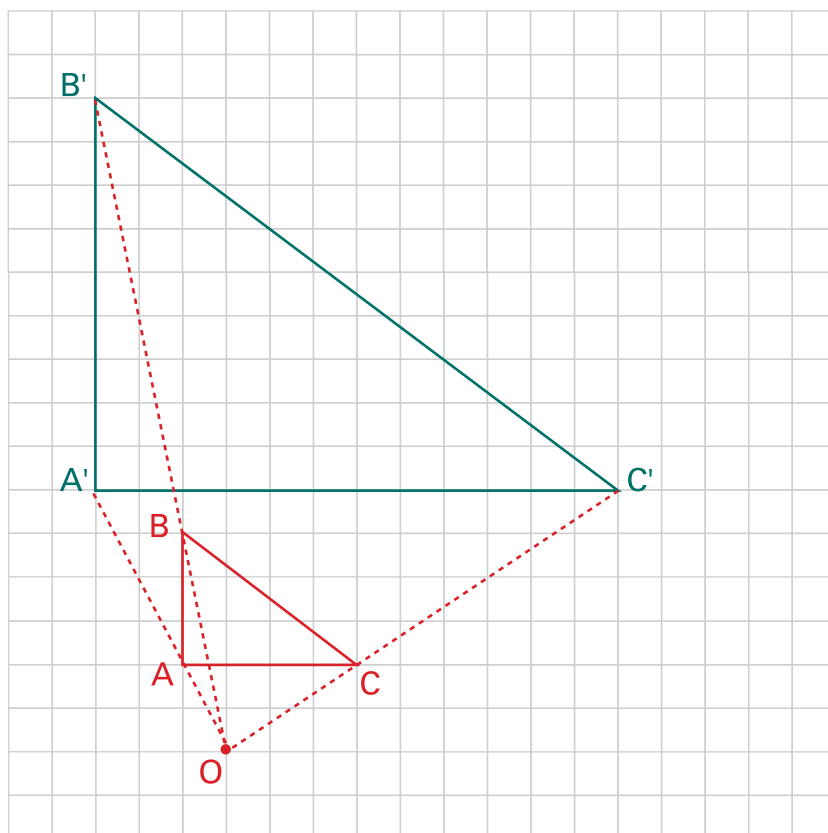
Voici mes observations :

Le triangle obtenu, $A'B'C'$, est semblable au triangle initial.

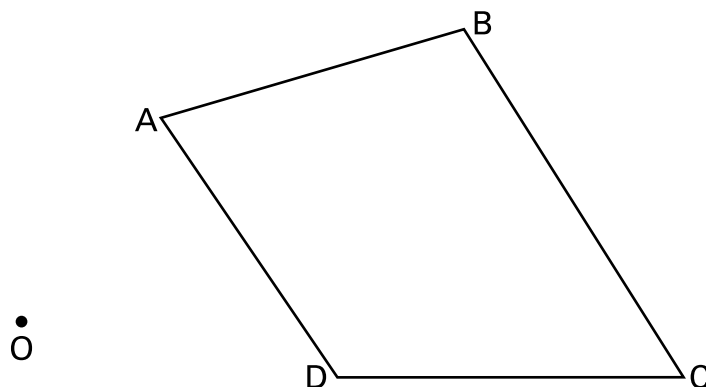
La mesure des angles correspondants est la même.

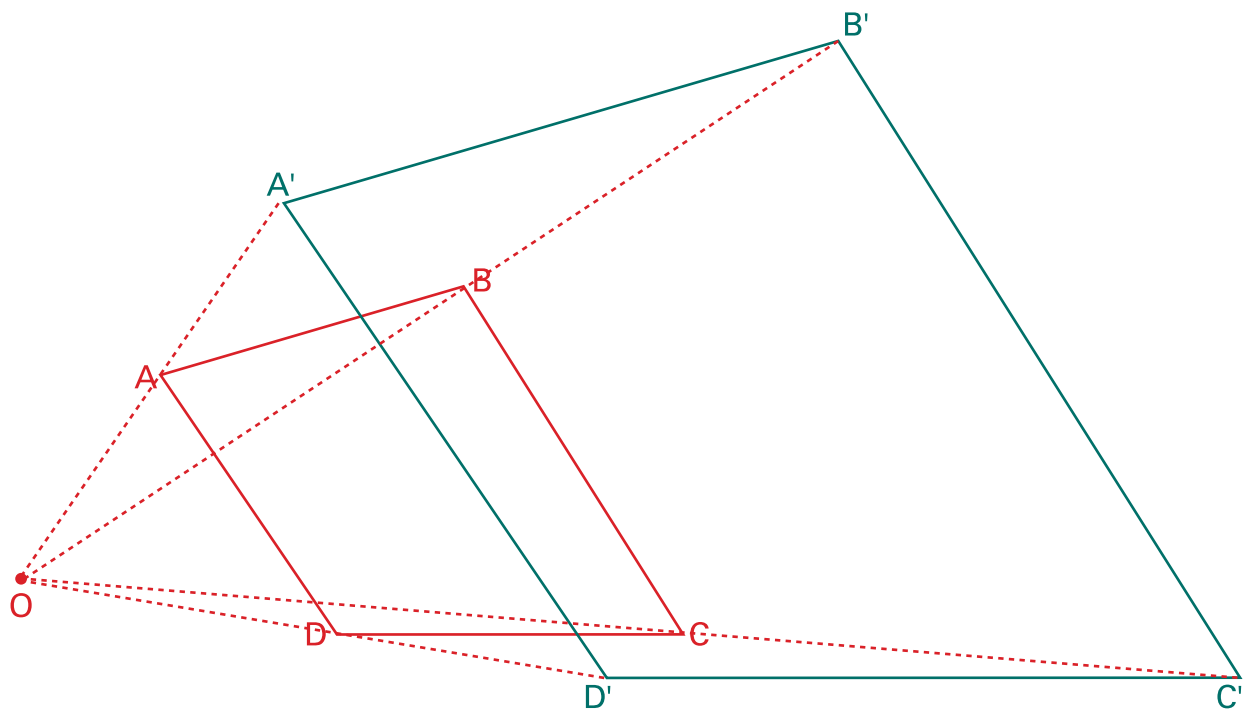
Chaque côté du triangle $A'B'C'$ est quatre fois plus long que le côté correspondant dans le triangle ABC .

Les côtés correspondants demeurent parallèles.

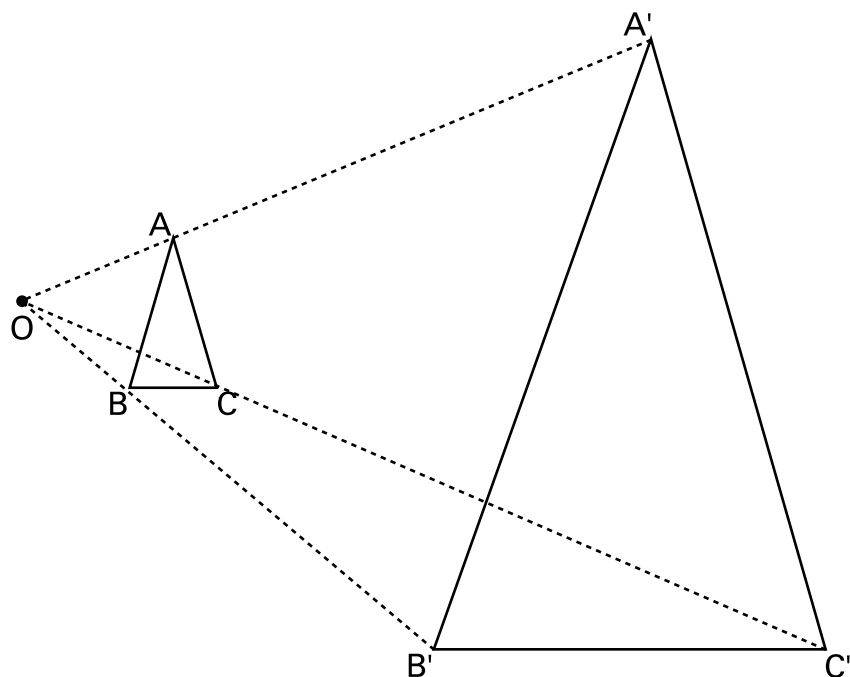


2. Trace un quadrilatère $ABCD$. Place le point O à l'extérieur du quadrilatère comme dans la figure ci-dessous. Fais subir une homothétie au quadrilatère $ABCD$ de telle sorte que le quadrilatère $A'B'C'D'$ soit 2 fois plus grand.





3. Voici un exemple d'homothétie d'un triangle ABC.



a) L'image obtenue par homothétie est combien de fois plus grande que la figure initiale? Justifie ta réponse.

L'image est 4 fois plus petite que la figure initiale. Les côtés de l'image sont 4 fois plus petits que les côtés correspondants de la figure initiale.

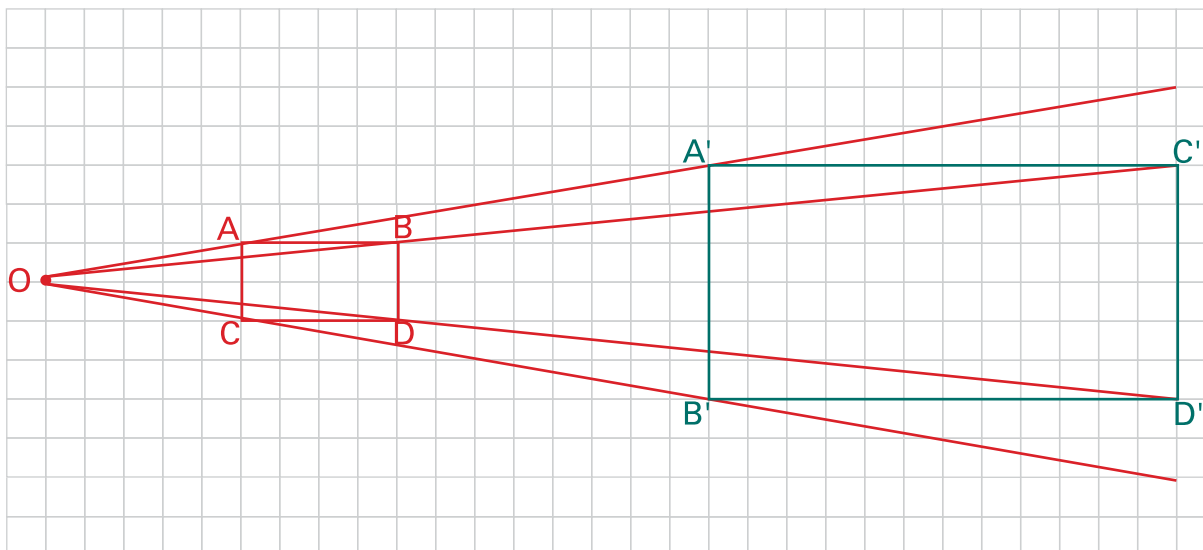
- b) Écris au moins 2 raisons qui prouvent que cette image a été obtenue à la suite d'une homothétie.

Le triangle a été transformé en un triangle semblable. La mesure des angles correspondants est la même. Chaque côté du triangle $A'B'C'$ est 4 fois plus petit que le côté correspondant dans le triangle ABC . Les côtés correspondants sont parallèles.

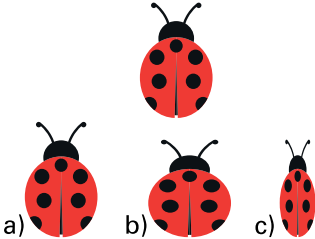
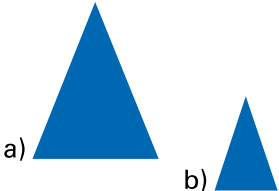
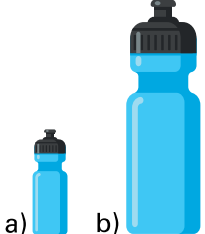
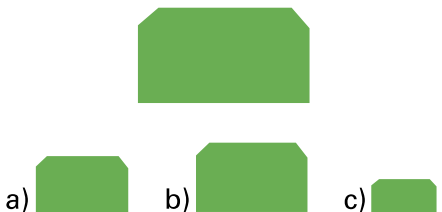
4. Trace une figure de ton choix. Agrandis ou rétrécis ta figure selon un rapport d'homothétie de ton choix. Que remarques-tu?

Voici un exemple de réponse possible :

Je trace un quadrilatère. Je choisis d'agrandir ma figure selon un rapport d'homothétie de 3. Je remarque que l'image est 3 fois plus grande que la figure initiale et que les côtés de l'image sont 3 fois plus longs que les côtés correspondants de la figure initiale. Aussi, le quadrilatère a été transformé en un quadrilatère semblable. La mesure des angles correspondants est la même.



5. Réponds aux questions dans le tableau ci-dessous :

<p>Compare les trois coccinelles à la coccinelle initiale. Laquelle est proportionnelle à la coccinelle initiale? Comment le sais-tu?</p> <p>L'image A est proportionnelle à la coccinelle initiale car tous les éléments qui la compose sont identiques. L'image B et C est déformée par rapport à la figure initiale.</p>	<p style="text-align: center;">Image initiale</p> 
<p>Si l'on compare la longueur de la base du triangle initial A au triangle B, quel est le rapport entre les deux?</p> <p>Le rapport est de $\frac{1}{2}$. La longueur de la base du triangle B est 2 fois plus petite que celle du triangle A.</p>	
<p>Si l'on compare la hauteur de la gourde A à l'image B, quel est le rapport entre les deux?</p> <p>Le rapport est de 2 ou 2 :1. La hauteur de la gourde B est 2 fois plus grande que celle du triangle A.</p>	
<p>Laquelle des 3 figures suivantes correspond à l'homothétie de la figure initiale?</p> <p>Les images A, B et C sont toutes proportionnelles à la figure initiale, car tous les éléments des images se ressemblent. Les images A, B et C ont été réduites selon un rapport d'homothétie. De plus, toutes les figures conservent les mêmes angles.</p>	<p style="text-align: center;">Figure initiale</p> 
<p>Nomme des utilisations de l'homothétie dans la vie courante.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Un rétroprojecteur et les projecteurs de scène (agrandissement) • La photographie et la cartographie (réduction) • Les plans d'une maison (réduction) • Le concept de perspective linéaire à un point de fuite du domaine des arts visuels

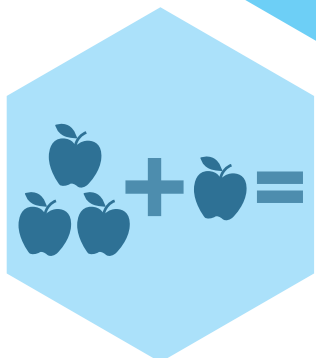
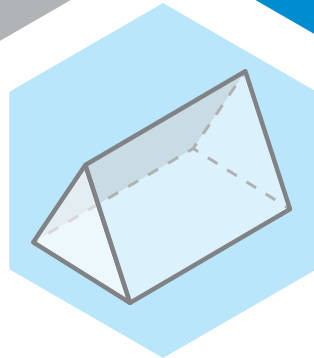
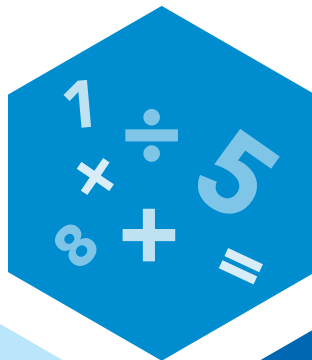
Version de l'élève

7^e
année

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques

MINILEÇON

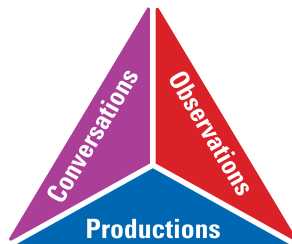


SENS DE L'ESPACE

Effectuer et décrire les résultats
d'homothéties

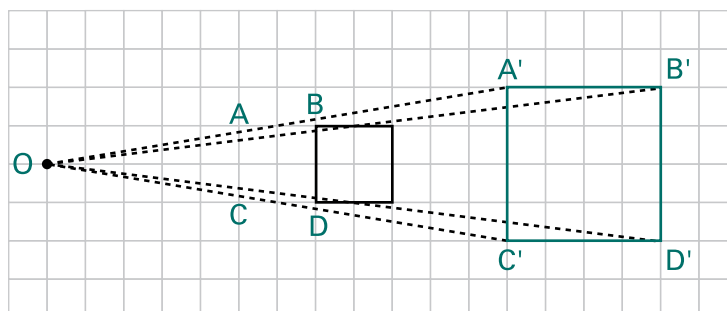
PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

À ton tour!

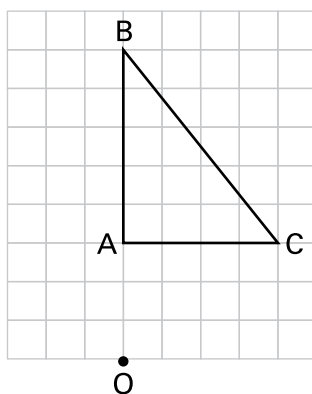


EXEMPLE 1

a) Observe bien ces 2 figures. Quelles sont tes observations?



b) Sur du papier quadrillé, trace un triangle rectangle et ajoute le point O tel que le démontre l'exemple.



Fais subir une homothétie à ta figure en suivant les étapes ci-dessous :

Mesure la longueur du segment OA à l'aide d'une règle.

À l'aide de matériel concret, tel qu'un bout de ficelle ou d'une règle, mesure 3 fois la longueur du segment OA .

Fixe le bout de la ficelle ou de ta règle sur le point O et forme le segment OA' qui passe par le point A en traçant le point A' .

Reprends la même démarche pour former les segments OB' et OC' .

Joins les points A' , B' et C' pour former le triangle $A'B'C'$.

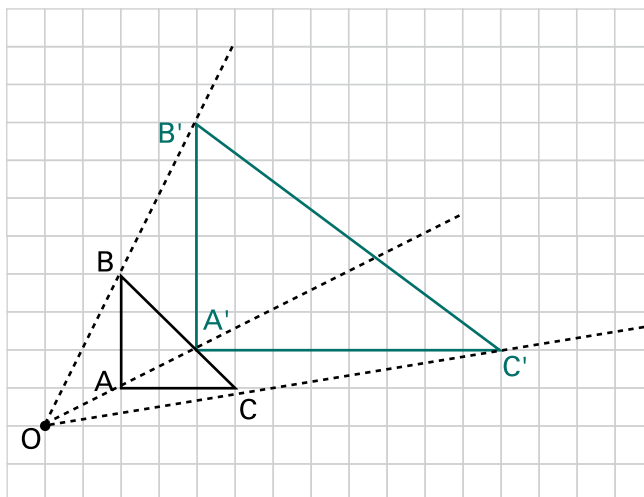
Que remarques-tu?



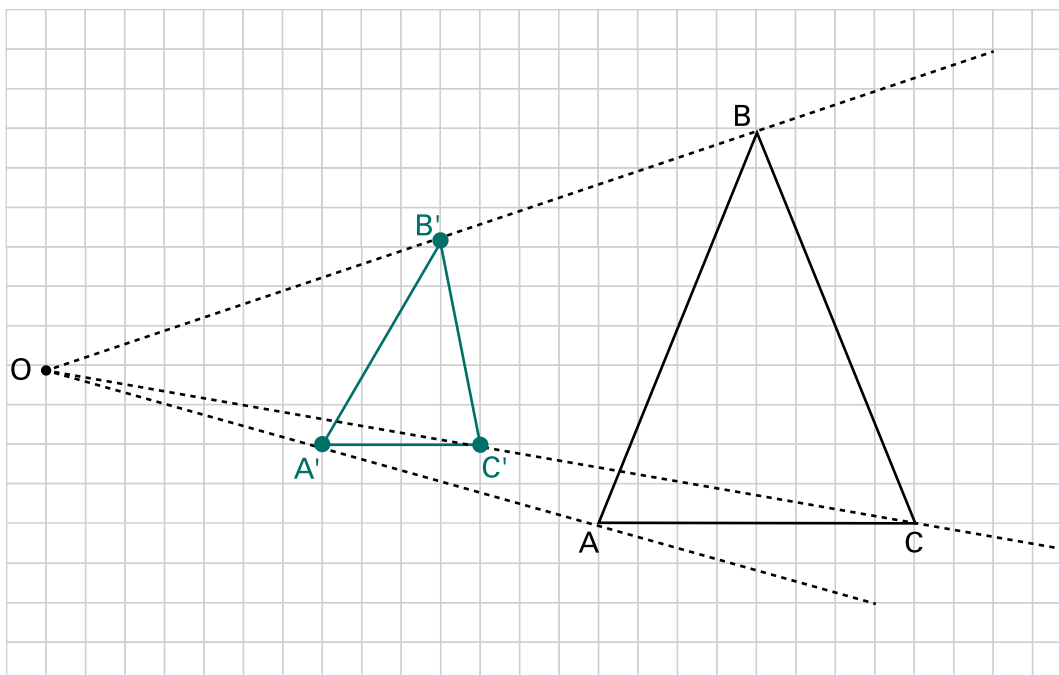
TA STRATÉGIE

EXEMPLE 2

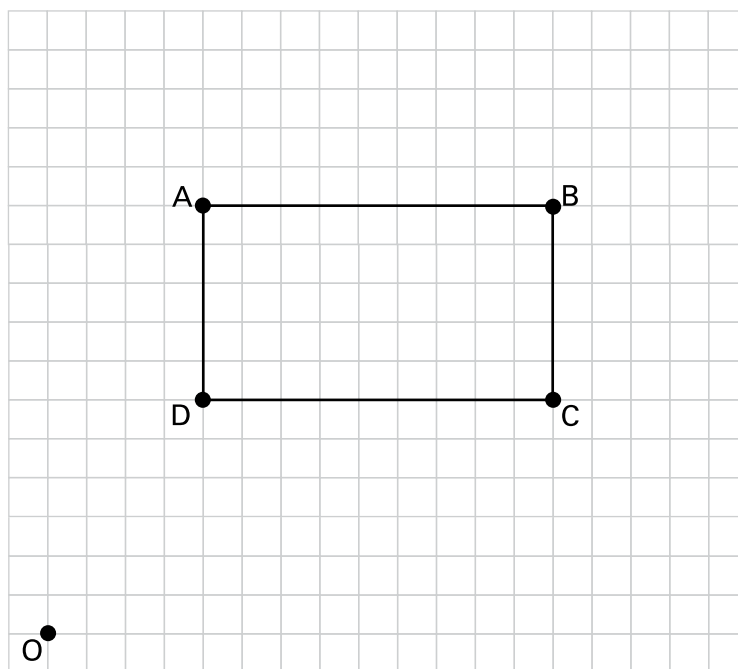
- a) Trouve le rapport d'homothétie que le triangle a subi en tenant compte du centre d'homothétie.



- b) Observe ces 2 figures. Que remarques-tu?



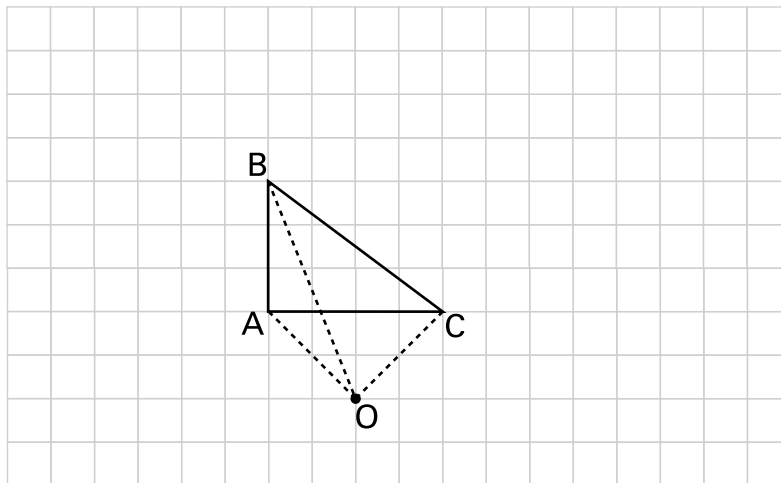
- c) Sur du papier quadrillé, trace un rectangle ou une autre figure de ton choix et ajoute le point O tel que le démontre l'exemple. Fais subir une homothétie à cette figure de telle sorte qu'elle soit 2 fois plus petite.



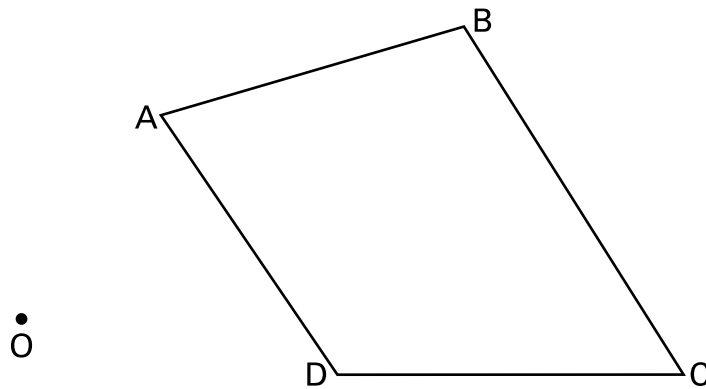
TA STRATÉGIE

PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

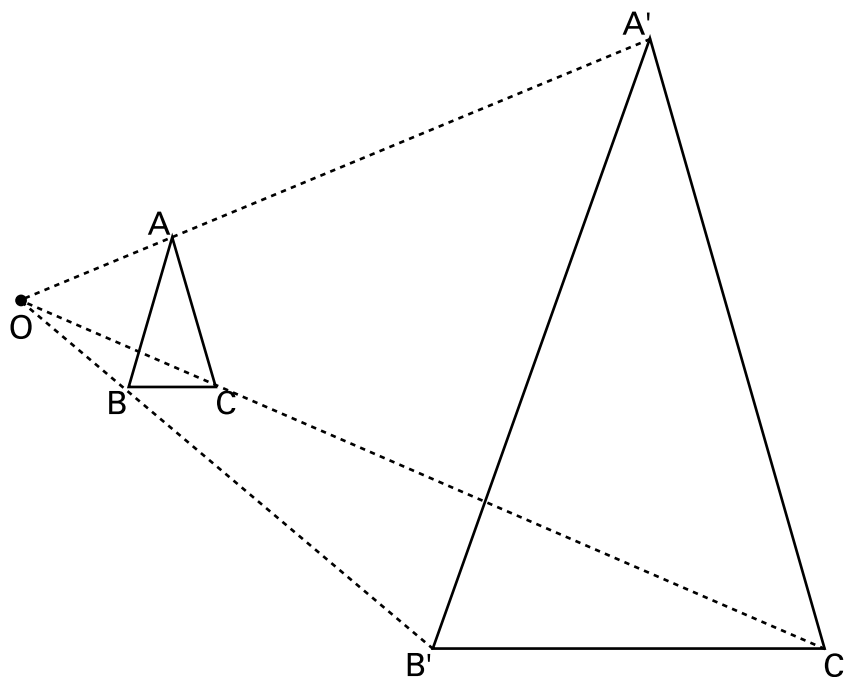
1. Trace, sur une grande feuille, un triangle rectangle dont les côtés mesurent respectivement 3 cm, 4 cm et 5 cm. Situe un point O à l'extérieur de ton triangle sur ta feuille. Trace des segments qui partent du point O et qui joignent chacun des sommets du triangle ABC comme dans l'exemple suivant. Mesure le segment OA et prolonge-le de telle sorte que le segment OA' soit 4 fois plus long que le segment OA . Répète la même démarche pour les segments OB et OC . Joins les points A' , B' et C' pour former le triangle $A'B'C'$. Compare les 2 triangles. Que remarques-tu?



2. Trace un quadrilatère ABCD. Place le point O à l'extérieur du quadrilatère comme dans la figure ci-dessous. Fais subir une homothétie au quadrilatère ABCD de telle sorte que le quadrilatère $A'B'C'D'$ soit 2 fois plus grand.



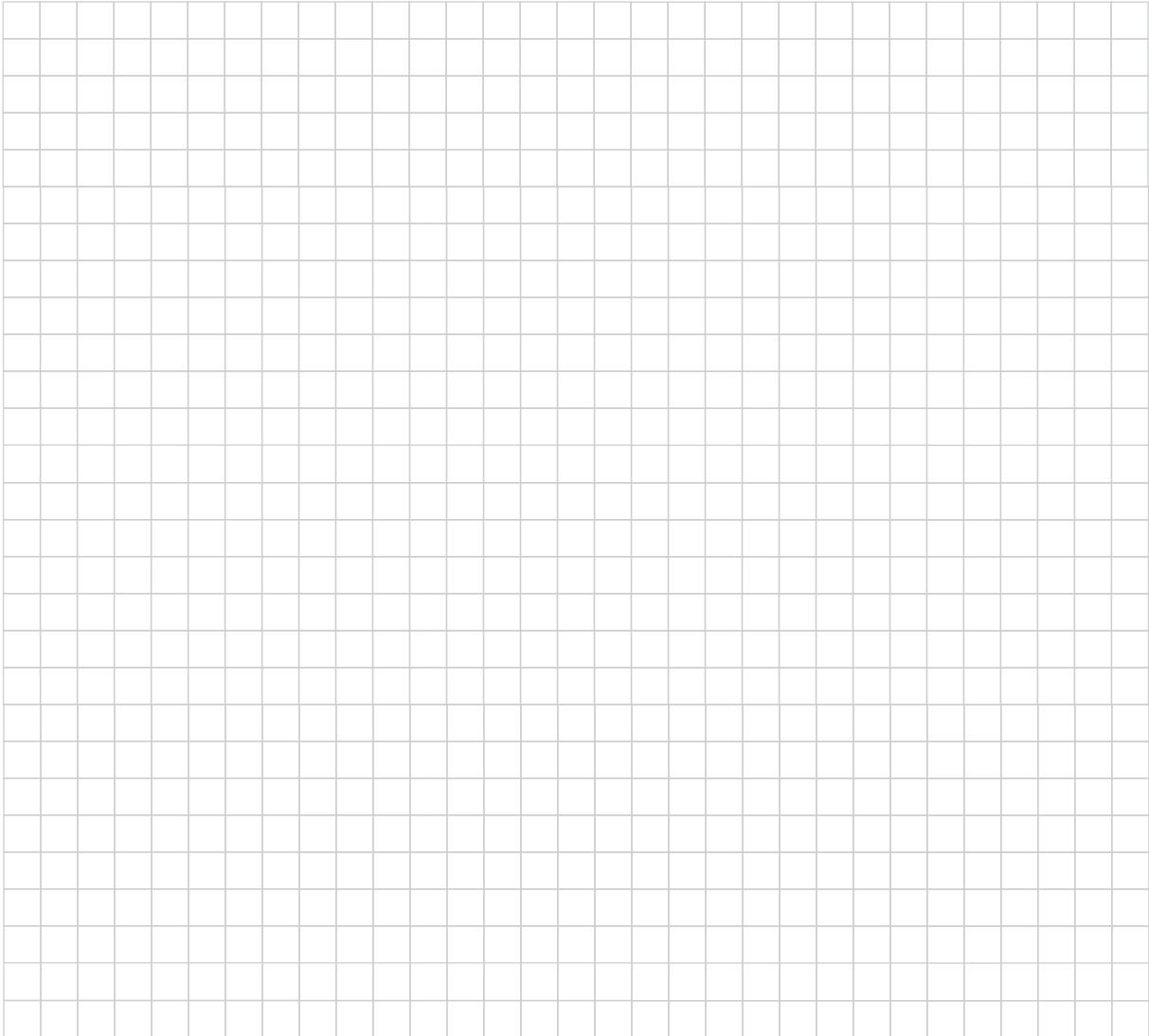
3. Voici un exemple d'homothétie d'un triangle ABC.




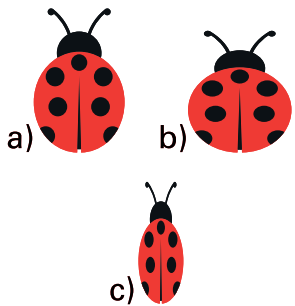
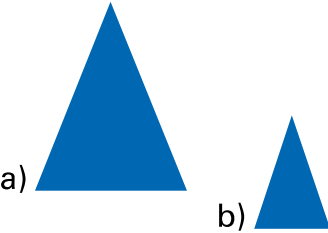
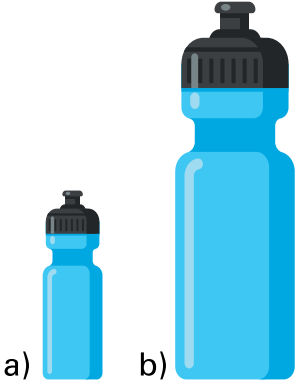


- L'image obtenue par homothétie est combien de fois plus grande que la figure initiale? Justifie ta réponse.
- Écris au moins 2 raisons qui prouvent que cette image a été obtenue à la suite d'une homothétie.

 TA STRATÉGIE

4. Trace une figure de ton choix. Agrandis ou rétrécis ta figure selon un rapport d'homothétie de ton choix. Que remarques-tu?



5. Réponds aux questions dans le tableau ci-dessous :

<p>Compare les trois coccinelles à la coccinelle initiale. Laquelle est proportionnelle à la coccinelle initiale? Comment le sais-tu?</p> <p style="text-align: center;">Image initiale</p> 	
<p>Si l'on compare la longueur de la base du triangle initial A au triangle B, quel est le rapport entre les deux?</p>	
<p>Si l'on compare la hauteur de la gourde A à l'image B, quel est le rapport entre les deux?</p>	
<p>Laquelle des 3 figures suivantes correspond à l'homothétie de la figure initiale?</p> <p style="text-align: center;">Figure initiale</p> 	
<p>Nomme des utilisations de l'homothétie dans la vie courante.</p>	