

# En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

**MINILEÇON** 



#### DONNÉES

Comparer les probabilités théoriques et expérimentales de deux événements indépendants et de deux événements dépendants



#### **RÉSUMÉ**

Dans cette minileçon, l'élève résout des problèmes variés comportant des probabilités théoriques et expérimentales reliés à deux événements indépendants ou dépendants.

#### PISTES D'OBSERVATION

#### L'élève :

- calcule et compare les probabilités théoriques et expérimentales que deux événements indépendants se produisent et que deux événements dépendants se produisent;
- effectue des expériences de probabilité portant sur des événements indépendants et dépendants;
- reconnaît que plus il y a d'essais effectués dans une expérience, plus la probabilité expérimentale sera proche de la probabilité théorique.

#### MATÉRIEL

- calculatrices;
- feuilles blanches;
- jeu de cartes;
- jetons/billes de couleurs.

#### **CONCEPTS MATHÉMATIQUES**

Le concept mathématique nommé ci-dessous sera abordé dans cette minileçon. Une explication de celui-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

Domaine d'étude	Concept mathématique
Données	Représentation et comparaison des probabilités



#### Déroulement

- Consulter, au besoin, la fiche Représentation et comparaison des probabilités de la section Concepts mathématiques afin de revoir avec les élèves la terminologie liée à ces concepts ainsi que les stratégies nécessaires en vue de les aider à réaliser l'activité.
- Présenter aux élèves l'Exemple 1, soit déterminer les probabilités théoriques et expérimentales de piger 2 jetons bleus consécutifs dans des événements indépendants et dépendants.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour calculer et comparer les probabilités théoriques et expérimentales que 2 événements indépendants se produisent et que 2 événements dépendants se produisent.
- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour calculer et comparer les probabilités théoriques et expérimentales que 2 événements indépendants se produisent et que 2 événements dépendants se produisent. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- À la suite des discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre les probabilités théoriques et expérimentales que 2 événements indépendants se produisent ainsi que des liens entre les probabilités théoriques et expérimentales que 2 événements dépendants se produisent.
  - **Note** : Au besoin, consulter le corrigé de la partie 1 pour obtenir des exemples de stratégies.
- Encourager les élèves à améliorer leur travail en y ajoutant les éléments manquants.
- Au besoin, présenter aux élèves l'Exemple 2, soit déterminer les probabilités théoriques et expérimentales de piger 2 petits œufs en chocolat rouges, mauves ou turquoises consécutifs dans des événements indépendants et dépendants.

		_
-		
	DDI	
	nnı	
$\overline{}$		

#### **EXEMPLE 1**

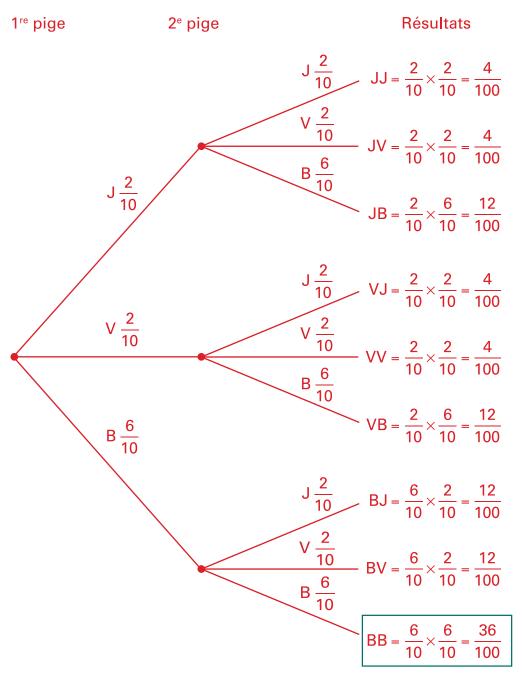
En pigeant dans un sac contenant 2 jetons jaunes, 2 jetons verts et 6 jetons bleus :

a) Détermine les probabilités théoriques et expérimentales (10 essais et 20 essais) de piger 2 jetons bleus consécutifs si le premier jeton est remis dans le sac (événements indépendants).

## STRATÉGIE

#### Événements indépendants - Probabilité théorique

Il y a 10 possibilités totales lorsque le premier jeton est tiré du sac. Il y aura 6 chances sur 10 d'obtenir un jeton bleu. Puisqu'il est question d'événements indépendants, le jeton sera remis dans le sac avant la seconde pige. Cela implique qu'il y aura également les mêmes chances d'en piger un bleu cette seconde fois.



résultat recherché (BB)

1<sup>re</sup> pige x 2<sup>e</sup> pige = probabilité d'obtenir 2 jetons bleus

$$\frac{6}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{36}{100}$$
 (Simplification des fractions)

$$\frac{3}{5} \times \frac{3}{5}$$
 = (Multiplication des numérateurs et dénominateurs)

$$\frac{9}{25}$$
 = (Fraction simplifiée)

Il y a donc 36% de chances de piger 2 jetons bleus consécutifs du sac.

#### Événements indépendants – Probabilité expérimentale

Dans le tableau, il faut inscrire la couleur du jeton obtenue chaque fois qu'une première pige est effectuée. Si à la première pige, un jeton bleu est obtenu, il faut procéder à une seconde pige. Si un jeton d'une autre couleur est obtenu, il n'est pas nécessaire de piger à nouveau car c'est déjà perdu.

#### Tableaux de fréquence relative

Piger 2 jetons bleus consécutifs en remettant le premier jeton pigé (10 essais) Résultats de l'expérience : J, BJ, V, BB, BV, V, BB, J, BJ, BB

Combinaison de jetons	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
J	II	2	<u>2</u> 10	$\frac{2}{10} = 2 \div 10$ = 0,2 = 20%
BJ	II	2	<u>2</u> 10	$\frac{2}{10} = 2 \div 10$ = 0,2 = 20%
V	II	2	<u>2</u> 10	$\frac{2}{10} = 2 \div 10$ = 0,2 = 20%

Combinaison de jetons	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
ВВ	III	3	<u>3</u> 10	$\frac{3}{10} = 3 \div 10$ = 0,3 = 30%
BV	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Total	10	10	10 10	100%

Piger 2 jetons bleus consécutifs en remettant le premier jeton pigé (20 essais)
Résultats de l'expérience :
BB, J, V, BB, BJ, V, BV, J, BB, BB, J, BV, BJ, V, BB, V, BJ, BB, BB, J

Combinaison de jetons	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
ВВ	<del>1111</del> II	7	7 20	$\frac{7}{20} = 7 \div 20$ = 0,35 = 35%
J	IIII	4	<u>4</u> 20	$\frac{4}{20} = 4 \div 20$ = 0,2 = 20%
BV	II	2	<u>2</u> 20	$\frac{2}{20} = 2 \div 20$ = 0,1 = 10%
V	IIII	4	<u>4</u> 20	$\frac{4}{20} = 4 \div 20$ = 0,2 = 20%

Combinaison de jetons	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
ВЈ	Ш	3	<u>3</u> 20	$\frac{3}{20} = 3 \div 20$ = 0,15 = 15%
Total	20	20	20 20	100%

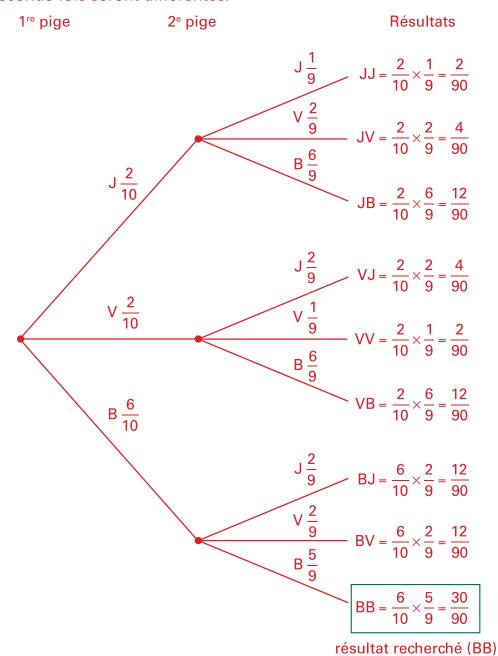
Les probabilités expérimentales sont proches des probabilités théoriques. On remarque que les probabilités expérimentales se rapprochent davantage des probabilités théoriques quand plus d'essais sont effectués. b) Détermine les probabilités théoriques et expérimentales (10 essais et 20 essais) de piger 2 jetons bleus consécutifs si le premier jeton n'est pas remis dans le sac (événements dépendants).

## STRATÉGIE

#### Événements dépendants - Probabilité théorique

Il y a 10 possibilités totales lorsque le premier jeton est pigé du sac.

Lors de la première pige, il y aura encore 6 chances sur 10 d'obtenir un jeton bleu. Cependant, puisqu'on parle d'événements dépendants, le jeton ne sera pas remis dans le sac avant la seconde pige. Cela implique que les chances de piger un jeton bleu la seconde fois seront différentes.



1<sup>re</sup> pige x 2<sup>e</sup> pige = probabilité d'obtenir 2 jetons bleus

$$\frac{6}{10} \times \frac{5}{9} = \frac{30}{90}$$
 (Simplification des fractions)

$$\frac{3}{5} \times \frac{5}{9} = \frac{15}{45}$$
 (Multiplication des numérateurs et dénominateurs)

$$\frac{1}{3}$$
 = (Fraction simplifiée)

Il y a 33% de chances de piger 2 jetons bleus consécutifs du sac. J'ai moins de chances que dans l'événement indépendant similaire.

#### Événements dépendants - Probabilité expérimentale

Dans le tableau, il faut inscrire la couleur du jeton obtenue lors de la pige. Si lors de la première pige, on obtient un jeton bleu, celui-ci est gardé et on procède à une seconde pige. Si lors de la première pige on obtient un jeton d'une autre couleur, il n'est pas nécessaire de piger à nouveau car ce sera déjà perdu. L'expérience sera très semblable à la précédente, mais le premier jeton ne sera pas remis avant que la seconde pige soit faite.

Piger 2 jetons bleus consécutifs en gardant le premier jeton pigé (10 essais) Résultats de l'expérience : V, BV, V, BB, BB, BV, BJ, J, BB

Combinaison de jetons				Fréquence (pourcentage)
V	П	2	<u>2</u> 10	$\frac{2}{10} = 2 \div 10$ = 0,2 = 20%
BV	II	2	<u>2</u> 10	$\frac{2}{10} = 2 \div 10$ = 0,2 = 20%
ВВ	III	3	<u>3</u> 10	$\frac{3}{10} = 3 \div 10$ = 0,3 = 30%

Combinaison de jetons	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
ВЈ	II	2	<u>2</u> 10	$\frac{2}{10} = 2 \div 10$ = 0,2 = 20%
J	1	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Total	10	20	10 10	100%

Piger 2 jetons bleus consécutifs en remettant le premier jeton pigé (20 essais) Résultats de l'expérience :

BB, J, V, BB, BJ, V, BV, J, BB, BB, J, BV, BJ, V, BB, V, BJ, BB, BB, J

Combinaison de jetons	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
ВЈ	III	3	<u>3</u> 20	$\frac{3}{20} = 3 \div 20$ = 0,15 = 15%
J	IIII	4	<u>4</u> 20	$\frac{4}{20} = 4 \div 20$ = 0,2 = 20%
BV	II	2	<u>2</u> 20	$\frac{2}{20} = 2 \div 20$ = 0,1 = 10%

Combinaison de jetons	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
V	IIII	4	<u>4</u> 20	$\frac{4}{20} = 4 \div 20$ = 0,2 = 20%
ВВ	1114	7	<u>7</u> 20	$\frac{7}{20} = 7 \div 20$ = 0,35 = 35%
Total	20	20	20 20	100%

Les probabilités expérimentales sont assez proches des probabilités théoriques.

On remarque que les probabilités expérimentales se rapprochent davantage des probabilités théoriques quand plus d'essais sont effectués.

On remarque également que les probabilités expérimentales et les probabilités théoriques des événements dépendants sont semblables ou inférieures à celles des événements indépendants.

#### **EXEMPLE 2**

Une boîte miniature contient 21 petits œufs en chocolat : 3 bleus, 3 bruns, 3 rouges, 2 verts, 1 jaune, 4 mauves, 2 orange et 3 turquoises.

a) Détermine les probabilités théoriques et expérimentales (10 essais et 20 essais) de piger 2 œufs rouges, mauves ou turquoises consécutifs lorsqu'on remet le premier petit œuf dans le sac (événements indépendants).



#### Événements indépendants - Probabilité théorique

Détermine les probabilités théoriques et expérimentales (10 essais et 20 essais) que l'élève pige 2 oeufs rouges, mauves ou turquoises consécutifs sans remettre le premier petit œuf dans le sac (événement dépendant).

Il y a 21 possibilités totales lorsque l'élève prend son premier œuf en chocolat de la boîte.

	В	В	В	BR	BR	BR	R	R	R	V	V	J	M	M	M	M	0	0	Т	Т	Т
В																					
В																					
В																					
BR																					
BR																					
BR																					
R																					
R																					
R																					
V																					
V																					
J																					
M																					
M																					
M																					
M																					
0																					
0																					
Т																					
Т																					
T																					

Il aura 10 chances sur 21 d'obtenir 1 œuf rouge, mauve ou turquoise. Puisqu'on parle d'événements indépendants, on remettra l'œuf en chocolat avec les autres avant d'en piger un second. Cela implique qu'on aura les mêmes chances d'en piger un rouge, mauve ou turquoise cette seconde fois.

1<sup>re</sup> pige x 2<sup>e</sup> pige = probabilité d'obtenir 2 petits oeufs rouges, mauves ou turquoise

$$\frac{10}{21} \times \frac{10}{21}$$
 = (Multiplication des numérateurs et dénominateurs)

$$\frac{100}{441}$$
 = (Fraction simplifiée)

0,2268 = (Forme décimale)

22,68% (Pourcentage)

Il y a donc 22,68% de chances de piger 2 petits œufs en chocolat rouges, mauves ou turquoises consécutifs.

#### Événements indépendants – Probabilité expérimentale

Dans le tableau, il faut inscrire la couleur du petit œuf en chocolat chaque fois qu'on pige dans la boîte. Si à la première pige, on obtient 1 petit œuf rouge, mauve ou turquoise, on en prend un autre. Si à la première pige on obtient un petit œuf d'une autre couleur, on n'a pas besoin d'en prendre un autre car on a déjà perdu.

#### Piger 2 oeufs rouges, mauves ou turquoises consécutifs en remettant le premier pigé (10 essais) Résultats de l'expérience :

vert, brun, jaune, mauve/turquoise, bleu, mauve/mauve, turquoise/bleu, brun, rouge/brun, turquoise/rouge

Combinaison de petits œufs en chocolat	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Vert	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Brun	II	2	<u>2</u> 10	$\frac{2}{10} = 2 \div 10$ = 0,2 = 20%
Jaune	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%

Combinaison de petits œufs en chocolat	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)	
Mauve/ turquoise	1	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%	
Bleu	1	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%	
Mauve/mauve	_	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%	
Turquoise/bleu	I	I 1 $\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%	
Rouge/brun	I	I 1 $\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%	
Turquoise/ rouge	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%	
Total	10	10	10 10	100%	

10% + 10% + 10% = 30%

#### Piger 2 oeufs rouges, mauves ou turquoises consécutifs en remettant le premier pigé (20 essais) Résultats de l'expérience :

brun, turquoise/mauve, orange, mauve/brun, jaune, turquoise/bleu, bleu, mauve/jaune, rouge/rouge, mauve/vert, orange, bleu, brun, mauve/rouge, Rouge/orange, bleu, vert, turquoise/bleu, brun, mauve/turquoise

Combinaison de petits œufs en chocolat	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Brun	III	3	3 20	$\frac{3}{20} = 3 \div 20$ = 0,15 = 15%
Turquoise/ mauve	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%
Orange	II	2	<u>2</u> 20	$\frac{2}{20} = 2 \div 20$ = 0,1 = 10%
Vert	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%
Mauve/brun	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%
Jaune	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%

Combinaison de petits œufs en chocolat	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Turquoise/bleu	II	2	<u>2</u> 20	$\frac{2}{20} = 2 \div 20$ = 0,1 = 10%
Bleu	III	3	<u>3</u> 20	$\frac{3}{20} = 3 \div 20$ = 0,15 = 15%
Mauve/jaune	1	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%
Rouge/rouge	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%
Mauve/vert	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%
Mauve/rouge	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%
Rouge/orange	I	1	1 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%

Combinaison de petits œufs en chocolat	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Mauve/ turquoise	_	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%
Total	20	20	20 20	100%

5% + 5% + 10% = 20%

Les probabilités expérimentales sont assez proches des probabilités théoriques.

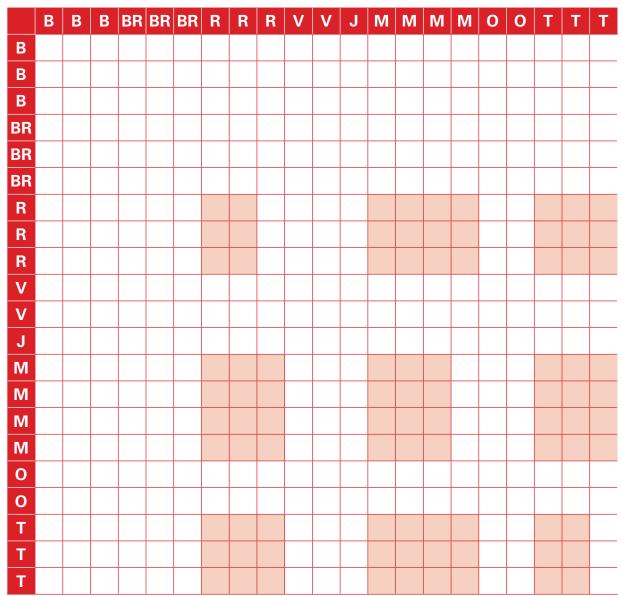
On remarque que les probabilités expérimentales se rapprochent davantage des probabilités théoriques quand il y a plus d'essais.

**b)** Détermine les probabilités théoriques et expérimentales (10 essais et 20 essais) de piger 2 œufs rouges, mauves ou turquoises consécutifs sans remettre le premier petit oeuf dans le sac (événement dépendant).

### STRATÉGIE

#### Événements dépendants - Probabilité théorique

Il y a 21 possibilités totales lorsque l'élève prend son premier petit œuf en chocolat de la boîte.



Il y a 10 chances sur 21 d'obtenir un petit œuf rouge, mauve ou turquoise. Cependant, puisqu'on parle d'événements dépendants, l'élève ne remettra pas le petit œuf en chocolat dans la boîte avant d'en piger un second. Cela implique des changements dans les chances d'en piger un second de ces trois couleurs.

1<sup>re</sup> pige x 2<sup>e</sup> pige = probabilité d'obtenir 2 petits oeufs rouges, mauves ou turquoise

$$\frac{10}{21} \times \frac{9}{20}$$
 = (Multiplication des numérateurs et dénominateurs)

$$\frac{90}{420}$$
 = (Fraction simplifiée)

0,2143 = (Forme décimale)

21,43% (Pourcentage)

Il y a donc 21,43% de chance de prendre deux petits œufs en chocolat rouges, mauves ou turquoises consécutifs.

#### Événements dépendants - Probabilité expérimentale

Dans le tableau, il faut inscrire la couleur du petit œuf en chocolat chaque fois qu'on pige dans la boîte. Si à la première pige, on obtient un petit œuf rouge, mauve ou turquoise, on en prend un autre. Si à la première pige on obtient un petit œuf d'une autre couleur, on n'a pas besoin d'en prendre un autre car on a déjà perdu.

#### Piger 2 oeufs rouges, mauves ou turquoises consécutifs en remettant le premier pigé (10 essais) Résultats de l'expérience :

brun, mauve/vert, jaune, mauve/vert, mauve/mauve, mauve/jaune, turquoise/vert, orange, rouge/bleu, turquoise/brun

Combinaison de petits œufs en chocolat	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Brun	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Mauve/vert	II	2	<u>2</u> 10	$\frac{2}{10} = 2 \div 10$ = 0,2 = 20%
Jaune	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%

Combinaison de petits œufs en chocolat	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)	
Mauve/ mauve	1	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%	
Mauve/jaune	1	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%	
Turquoise/vert	-	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%	
Orange	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%	
Rouge/bleu	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%	
Turquoise/brun	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%	
Total	10	10	10 10	100%	

#### Piger 2 oeufs rouges, mauves ou turquoises consécutifs en remettant le premier pigé (20 essais) Résultats de l'expérience :

jaune, mauve/vert, brun, vert, turquoise/orange, bleu, turquoise/mauve, brun, mauve/bleu, rouge/turquoise, vert, mauve/turquoise, bleu, brun, vert, rouge/mauve, turquoise/brun, rouge/vert, brun, mauve/turquoise

Combinaison de petits œufs en chocolat	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Jaune	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%
Mauve/vert	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%
Brun	IIII	4	<u>4</u> 20	$\frac{4}{20} = 4 \div 20$ = 0,2 = 20%
Vert	III	3	3 20	$\frac{3}{20} = 3 \div 20$ = 0,15 = 15%
Turquoise/ orange	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%
Bleu	II	2	<u>2</u> 20	$\frac{2}{20} = 2 \div 20$ = 0,1 = 10%

Combinaison de petits œufs en chocolat	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Turquoise/ mauve	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%
Mauve/bleu	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%
Rouge/ turquoise	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%
Mauve/ turquoise	II	2	<u>2</u> 20	$\frac{2}{20} = 2 \div 20$ = 0, 1 = 10%
Rouge/mauve	1	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%
Turquoise/brun	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%
Rouge/vert	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%

Combinaison de petits œufs en chocolat	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Total	20	20	20 20	100%

5% + 5% + 10% + 5% = 25%

Les probabilités expérimentales sont assez proches des probabilités théoriques.

On remarque que les probabilités expérimentales se rapprochent davantage des probabilités théoriques quand plus d'essais sont effectués.

On remarque également que les probabilités expérimentales et les probabilités théoriques des événements dépendants sont semblables ou inférieures à celles des événements indépendants.

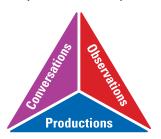


#### PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

#### Déroulement

- Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section
   À ton tour!. Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou autre.
- Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves et les interpréter pour déterminer leurs points forts et cibler les prochaines étapes en vue de les aider à s'améliorer.

Note: Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.



#### ····· CORRIGÉ

- 1. Ton paquet de cartes contient seulement les 13 cartes de pique noires.
  - a) Détermine les probabilités théoriques et expérimentales (10 essais et 25 essais) d'obtenir 2 figures (valets, dames ou rois) consécutives si on remet la première carte dans le paquet (événements indépendants).

#### Événements indépendants - Probabilité théorique

Il y a 13 possibilités totales lorsqu'on prendra une première carte.

Il y aura 3 chances sur 13 d'obtenir une carte avec une figure. Puisqu'on parle d'événements indépendants, on remettra la carte dans le jeu avant de piger une seconde fois. Cela implique qu'on aura les mêmes chances d'en piger une lors du deuxième essai.

	R	D	V	10	9	8	7	6	5	4	3	2	AS
R													
D													
V													
10													
9													
8													
7													
6													
5													
4													
3													
2													
AS													

1<sup>re</sup> pige x 2<sup>e</sup> pige = probabilité d'obtenir 2 cartes avec une figure

$$\frac{3}{13} \times \frac{3}{13} =$$
 (Multiplication des numérateurs et dénominateurs)

$$\frac{9}{169}$$
 = (Fraction simplifiée)

Il y a donc 5,3% de chances de prendre 2 cartes successives avec une figure.

#### Événements indépendants - Probabilité expérimentale

Dans le tableau, on indique chaque fois qu'on pige une carte. Si à la première pige, on obtient une figure, on procédera à une seconde pige. Si à la première pige on obtient une autre sorte de carte, on n'aura pas besoin de piger à nouveau car on aura déjà perdu.

Piger 2 cartes successives avec une figure en gardant la première pigée (10 essais)
Résultats de l'expérience :

as, roi/cinq, cinq, dix, six, sept, dame/deux, trois, neuf, quatre

Combinaison de cartes	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
As	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Roi/cinq	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Cinq	1	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Dix	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Six	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Sept	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Dame/deux	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Trois	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%

Combinaison de cartes	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)		
Neuf	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%		
Quatre	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%		
Total	10	10	10 10	100%		
0%						

## Piger 2 cartes successives avec une figure en gardant la première pigée (25 essais) Résultats de l'expérience :

neuf, six, dame/huit, cinq, dix, as, deux, huit, neuf, dame/trois, roi/dame, valet/deux, quatre, dix, huit, valet/neuf, deux, cinq, six, huit, valet/dame, as, sept, valet/quatre, deux

Combinaison de cartes	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Neuf	II	2	<u>2</u> 25	$\frac{2}{25} = 2 \div 25$ = 0,08 = 8%
Six	II	2	<u>2</u> 25	$\frac{2}{25} = 2 \div 25$ = 0,08 = 8%
Dame/huit	I	1	1 25	$\frac{1}{25} = 1 \div 25$ = 0,04 = 4%
Cinq	II	2	<u>2</u> 25	$\frac{2}{25} = 2 \div 25$ = 0,08 = 8%

Combinaison de cartes	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Dix	II	2	<u>2</u> 25	$\frac{2}{25} = 2 \div 25$ = 0,08 = 8%
As	II	2	<u>2</u> 25	$\frac{2}{25} = 2 \div 25$ = 0,08 = 8%
Deux	III	3	<u>3</u> 25	$\frac{3}{25} = 3 \div 25$ = 0,12 = 12%
Huit	III	3	<u>3</u> 25	$\frac{3}{25} = 3 \div 25$ = 0,12 = 12%
Dame/trois	I	1	<u>1</u> 25	$\frac{1}{25} = 1 \div 25$ = 0,04 = 4%
Roi/dame	I	1	<u>1</u> 25	$\frac{1}{25} = 1 \div 25$ = 0,04 = 4%
Valet/deux	I	1	<u>1</u> 25	$\frac{1}{25} = 1 \div 25$ = 0,04 = 4%
Quatre	I	1	<u>1</u> 25	$\frac{1}{25} = 1 \div 25$ = 0,04 = 4%

Combinaison de cartes	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Valet/neuf	I	1	<u>1</u> 25	$\frac{1}{25} = 1 \div 25$ = 0,04 = 4%
Valet/dame	I	1	<u>1</u> 25	$\frac{1}{25} = 1 \div 25$ = 0,04 = 4%
Sept	I	1	<u>1</u> 25	$\frac{1}{25} = 1 \div 25$ = 0,04 = 4%
Valet/quatre	I	1	<u>1</u> 25	$\frac{1}{25} = 1 \div 25$ = 0,04 = 4%
Total	25	25	25 25	100%
4% + 4% = 8%				

Les probabilités expérimentales sont assez proches des probabilités théoriques.

On remarque que les probabilités expérimentales se rapprochent davantage des probabilités théoriques quand plus d'essais sont effectués.

b) Détermine les probabilités théoriques et expérimentales (10 essais et 25 essais) d'obtenir 2 figures (valets, dames ou rois) consécutives si on ne remet pas la première carte dans le paquet (événements dépendants).

#### Événements dépendants - Probabilité théorique

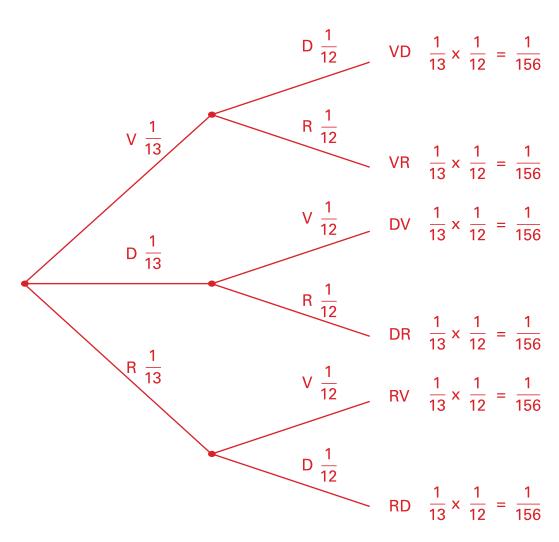
Il y a 13 possibilités totales lorsqu'on prendra une première carte.

Il aura 3 chances sur 13 d'obtenir une carte avec une figure. Cependant, puisqu'on parle d'événements dépendants, on ne remettra pas la carte avec les autres avant d'en piger une seconde. Cela implique des changements dans les probabilités.

1<sup>re</sup> pige

2<sup>e</sup> pige

Résultats possibles



 $1^{\text{re}}$  pige x  $2^{\text{e}}$  pige = probabilité d'obtenir 2 cartes avec une figure  $\frac{3}{13} \times \frac{2}{12} = \frac{6}{156} \quad \text{(Multiplication des numérateurs et dénominateurs)}$   $\frac{6}{156} = \frac{1}{26} \quad \text{(Fraction simplifiée)}$  0,038 = (Forme décimale) 3,8% (Pourcentage)

Il y a donc 3,8% de chance de prendre deux cartes successives avec une figure.

#### Événements dépendants - Probabilité expérimentale

Dans le tableau, on indique chaque fois qu'on pige une carte. Si à la première pige, on obtient une figure, on procédera à une seconde pige. Si à la première pige on obtient une autre sorte de carte, on n'aura pas besoin de piger à nouveau car on aura déjà perdu.

Piger 2 cartes successives avec une figure en gardant la première pigée (10 essais)
Résultats de l'expérience :

Cing, valet/deux, trois, roi/dix, six, cing, un, dame/sept, quatre, sept

Combinaison de cartes	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Cinq	II	2	<u>2</u> 10	$\frac{2}{10} = 2 \div 10$ = 0,2 = 20%
Valet/deux	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Trois	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Roi/dix	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Six	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Un	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%

Combinaison de cartes	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Dame/sept	1	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Quatre	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Sept	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Total	10	10	10 10	100%

Piger 2 cartes successives avec une figure en gardant la première pigée (25 essais)
Résultats de l'expérience :

Roi/Huit, Sept, Trois, Valet/Quatre, Un, Neuf, Dame/Dix, Six, Dix, Valet/Trois, Dame/Roi, Un, Quatre, Trois, Dame/Un, Cinq, Sept, Deux, Huit, Valet/Cinq, Six, Roi/Quatre, Huit, Cinq, Dix

Combinaison de cartes	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Roi/huit	I	1	<u>1</u> 25	$\frac{1}{25} = 1 \div 25$ = 0,04 = 4%
Sept	II	2	<u>2</u> 25	$\frac{2}{25} = 2 \div 25$ = 0,08 = 8%
Trois	II	2	<u>2</u> 25	$\frac{2}{25} = 2 \div 25$ = 0,08 = 8%

Combinaison de cartes	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Valet/quatre	I	1	<u>1</u> 25	$\frac{1}{25} = 1 \div 25$ = 0,04 = 4%
Un	II	2	<u>2</u> 25	$\frac{2}{25} = 2 \div 25$ = 0,08 = 8%
Neuf	I	1	<u>1</u> 25	$\frac{1}{25} = 1 \div 25$ = 0,04 = 4%
Dame/dix	I	1	<u>1</u> 25	$\frac{1}{25} = 1 \div 25$ = 0,04 = 4%
Six	II	2	<u>2</u> 25	$\frac{2}{25} = 2 \div 25$ = 0,08 = 8%
Dix	II	2	<u>2</u> 25	$\frac{2}{25} = 2 \div 25$ = 0,08 = 8%
Valet/trois	I	1	<u>1</u> 25	$\frac{1}{25} = 1 \div 25$ = 0,04 = 4%
Dame/roi	I	1	<u>1</u> 25	$\frac{1}{25} = 1 \div 25$ = 0,04 = 4%

Combinaison de cartes	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Quatre	I	1	<u>1</u> 25	$\frac{1}{25} = 1 \div 25$ = 0,04 = 4%
Dame/un	I	1	<u>1</u> 25	$\frac{1}{25} = 1 \div 25$ = 0,04 = 4%
Cinq	II	2	<u>2</u> 25	$\frac{2}{25} = 2 \div 25$ = 0,08 = 8%
Deux	I	1	<u>1</u> 25	$\frac{1}{25} = 1 \div 25$ = 0,04 = 4%
Huit	II	2	<u>2</u> 25	$\frac{2}{25} = 2 \div 25$ = 0,08 = 8%
Valet/cinq	I	1	<u>1</u> 25	$\frac{1}{25} = 1 \div 25$ = 0,04 = 4%
Roi/quatre	1	1	<u>1</u> 25	$\frac{1}{25} = 1 \div 25$ = 0,04 = 4%
Total	25	25	25 25	100%

Je remarque que plus le nombre d'essais augmente, plus la probabilité expérimentale se rapproche de la probabilité théorique.

2. Dans un jeu de société, on pige au hasard des trains de couleurs. Dans la boîte, il y a: 12 trains blancs, 10 trains noirs, 8 trains jaunes, 6 trains rouges et 4 trains verts.

On cherche les probabilités théoriques de piger 1 train blanc ou 1 train vert dans 2 piges successives. On vérifiera ceci pour des événements indépendants et dépendants.

Ensuite, on vérifiera les probabilités expérimentales avec 10 essais et 20 essais, pour les 2 types d'événements.

### Événements indépendants - Probabilité théorique

Il y a 40 possibilités totales lorsqu'on pigera un premier train.

Il y aura 16 chances sur 40 d'obtenir un train blanc ou vert. Puisqu'on parle d'événements indépendants, on remettra le train dans la boîte avant de piger une seconde fois. Cela implique qu'on aura les mêmes chances d'en piger un lors du deuxième essai.

1<sup>re</sup> pige x 2<sup>e</sup> pige = probabilité d'obtenir 2 trains blancs ou verts

$$\frac{16}{40} \times \frac{16}{40} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \text{(Multiplication des numérateurs et dénominateurs)}$$

$$\frac{4}{25} = \text{(Fraction simplifiée)}$$

$$0,16 = \text{(Forme décimale)}$$

$$16\% \quad \text{(Pourcentage)}$$

Il y a donc 16% de chance de piger successivement 2 trains verts ou blancs.

# Événements indépendants - Probabilité expérimentale

Dans le tableau, on indique chaque fois qu'on pige un train. Si à la première pige, on obtient un train vert ou blanc, on procédera à une seconde pige. Si à la première pige on obtient une autre couleur de train, on n'aura pas besoin de piger à nouveau car on aura déjà perdu.

# Piger un train vert ou blanc dans 2 piges successives en remettant le premier train pigé (10 essais) Résultats de l'expérience :

blanc/noir, noir, jaune, blanc/blanc, rouge, blanc/vert, rouge, noir, noir, jaune

Combinaison de cartes	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Blanc/noir	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Noir	III	3	<u>3</u> 10	$\frac{3}{10} = 3 \div 10$ = 0,3 = 30%
Jaune	II	2	<u>2</u> 10	$\frac{2}{10} = 2 \div 10$ = 0,2 = 20%
Blanc/blanc	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Rouge	II	2	<u>2</u> 10	$\frac{2}{10} = 2 \div 10$ = 0,2 = 20%
Blanc/vert	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Total	10	10% + 10% - 6	10 10	100%

10% + 10% = 20%

Piger un train vert ou blanc dans 2 piges successives en remettant le premier train pigé (20 essais)

## Résultats de l'expérience :

noir, rouge, **blanc/vert**, blanc/noir, jaune, blanc/rouge, rouge, **vert/blanc**, noir, jaune, noir, **blanc/vert**, rouge, blanc/noir, jaune, blanc/jaune, noir, noir, rouge, jaune

Combinaison de cartes	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Noir	1111	5	<u>5</u> 20	$\frac{5}{20} = 5 \div 20$ = 0,25 = 25%
Rouge	IIII	4	<u>4</u> 20	$\frac{4}{20} = 4 \div 20$ = 0,2 = 20%
Blanc/vert	II	2	<u>2</u> 20	$\frac{2}{20} = 2 \div 20$ = 0,1 = 10%
Blanc/noir	II	2	<u>2</u> 20	$\frac{2}{20} = 2 \div 20$ = 0,1 = 10%
Jaune	IIII	4	<u>4</u> 20	$\frac{4}{20} = 4 \div 20$ = 0,2 = 20%
Blanc/rouge	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%

Combinaison de cartes	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Vert/blanc	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%
Blanc/jaune	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%
Total	20	20	20 20	100%

10% + 5% = 15%

Les probabilités expérimentales sont assez proches des probabilités théoriques. On remarque que les probabilités expérimentales se rapprochent davantage des probabilités théoriques quand plus d'essais sont effectués.

### Événements dépendants - Probabilité théorique

Il y a 40 possibilités totales lorsqu'on pigera un premier train. Il y aura 16 chances sur 40 d'obtenir un train blanc ou vert. Cependant, puisqu'on parle d'événements dépendants, on ne remettra pas le train avec les autres avant d'en piger un second. Cela implique des changements dans les probabilités.

1<sup>re</sup> pige x 2<sup>e</sup> pige = probabilité d'obtenir 2 trains blancs ou verts

$$\frac{16}{40} \times \frac{15}{39} = \frac{2}{5} \times \frac{15}{39}$$
 (Multiplication des numérateurs et dénominateurs)  

$$\frac{30}{195} = \frac{2}{13}$$
 (Fraction simplifiée)  
0,1538 (Forme décimale)  
15,38% (Pourcentage)

Il y a donc 15,38% de chances de piger successivement 2 trains verts ou blancs.

# Événements dépendants - Probabilité expérimentale

Dans le tableau, on indique chaque fois qu'on pige un train. Si à la première pige, on obtient un train vert ou blanc, on procédera à une seconde pige. Si à la première pige on obtient une autre couleur de train, on n'aura pas besoin de piger à nouveau car on aura déjà perdu.

Piger un train vert ou blanc dans 2 piges successives en gardant le premier train pigé (10 essais)

# Résultats de l'expérience :

noir, blanc/jaune, vert/rouge, blanc/vert, rouge, noir, rouge, jaune, noir, jaune

Combinaison de cartes	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Noir	Ш	3	<u>3</u> 10	$\frac{3}{10} = 3 \div 10$ = 0,3 = 30%
Blanc/jaune	1	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Vert/rouge	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Blanc/vert	I	1	<u>1</u> 10	$\frac{1}{10} = 1 \div 10$ = 0,1 = 10%
Rouge	II	2	<u>2</u> 10	$\frac{2}{10} = 2 \div 10$ = 0,2 = 20%
Jaune	II	2	<u>2</u> 10	$\frac{2}{10} = 2 \div 10$ = 0,2 = 20%
Total	10	10	10 10	100%

# Piger un train vert ou blanc dans 2 piges successives en gardant le premier train pigé (20 essais) Résultats de l'expérience :

jaune, noir, blanc/rouge, vert/noir, noir, blanc/blanc, vert/blanc, blanc/noir, noir, rouge, noir, blanc/vert, rouge, jaune, jaune, blanc/vert, noir, noir, jaune, blanc/noir

Combinaison de cartes	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Jaune	IIII	4	<u>4</u> 20	$\frac{4}{20} = 4 \div 20$ = 0,2 = 20%
Noir	11111	6	<u>6</u> 20	$\frac{6}{20} = 6 \div 20$ = 0,3 = 30%
Rouge	II	2	<u>2</u> 20	$\frac{2}{20} = 2 \div 20$ = 0,1 = 10%
Blanc/rouge	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%
Vert/noir	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%
Blanc/blanc	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%

Combinaison de cartes	Dénombrement	Effectifs	Fréquence (fraction)	Fréquence (pourcentage)
Vert/blanc	I	1	<u>1</u> 20	$\frac{1}{20} = 1 \div 20$ = 0,05 = 5%
Blanc/noir	II	2	<u>2</u> 20	$\frac{2}{20} = 2 \div 20$ = 0,1 = 10%
Blanc/vert	II	2	<u>2</u> 20	$\frac{2}{20} = 2 \div 20$ = 0,1 = 10%
Total	20	20	20 20	100%

$$5\% + 5\% + 10\% = 20\%$$

Les probabilités expérimentales sont assez proches des probabilités théoriques.

On remarque que les probabilités expérimentales se rapprochent davantage des probabilités théoriques quand plus d'essais sont effectués.

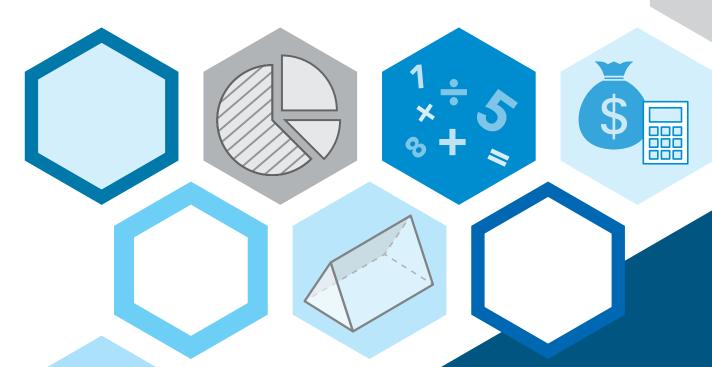
# Version de l'élève

e année

# En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

**MINILEÇON** 



# DONNÉES

Comparer les probabilités théoriques et expérimentales de deux événements indépendants et de deux événements dépendants

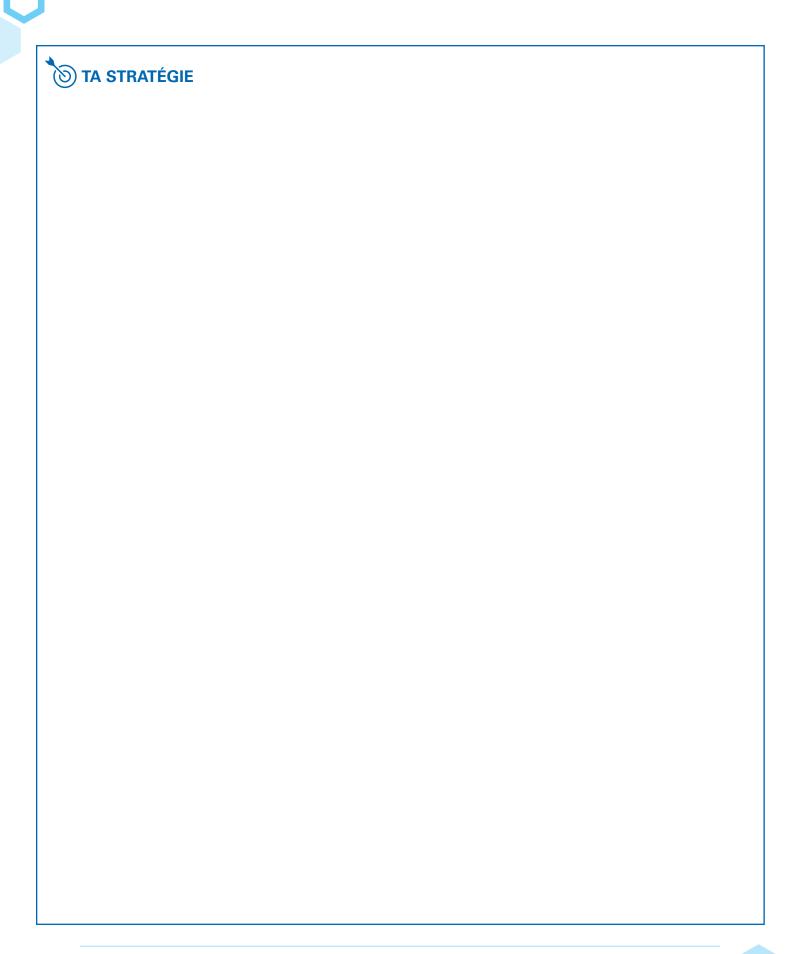


# **PARTIE 1 – EXPLORATION GUIDÉE**

#### **EXEMPLE 1**

En pigeant dans un sac contenant 2 jetons jaunes, 2 jetons verts et 6 jetons bleus :

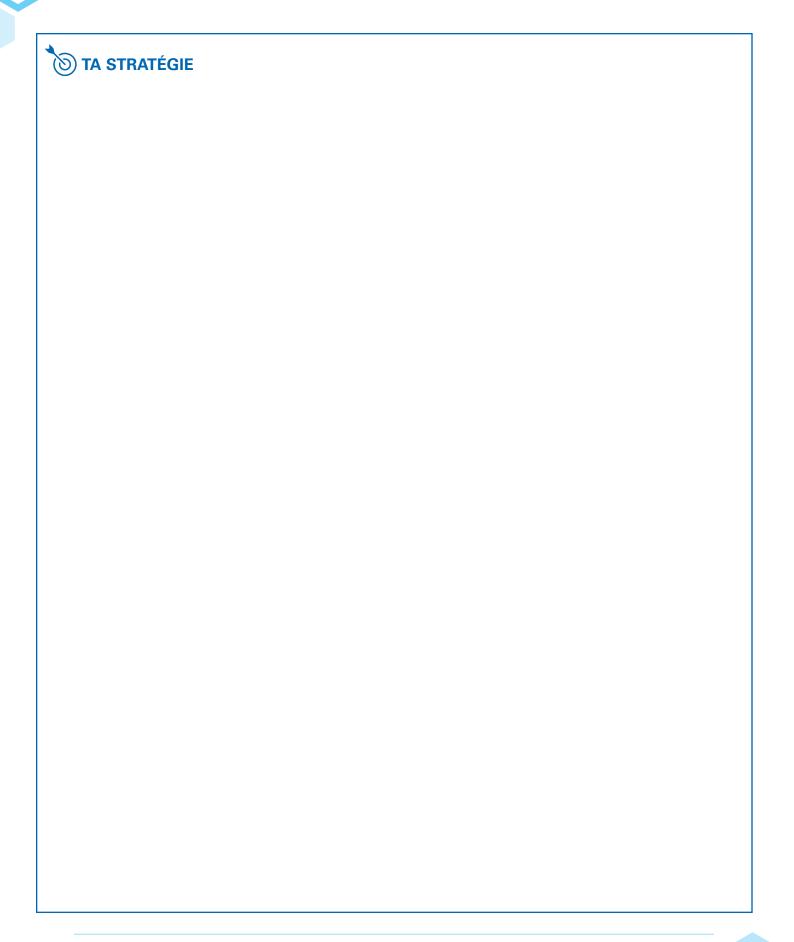
- a) Détermine les probabilités théoriques et expérimentales (10 essais et 20 essais) de piger 2 jetons bleus consécutifs si le premier jeton est remis dans le sac (événements indépendants).
- b) Détermine les probabilités théoriques et expérimentales (10 essais et 20 essais) de piger 2 jetons bleus consécutifs si le premier jeton n'est pas remis dans le sac (événements dépendants).



### **EXEMPLE 2**

Une boîte miniature contient 21 petits œufs en chocolat : 3 bleus, 3 bruns, 3 rouges, 2 verts, 1 jaune, 4 mauves, 2 orange et 3 turquoises.

- a) Détermine les probabilités théoriques et expérimentales (10 essais et 20 essais) de piger 2 œufs rouges, mauves ou turquoises consécutifs lorsqu'on remet le premier petit œuf dans le sac (événements indépendants).
- b) Détermine les probabilités théoriques et expérimentales (10 essais et 20 essais) de piger 2 oeufs rouges, mauves ou turquoises consécutifs sans remettre le premier petit œuf dans le sac (événements dépendants).

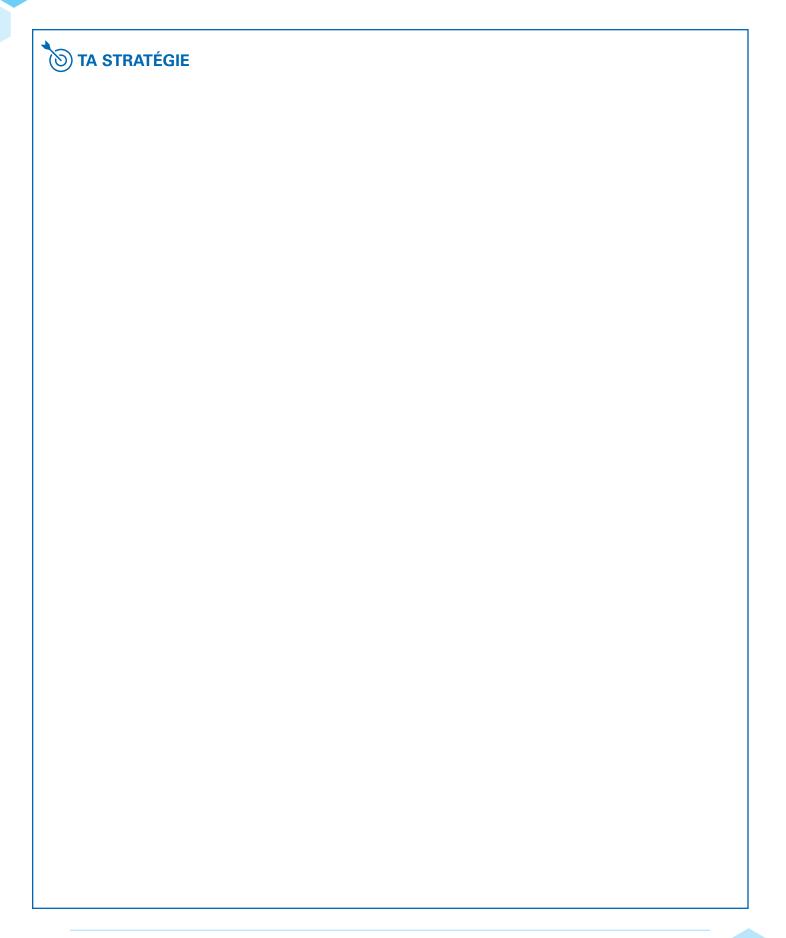




# PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

### À ton tour!

- 1. Ton paquet de cartes contient seulement les 13 cartes de pique noires.
  - a) Détermine les probabilités théoriques et expérimentales (10 essais et 25 essais) d'obtenir 2 figures (valets, dames ou rois) consécutives si on remet la première carte dans le paquet (événements indépendants).
  - b) Détermine les probabilités théoriques et expérimentales (10 essais et 25 essais) d'obtenir 2 figures (valets, dames ou rois) consécutives si on ne remet pas la première carte dans le paquet (événements dépendants).



2. Dans un jeu de société, on pige au hasard des trains de couleurs. Dans la boîte, il y a 12 trains blancs, 10 trains noirs, 8 trains jaunes, 6 trains rouges et 4 trains verts.

On cherche les probabilités théoriques de piger 1 train blanc ou 1 train vert dans 2 piges successives. On vérifiera ceci pour des événements indépendants et dépendants.

Ensuite, on vérifiera les probabilités expérimentales avec 10 essais et 20 essais, pour les 2 types d'événements.

TA STRATÉGIE			