7e année

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

MINILEÇON

NOMBRES

Calculer des taux et des rapports

RÉSUMÉ

Dans cette minileçon, l'élève calcule des taux et des rapports dans divers contextes.

PISTES D'OBSERVATION

L'élève :

- montre sa compréhension des concepts de rapport et de taux;
- calcule des rapports et des taux dans divers contextes;
- compare des rapports et des taux.

MATÉRIEL

- calculatrice;
- papier quadrillé.

CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Le concept mathématique nommé ci-dessous sera abordé dans cette minileçon. Une explication de celui-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

Domaine d'étude	Concept mathématique
Nombres	Utilisation du raisonnement proportionnel

PARTIE 1 – EXPLORATION GUIDÉE

Déroulement

- Consulter, au besoin, la fiche **Utilisation du raisonnement proportionnel** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves les stratégies relatives aux rapports et aux taux ainsi que la terminologie liée à ces concepts en vue de les aider à réaliser l’activité.

- Présenter aux élèves l’**Exemple 1**, soit calculer des rapports de différents livres retrouvés dans une salle de classe.

- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l’élève découvre diverses stratégies pour calculer un terme manquant dans un rapport.

- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d’expliquer les stratégies utilisées pour résoudre un problème de rapports. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.

- À la suite des discussions, s’assurer que les élèves établissent des liens entre les différents termes d’un rapport ou d’un taux; lorsqu’un terme est multiplié ou divisé, les autres termes doivent subir la même opération afin d’être équivalents.

  Note : Au besoin, consulter le corrigé de la partie 1 pour obtenir des exemples de stratégies.

- Encourager les élèves à améliorer leur travail en y ajoutant les éléments manquants.

- Au besoin, présenter aux élèves l’**Exemple 2**, soit calculer les rapports entre ce qui est vendu et l’argent reçu lors d’une campagne de financement.

CORRIGÉ

EXEMPLE 1

Dans la recette A, il y a 8 fraises pour 12 bleuets. Dans la recette B, il y a 18 fraises pour 30 bleuets. Dans quelle recette goûtera-t-on plus les fraises?

STRATÉGIE

Utiliser des rapports équivalents

J’inscris les rapports (fraises : bleuets);

Recette A = 8 : 12 et

Recette B = 18 : 30

Afin de comparer, je mets le même nombre de bleuets dans les deux recettes. Je dois donc trouver le plus petit commun multiple de 12 et 30, soit 60 bleuets.

Je trouve les rapports équivalents afin d’avoir 60 bleuets dans chaque recette.

Recette A $= 12 \times 5 = 60$

Donc, je multiplie le rapport 8 : 12 par 5 pour obtenir un rapport équivalent de 40 : 60 pour la recette A.

x 5

8 : 12 = 40 : 60

x 5

Recette B $= 30 \times 2 = 60$

Donc, je multiplie le rapport 18 : 30 par 2 pour obtenir un rapport équivalent de 36 : 60 pour la recette B.

x 2

18 : 30 = 36 : 60

x 2

Recette A = 40 : 60 et

Recette B = 36 : 60

Donc, je peux comparer et déterminer que dans la recette A, il y a une proportion plus élevée de fraises que dans la recette B. La recette A va goûter plus les fraises.

EXEMPLE 2

Lors d’une campagne de financement, l’école vend des boîtes d’épices. Pour chaque boîte d’épices vendues, l’école reçoit 5,00 $ pour acheter du matériel scolaire.

Calcule :

a) Combien de boîtes d’épices doivent être vendues pour obtenir 700,00 $?

STRATÉGIE

Utiliser des rapports équivalents

J’écris les rapports (boîtes d’épices : argent) : 1:5 = *x* : 700.

$$\times 140 \qquad \times 140$$

$$1 : 5 = x : 700$$

Pour savoir comment on peut passer de 5 à 700, je peux faire une division.

$700 \div 5 = 140$

donc

$140 \times 5 = 700$

Pour passer de 5 à 700, on a multiplié le deuxième terme par 140 pour obtenir 700. Le premier terme doit aussi être multiplié par 140; ce qui équivaut à 140. Alors, 1:5 = 140 : 700.

L’école doit vendre 140 boîtes d’épices pour obtenir 700,00 $.

b) Combien d’argent obtient l’école si 200 boîtes sont vendues?

STRATÉGIE 1

J’écris les rapports (boîtes d’épices : argent) : 1:5 = 200 : *x*.

$$\times 200 \qquad \times 200$$

$$1 : 5 = 200 : x$$

Pour passer de 1 à 200, je remarque que le premier terme est multiplié par 200 puisque $1 \times 200 = 200$, je dois aussi multiplier le deuxième terme par 200 donc $5 \times 200 = 1000$.

Alors,1:5 = 200 : 1000.

Si l'école vend 200 boîtes, elle gagne 1 000 $.

STRATÉGIE 2
Utiliser un tableau de rapports

Les données sont représentées dans un tableau de rapports.

× 140 × 200

Boîtes d'épices	1	140	200
Argent ($)	5	700	1 000

× 140 × 200

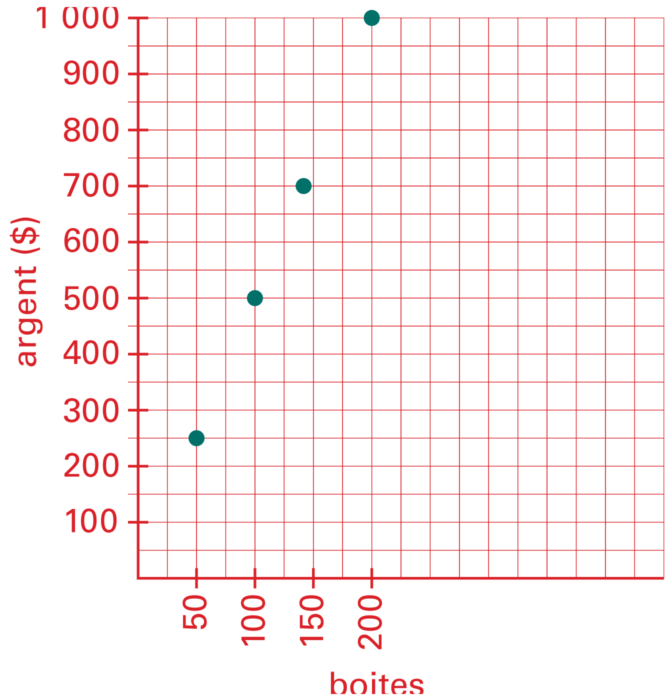
a) Pour obtenir 700,00 $, le 5 est multiplié par 140, donc, la même chose est faite pour le nombre de boîtes d'épices, soit 140.

b) Pour obtenir 200 boîtes d'épices, le 1 est multiplié par 200, donc, le montant d'argent doit aussi être multiplié par 200, soit 1 000,00 $.

STRATÉGIE 3
Utiliser une table de valeurs et une représentation graphique

Une table de valeurs et un diagramme qui représente la situation.

Boîtes d'épices	Argent ($)	Rapport
1	5	*x* 5
50	250	*x* 5
100	500	*x* 5
140	700	*x* 5
150	750	*x* 5
200	1000	*x* 5



a) Dans la table de valeurs et sur le diagramme, on remarque que pour avoir 700,00 $, l'école doit vendre 140 boîtes d'épices.

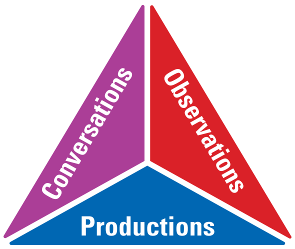
b) Dans la table de valeurs et sur le diagramme, si 200 boîtes d'épices sont vendues, l'école recevra 1 000,00 $.

PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

Déroulement

- Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!**. Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou autre.
- Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves et les interpréter pour déterminer leurs points forts et cibler les prochaines étapes en vue de les aider à s'améliorer.

  Note : Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.



CORRIGÉ

1. Exprime les situations ci-dessous sous forme de taux unitaire.

a) Une course de 2,5 km en 30 minutes.

b) Une facture de 450 $ pour l'utilisation d'un téléphone cellulaire pendant 12 mois.

STRATÉGIE

Diviser le numérateur par le dénominateur pour obtenir le taux unitaire

a) $\frac{2{,}5\text{ km}}{30\text{ min}} = 2{,}5 \div 30$

$\approx 0{,}083\text{ km / min}$

Je parcours environ 0,083 km en une minute.

b) $\frac{450\text{ \$}}{12\text{ mois}} = 450 \div 12$

$\approx 37{,}50\text{ \$ / mois}$

Pour l'utilisation de mon téléphone cellulaire, j'ai payé 37,50 $ par mois.

2. Les taux ci-dessous sont-ils équivalents? Laisse des traces de ton travail.

$$\frac{3\text{ g}}{24\text{ ml}} \text{ et } \frac{12\text{ g}}{96\text{ ml}}$$

STRATÉGIE 1

Diviser le numérateur par le dénominateur pour obtenir le taux unitaire

Je dois déterminer le taux unitaire de chaque situation afin de pouvoir les comparer. Pour obtenir le taux unitaire, je divise le numérateur par le dénominateur :

$$\frac{3\text{ g}}{24\text{ ml}} = 3 \div 24 = 0{,}125$$

$$\frac{12\text{ g}}{96\text{ ml}} = 12 \div 96 = 0{,}125$$

Je remarque que les taux sont équivalents, puisque les taux unitaires sont égaux.

STRATÉGIE 2

Obtenir 1 comme dénominateur pour déterminer le taux unitaire

Je peux aussi déterminer le taux unitaire de chaque situation en utilisant 1 comme dénominateur. Je sais que pour obtenir 1 comme dénominateur, je dois utiliser la division. Je divise le dénominateur et le numérateur de la première situation par 24 et je divise le dénominateur et le numérateur de la deuxième situation par 96. J’obtiens 0,125g/ml.

$$\frac{3\text{ g}}{24\text{ ml}} = \frac{?\text{ g}}{1\text{ ml}} \longrightarrow \frac{3\text{ g}}{24\text{ ml}} \overset{\div 24}{\underset{\div 24}{=}} \frac{0{,}125\text{ g}}{1\text{ ml}}$$

$$\frac{12\text{ g}}{96\text{ ml}} = \frac{?\text{ g}}{1\text{ ml}} \longrightarrow \frac{12\text{ g}}{96\text{ ml}} \overset{\div 96}{\underset{\div 96}{=}} \frac{0{,}125\text{ g}}{1\text{ ml}}$$

Je remarque que les taux sont équivalents, puisque les taux unitaires sont égaux.

STRATÉGIE 3

Déterminer les taux équivalents

Pour trouver la relation entre les termes, je peux diviser le numérateur du deuxième terme par le numérateur du premier terme, soit 12 ÷ 3. J’obtiens 4. Je divise ensuite le deuxième dénominateur par le premier dénominateur, soit 96 ÷ 24. J’obtiens aussi 4.

÷

3 : 24 = 12 : 96

÷

Je sais aussi que je peux faire un calcul mental et obtenir 12 si je multiplie 3 par 4 et obtenir 96 si je multiplie 24 par 4.

x4

3 : 24 = 12 : 96

x4

Je peux diviser 96 par 24 et 12 par 3 et obtenir 4 aussi.

÷

3 : 24 = 12 : 96

÷

Donc, les taux sont équivalents, car la relation entre les termes est la même.

Les taux sont équivalents, car la relation entre les termes est la même, soit multiplié par 4.

3. Un Boeing 747 vole à une vitesse de 920 km/h. La distance entre le Canada et le Japon est d'environ 8 000 kilomètres. En combien de temps le Boeing parcourra-t-il cette distance?

Je sais que le taux unitaire correspond à 920 km/h et je sais que la distance parcourue par le Boeing 747 est de 8 000 kilomètres. Pour déterminer la durée du vol, je dois multiplier le numérateur et le dénominateur du taux unitaire par le même terme. Pour identifier ce terme, j'utilise alors l'opération inverse, soit la division : 8 000 km ÷ 920 km = 8,7.

$$\frac{920\text{ km}}{\text{h}} \underset{\text{x?}}{\overset{\text{x?}}{=}} \frac{8\,000\text{ km}}{?\text{h}}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{920}{1} \underset{\text{x}\,8{,}7}{\overset{\text{x}\,8{,}7}{=}} \frac{8\,000}{8{,}7}$$

Un Boeing 747 prend environ 8,7 heures pour parcourir la distance entre le Canada et le Japon.

4. Dans la forêt A, il y a 3 pins pour 4 sapins.

a) Si on compte 735 arbres en tout, combien y a-t-il d'arbres de chaque sorte?

Je sais que dans chaque groupe de sept arbres, il y a trois pins pour quatre sapins. Je dois donc déterminer la quantité de groupes d'arbres qu'il y a dans l'ensemble des 735 arbres, soit 735 ÷ 7 = 105.

Je peux ainsi démontrer les données dans le tableau suivant :

Pins	3 × 105	315
Sapins	4 × 105	420
Total	7 × 105	735

S'il y a 735 arbres dans la forêt A, il y a 315 pins et 420 sapins.

b) Y a-t-il plus de pins dans la forêt B où le rapport pins : sapins est de 5 : 6?

Je détermine d'abord les rapports (pins : sapins);

Forêt A = 3 : 4

Forêt B = 5 : 6

Afin d'établir une comparaison, je mets le même nombre de sapins dans les 2 forêts. J'identifie alors le plus petit commun multiple de 4 et 6, soit 12 sapins.

Je détermine les rapports équivalents afin d'obtenir 12 sapins dans chaque forêt.

Forêt A = 4 × 3 = 12

Donc, je multiplie le rapport 3 : 4 par 3 pour obtenir un rapport équivalent de 9 : 12 pour la forêt A.

$$\overset{\times 3}{3 : 4 = 9 : 12}$$

$$\underset{\times 3}{}$$

Forêt B = 6 × 2 = 12

Donc, je multiplie le rapport 5 : 6 par 2 pour obtenir un rapport équivalent de 10 : 12 pour la forêt B.

$$\overset{\times 2}{5 : 6 = 10 : 12}$$

$$\underset{\times 2}{}$$

Forêt A = 9 : 12 et

Forêt B = 10 : 12

Donc, je peux comparer et déterminer que dans la forêt B, il y a une proportion plus élevée de pins que dans la forêt A.

Il y a plus de pins dans la forêt B.

5. Détermine si chaque situation ci-dessous est proportionnelle. Justifie ta réponse.

a) L'âge d'une personne par rapport à sa taille.

La situation est non proportionnelle. Si cette situation était proportionnelle, cela voudrait dire qu'une personne continuerait de grandir même à l'âge adulte.

b)

Nombre d'articles	2	5	10
Prix ($)	5	12,5	25

Pour déterminer si les situations sont proportionnelles, j'identifie le coefficient de proportionnalité. Je sais qu'en multipliant le numérateur et le dénominateur par le même terme, j'obtiendrai une situation proportionnelle.

$$\overset{\times ?}{\frac{2}{5} = \frac{5}{12,5}}$$
x?

Pour déterminer ce terme, j'utilise l'opération inverse, soit la division : 5 ÷ 2 = 2,5. Je sais alors que je dois multiplier les taux par 2,5.

Je remarque ainsi que la situation est proportionnelle :

× 2,5 × 5

Nombre d'articles	2	5	10
Prix ($)	5	12,5	25

× 2,5

× 2,5 × 5

c)

Heure(s)	0	1	2	3
Distance (km)	0	100	200	300

La situation est proportionnelle, car il suffit de multiplier le nombre d'heures par 100 pour obtenir la distance.

Heure(s)	0	1	2	3
Distance (km)	0	100	200	300

× 100

7e année

Version de l'élève

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

MINILEÇON

NOMBRES

Calculer des taux et des rapports

PARTIE 1 – EXPLORATION GUIDÉE

EXEMPLE 1

Dans la recette A, il y a 8 fraises pour 12 bleuets. Dans la recette B, il y a 18 fraises pour 30 bleuets. Dans quelle recette goûtera-t-on plus les fraises?

TA STRATÉGIE

EXEMPLE 2

Lors d’une campagne de financement, l’école vend des boîtes d’épices. Pour chaque boîte d’épices vendues, l’école reçoit 5,00 $ pour acheter du matériel scolaire.

Calcule :

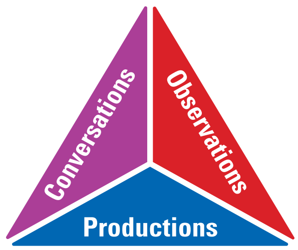
a) Combien de boîtes d’épices doivent être vendues pour obtenir 700,00 $?

b) Combien d’argent obtient l’école si 200 boîtes sont vendues?

TA STRATÉGIE

PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

À ton tour!



1. Exprime les situations ci-dessous sous forme de taux unitaire.

a) Une course de 2,5 km en 30 minutes.

b) Une facture de 450 $ pour l’utilisation d’un téléphone cellulaire pendant 12 mois.

TA STRATÉGIE

2. Les taux ci-dessous sont-ils équivalents? Laisse des traces de ton travail.

$\frac{3\text{ g}}{24\text{ ml}}$ et $\frac{12\text{ g}}{96\text{ ml}}$

TA STRATÉGIE

3. Un Boeing 747 vole à une vitesse de 920 km / h. La distance entre le Canada et le Japon est d'environ 8 000 kilomètres. En combien de temps le Boeing parcourra-t-il cette distance?

TA STRATÉGIE

4. Dans la forêt A, il y a 3 pins pour 4 sapins.

   a) Si on compte 735 arbres en tout, combien y a-t-il d'arbres de chaque sorte?

   b) Y a-t-il plus de pins dans la forêt B où le rapport pins : sapins est de 5 : 6?

TA STRATÉGIE

5. Détermine si chaque situation ci-dessous est proportionnelle. Justifie ta réponse.

a) L'âge d'une personne par rapport à sa taille.

b)

Nombre d'articles	2	5	10
Prix ($)	5	12,5	25

c)

Heure(s)	0	1	2	3
Distance (km)	0	100	200	300

TA STRATÉGIE