7e année

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

MINILEÇON

DONNÉES

Différencier les événements indépendants et dépendants

RÉSUMÉ

Dans cette minileçon, l'élève résout des problèmes variés afin de comprendre la différence entre des événements indépendants et dépendants.

PISTES D'OBSERVATION

L'élève :

- comprend la différence entre des événements indépendants et des événements dépendants et explique pourquoi leurs probabilités respectives diffèrent;
- détermine tous les résultats possibles pour deux événements indépendants et deux événements dépendants.

MATÉRIEL

- calculatrices;
- feuilles blanches;
- jeu de cartes.

CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Le concept mathématique nommé ci-dessous sera abordé dans cette minileçon. Une explication de celui-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

Domaine d'étude	Concept mathématique
Données	Représentation et comparaison des probabilités

PARTIE 1 – EXPLORATION GUIDÉE

Déroulement

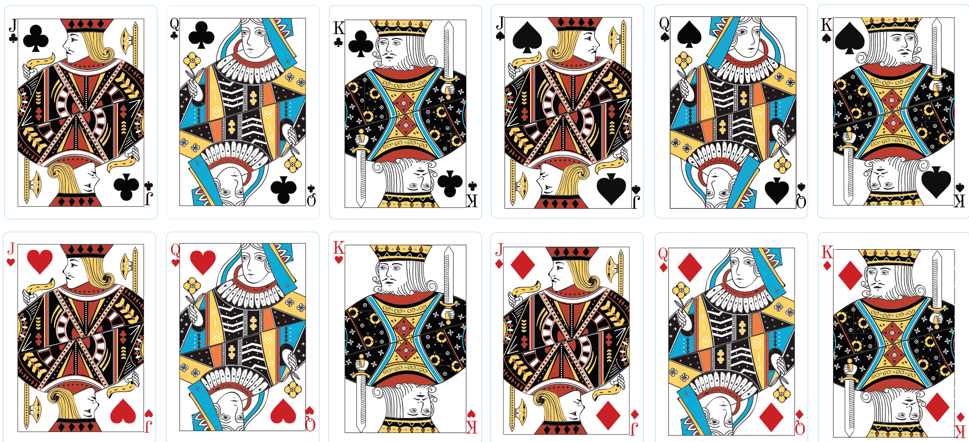
- Consulter, au besoin, la fiche **Représentation et comparaison des probabilités** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves la terminologie et les stratégies liées à ces concepts en vue de les aider à réaliser l’activité.
- Présenter aux élèves l’**Exemple 1**, déterminer la probabilité des événements indépendants et des événements dépendants selon que l'on pige 2 rois de suite dans un jeu de cartes.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l’élève découvre diverses stratégies pour déterminer et comparer les probabilités théoriques d’événements indépendants et dépendants.
- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d’expliquer les stratégies utilisées pour déterminer et comparer les probabilités théoriques d’événements indépendants et dépendants. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- À la suite des discussions, s’assurer que les élèves établissent des liens entre les probabilités théoriques d’événements indépendants et dépendants et les diverses stratégies pour les calculer.

  Note : Au besoin, consulter le corrigé de la partie 1 pour obtenir des exemples de stratégies.
- Encourager les élèves à améliorer leur travail en y ajoutant les éléments manquants.
- Au besoin, présenter aux élèves l’**Exemple 2**, soit déterminer la probabilité des événements indépendants et des événements selon que l'on pige 2 valets de suite dans un jeu de cartes.

CORRIGÉ

EXEMPLE 1

En utilisant un jeu comprenant les figures seulement, détermine la probabilité de piger 2 rois en :



a) remettant le premier roi pigé avant de piger une seconde fois (événements indépendants);

STRATÉGIE 1

Détermination de la probabilité de piger 2 rois en fonction d'événement indépendants

Il y a 12 possibilités en tout, car il y a 12 cartes. Lorsque je vais tirer ma première carte, j'aurai 4 chances sur 12 d'obtenir un roi. Puisque je remets ma carte dans le paquet si j'obtiens un roi, lors de ma deuxième pige, j'aurai la même chance d'obtenir un second roi. Ce sont des événements indépendants.

1re pige x 2^{e} pige = probabilité de gagner

$\frac{4}{12} \times \frac{4}{12}$

Je simplifie les fractions.

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$

Je multiplie les numérateurs et dénominateurs.

$\frac{1}{9}$

J'obtiens ma fraction simplifiée.

Je peux exprimer ma réponse sous forme décimale.

0,111

Je peux exprimer ma réponse sous forme de pourcentage.

11,1%

J'ai 1 chance sur 9 d'obtenir 2 rois consécutifs (11,1%).

Je remarque que si je ne pige pas un roi à la première carte, j'ai déjà perdu, donc je ne suis pas obligé d'en piger une seconde.

STRATÉGIE 2

Présentation des résultats favorables

J'utilise un tableau des probabilités pour démontrer les résultats favorables.
La 1re pige est à l'horizontale et la 2e pige est à la verticale.

Il y a 16 résultats favorables où je possède 2 rois après avoir pigé 2 fois. Il y a 12×12 possibilités donc 144 possibilités en tout. J'ai donc 16 chances sur 144 de gagner.

1re pige / 2e pige	R	R	R	R	D	D	D	D	V	V	V	V
R	RR	RR	RR	RR								
R	RR	RR	RR	RR								
R	RR	RR	RR	RR								
R	RR	RR	RR	RR								
D												
D												
D												
D												
V												
V												
V												
V												

La probabilité de gagner est donc de $\frac{16}{144} = \frac{1}{9} = 11,1\%$.

b) conservant le premier roi pigé avant de piger une seconde fois (événements dépendants).

STRATÉGIE 1

Détermination de la probabilité de piger 2 rois en fonction d'événement dépendants

Il y a 12 possibilités en tout, car il y a12 cartes. Lorsque je vais tirer ma première carte, j'aurai 4 chances sur 12 d'obtenir un roi, comme dans la première expérience. Cependant, je ne remettrai pas cette carte dans le paquet. Cela aura une incidence sur ma prochaine pige. Ce sont donc des événements dépendants. À la deuxième pige, il y aura une carte de moins dans le paquet : un roi. Il y a donc maintenant 3 rois dans le paquet et 11 cartes au total.

Je simplifie les fractions.

$$\frac{4}{12} \times \frac{3}{11}$$

Je multiplie les numérateurs et dénominateurs et je simplifie la fraction obtenue.

$$\frac{1}{3} \times \frac{3}{11}$$

J'obtiens ma fraction simplifiée.

$$\frac{3}{33} = \frac{1}{11}$$

Je peux exprimer ma réponse sous forme décimale.

0,091

Je peux exprimer ma réponse sous forme de pourcentage.

9,1%

J'ai 1 chance sur 11 d'obtenir 2 rois consécutifs (9,1%).

J'avais donc plus de chance de gagner lors des événements indépendants (11,1%) que lors des événements dépendants (9,1%).

STRATÉGIE 2

Présentation des résultats favorables

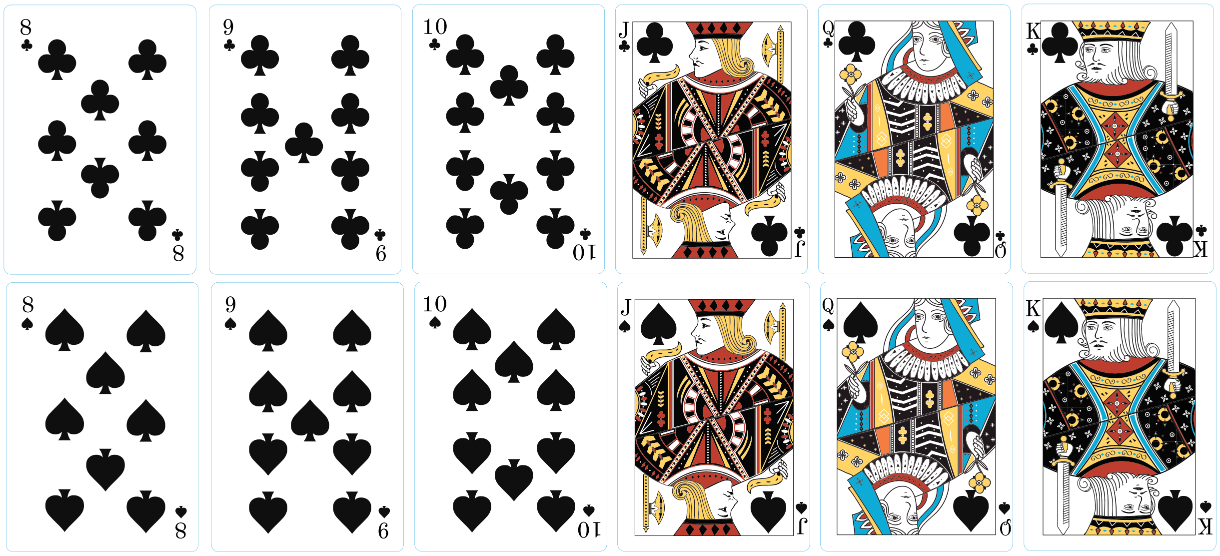
À la deuxième pige, il faut enlever un des rois qui n’est pas remis dans le paquet. Cela implique qu’il y aura maintenant seulement 12 résultats favorables et 132 résultats possibles. J’ai donc 12 chances sur 132 de gagner.

1re pige / 2e pige	R	R	R	R	D	D	D	D	V	V	V	V
R	RR	RR	RR	RR								
R	RR	RR	RR	RR								
R	RR	RR	RR	RR								
D												
D												
D												
D												
V												
V												
V												
V												

La probabilité de gagner est donc de $\frac{1}{11} = 9{,}1\%$.

EXEMPLE 2

En utilisant un jeu comprenant les cartes noires suivantes (8, 9, 10, V, D et R), détermine la probabilité de piger deux valets en :



a) remettant le premier valet pigé avant de piger une seconde fois (événements indépendants);

STRATÉGIE 1

Détermination de la probabilité de piger 2 valets en fonction d'événements indépendants

Il y a 12 possibilités en tout, car il y a 12 cartes. Lorsque je vais tirer ma première carte, j'aurai 2 chances sur 12 d'obtenir un valet. Puisque je remets ma carte dans le paquet si j'obtiens un valet, lors de ma deuxième pige, j'aurai la même chance d'obtenir un second valet. Ce sont des événements indépendants.

1re pige x 2^{e} pige = probabilité favorable

$\frac{2}{12} \times \frac{2}{12}$

Je simplifie les fractions. Ensuite, je multiplie les numérateurs et les dénominateurs.

$\frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$

Je multiplie les numérateurs et dénominateurs. J'obtiens ma fraction simplifiée qui est $\frac{1}{36}$

Je peux exprimer ma réponse sous forme décimale.
0,028

Je peux exprimer ma réponse sous forme de pourcentage.
2,8 %

J'ai 1 chance sur 36 d'obtenir 2 valets consécutifs (2,8 %).

Je remarque que si je ne pige pas un valet à la première carte, j'ai déjà perdu donc je ne suis pas obligé d'en piger une seconde.

STRATÉGIE 2

Emploi d'un tableau de probabilités

J'utilise un tableau des probabilités pour démontrer les résultats favorables. La 1^{re} pige est à l'horizontale et la 2^e pige est à la verticale.

Il y a 4 résultats favorables où je possède 2 valets après avoir pigé 2 fois. Il y a 12×12 possibilités donc 144 possibilités en tout. J'ai donc 4 chances sur 144 de gagner.

1re pige / 2e pige	8	8	9	9	10	10	V	V	D	D	R	R
8												
8												
9												
9												
10												
10												
V							VV	VV				
V							VV	VV				
D												
D												
R												
R												

La probabilité de gagner est donc de $\frac{4}{144} = 0{,}028 = 2{,}8\ \%$.

b) conservant le premier valet pigé avant de piger une seconde fois (événements dépendants).

STRATÉGIE 1

Détermination de la probabilité de piger 2 valets en fonction d'événements dépendants

Il y a 12 possibilités en tout, car il a 12 cartes. Lorsque je vais tirer ma première carte, j'aurai 2 chances sur 12 d'obtenir un valet, comme dans la première expérience. Cependant, je ne remettrai pas cette carte dans le paquet. Cela aura une incidence sur ma prochaine pige. Ce sont donc des événements dépendants. À la deuxième pige, il y aura une carte de moins dans le paquet : un valet. Il y a donc maintenant 1 valet dans le paquet et 11 cartes au total.

1re pige x 2^{e} pige = probabilité favorable

$$\frac{2}{12} \times \frac{1}{11}$$

Je simplifie les fractions.

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{11}$$

Je multiplie les numérateurs et dénominateurs et je simplifie la fraction obtenue.

$$\frac{1}{66}$$

J'obtiens ma fraction simplifiée.

0,015

Je peux exprimer ma réponse sous forme décimale.

1,5 %

Je peux exprimer ma réponse sous forme de pourcentage.

J'ai 1 chance sur 66 d'obtenir 2 rois consécutifs (1,5 %).

J'avais donc plus de chance de gagner lors des événements indépendants (2,8 %) que lors des événements dépendants (1,5 %).

STRATÉGIE 2

Emploi d'un tableau de probabilités

À la deuxième pige, il faut enlever un des valets qui n’est pas remis dans le paquet. Cela implique qu’il y aura maintenant seulement 2 résultats favorables et 132 résultats possibles. J’ai donc 2 chances sur 132 de gagner.

1re pige / 2e pige	8	8	9	9	10	10	V	V	D	D	R	R
8												
8												
9												
9												
10												
10												
V							VV	VV				
D												
D												
R												
R												

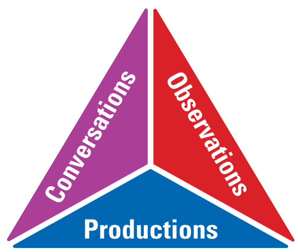
La probabilité de gagner est donc de $\frac{1}{66} = 0{,}015 = 1{,}5\ \%$.

PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

Déroulement

- Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!**. Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou autre.
- Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves et les interpréter pour déterminer leurs points forts et cibler les prochaines étapes en vue de les aider à s'améliorer.

  Note : Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.

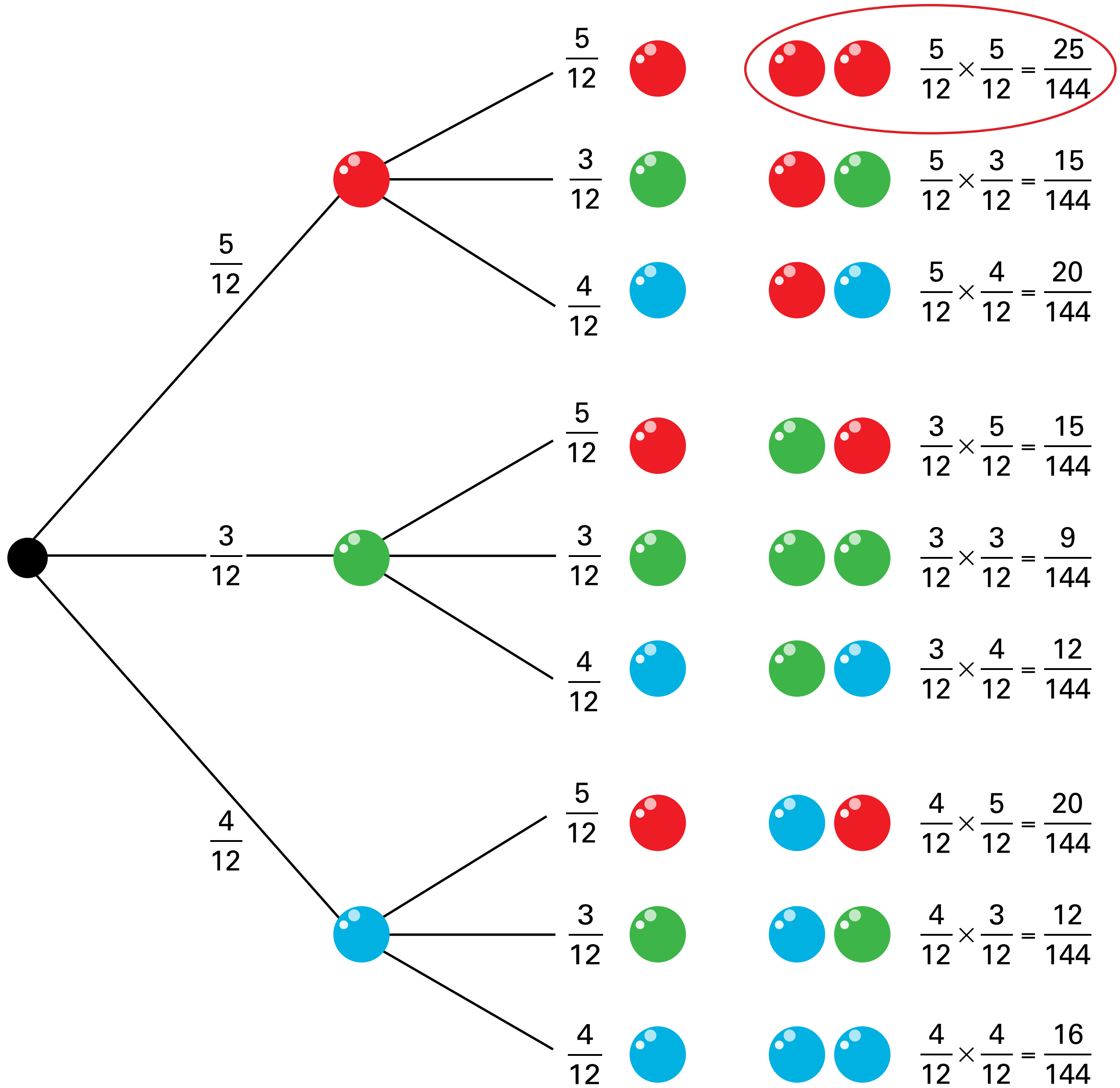


CORRIGÉ

1. 12 billes de couleurs différentes sont insérées dans un sac. Il y a 4 billes bleues, 3 billes vertes et 5 billes rouges. À l'aide d'un diagramme en arbre, détermine les probabilités théoriques de piger 2 billes rouges successives;

a) en remettant la première bille tirée;

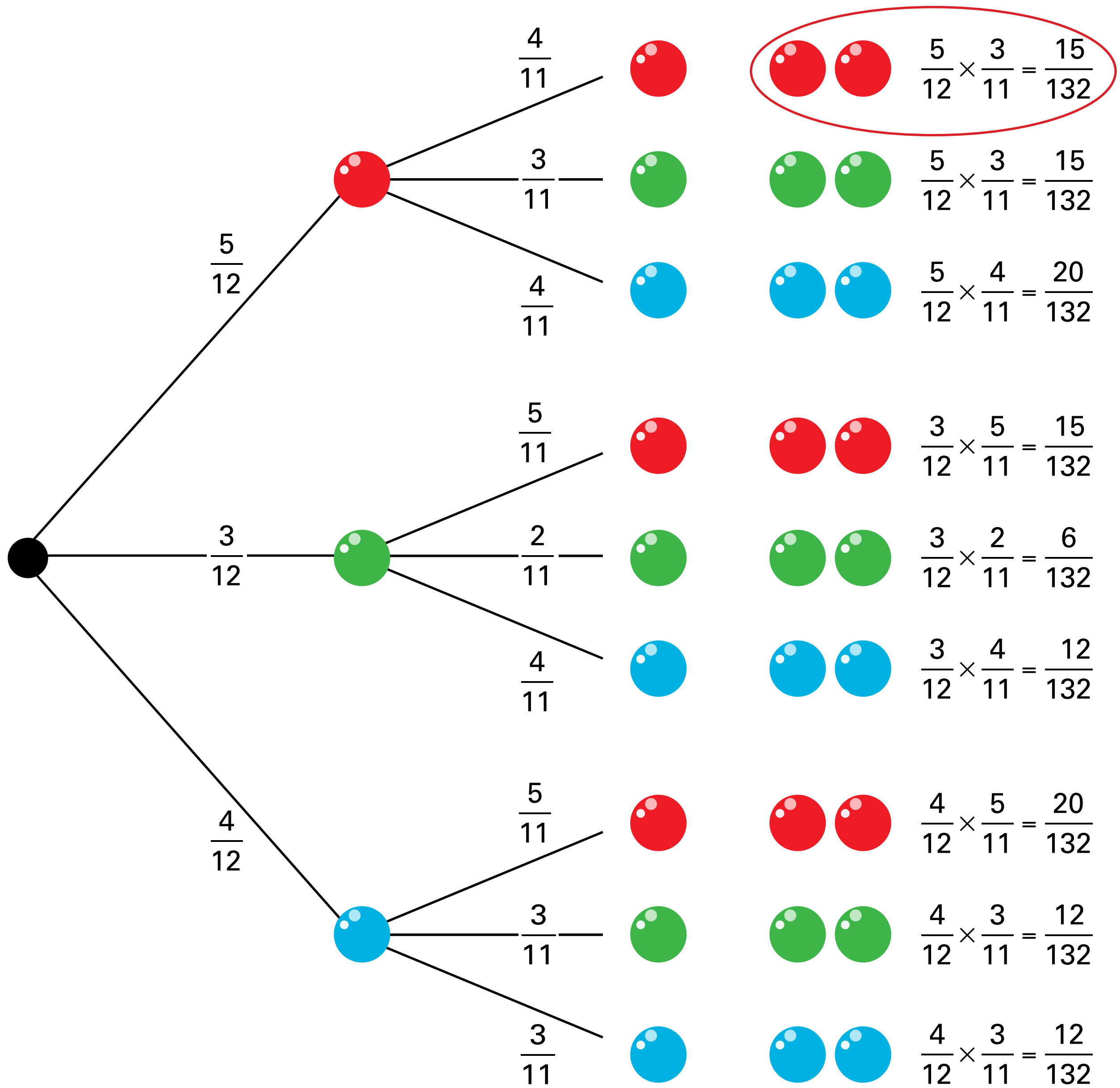
Arbre de probabilités – Indépendant (avec remise de la bille)



Il y a 25 résultats favorables sur 144 résultats possibles. La probabilité de piger 2 billes rouges successives est $\frac{25}{144}$ ou 0,17 ou 17 %.

b) en conservant la première bille tirée.

Arbre de probabilités - Dépendant (sans remise de la bille)



Il y a 20 résultats favorables sur 132 résultats possibles. La probabilité de piger 2 billes rouges successives est $\frac{20}{132}$ ou 0,15 ou 15 %.

c) Compare les deux diagrammes en arbre afin de distinguer les événements indépendants et dépendants.

Les fractions entre les premières piges des 2 diagrammes en arbre (indépendants et dépendants) sont identiques. Toutefois, il y a une différence au niveau des fractions de la deuxième pige dans les 2 diagrammes en arbre. Dans celui des événements indépendants, les numérateurs et dénominateurs ne changent pas entre la première et deuxième pige. Dans le diagramme en arbre des événements dépendants, les numérateurs et dénominateurs changent à la deuxième pige, car une des billes n'est jamais retournée dans le sac.

2. En utilisant un jeu de cartes complet (52 cartes), détermine la probabilité de piger 2 cartes noires successives en :

a) remettant la première carte pigée avant de piger une seconde fois (événements indépendants);

Il y a 52 possibilités en tout. Lors de la première pige, il y a 26 chances sur 52 d'obtenir une carte noire. La carte est remise dans le paquet même si elle est noire. Lors de la deuxième pige, on a la même chance d'obtenir une seconde carte noire. Ce sont des événements indépendants.

1re pige x 2^{e} pige = probabilité favorable

$$\frac{26}{52}\times\frac{26}{52}$$

Je simplifie les fractions et je multiplie les numérateurs et les dénominateurs, ce qui me donne $\frac{1}{4}$.

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

J'exprime la réponse sous forme décimale.

0,25

J'exprime la réponse sous forme de pourcentage.

25%

Il y a 1 chance sur 4 d'obtenir 2 cartes noires consécutives (25 %).

Note : Si l'on ne pige pas une carte noire à la première carte, c'est déjà perdu donc on n'est pas obligé d'en piger une seconde.

b) conservant la première carte pigée avant de piger une seconde fois (événements dépendants).

Utilise la stratégie de ton choix et détermine une façon de distinguer les événements indépendants et dépendants.

Il y a 52 possibilités en tout. Lors de la première pige, il y a 26 chances sur 52 d'obtenir une carte noire comme lors de la première expérience. Cependant, cette carte n'est pas remise dans le paquet. Cela aura une incidence sur la prochaine pige. Ce sont des événements dépendants. Lors de la deuxième pige, il y aura une carte noire de moins dans le paquet. Il y a maintenant 25 cartes noires dans le paquet et 51 cartes au total.

1[re] pige x 2[e] pige = probabilité favorable

$$\frac{26}{52} \times \frac{25}{51}$$

Je simplifie les fractions et je multiplie les numérateurs et les dénominateurs, ce qui me donne $\frac{25}{102}$.

$$\frac{1}{2} \times \frac{25}{51} = \frac{25}{102}$$

J'exprime la réponse sous la forme décimale.

0,245

J'exprime la réponse sous forme de pourcentage.

24,5%

Il y a 25 chances sur 102 d'obtenir 2 cartes noires consécutives (24,5%).

Il y a plus de chance de gagner lors des événements indépendants (25%) que lors des événements dépendants (24,5%). Dans les calculs de probabilités pour les événements indépendants, les numérateurs et dénominateurs sont identiques pour la première et la seconde pige. Ceci n'est pas le cas dans le calcul pour les événements dépendants, car une carte a été enlevée du paquet après la première pige. Ceci a donc un effet sur la deuxième pige. Les deux piges sont donc des événements dépendants.

3. Dans une machine de boules de gomme, il y a 8 boules de gomme rouges, 4 boules de gomme bleu pâle, 6 boules de gomme jaunes et 2 boules de gomme bleu foncé.

a) Quelles sont les probabilités d'obtenir 3 boules rouges consécutives?

$\frac{8}{20} \times \frac{7}{19} \times \frac{6}{18}$

Je simplifie les fractions et je multiplie les numérateurs et les dénominateurs, ce qui me donne $\frac{14}{285}$.

$\frac{2}{5} \times \frac{7}{19} \times \frac{1}{3} = \frac{14}{285}$

J'exprime la réponse sous forme décimale.

0,049

J'exprime la réponse sous forme de pourcentage.

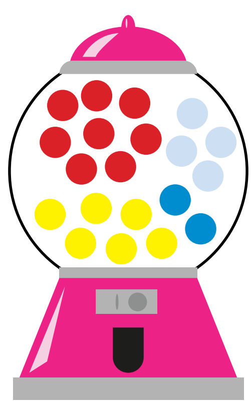
4,9%

b) Est-ce que ce sont des événements indépendants ou dépendants?

Puisqu'on ne peut pas remettre la boule de gomme dans la machine, il y aura une gomme en moins chaque fois qu'il en sort une de la machine. Ceci représente donc des événements dépendants où les probabilités varient en fonction de ce que l'autre obtient avant.

c) Est-ce que les probabilités théoriques changeraient si l'on modifiait le type d'événements (indépendants ou dépendants)?

Si l'on modifiait la situation pour un événement indépendant, en remettant les boules de gomme dans la machine après chaque pige, on aurait plus de chance d'obtenir une boule rouge chaque fois. Le calcul serait le suivant $\frac{8}{20} \times \frac{8}{20} \times \frac{8}{20}$. Ni le numérateur ni le dénominateur ne changerait entre chaque pige. La couleur de la boule de gomme que l'enfant reçoit n'affecte aucunement la couleur obtenue à la prochaine pige.



Version de l’élève

7e année

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l’enseignement et l’apprentissage des mathématiques

MINILEÇON

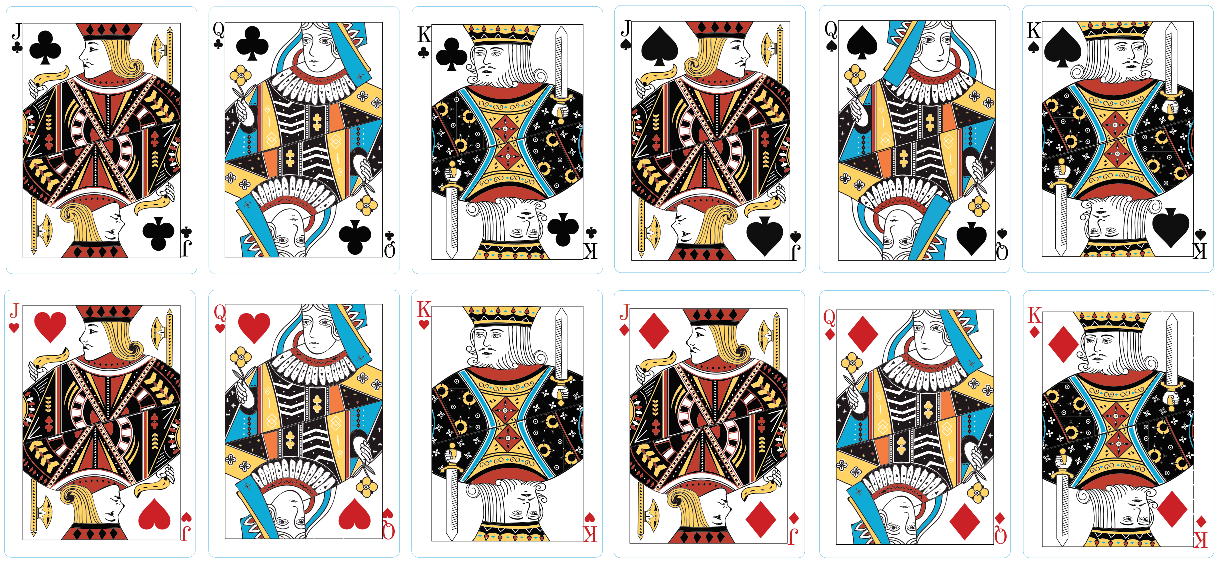
DONNÉES

Différencier les événements indépendants et dépendants

PARTIE 1 – EXPLORATION GUIDÉE

EXEMPLE 1

En utilisant un jeu comprenant les figures seulement, détermine la probabilité de piger 2 rois en :



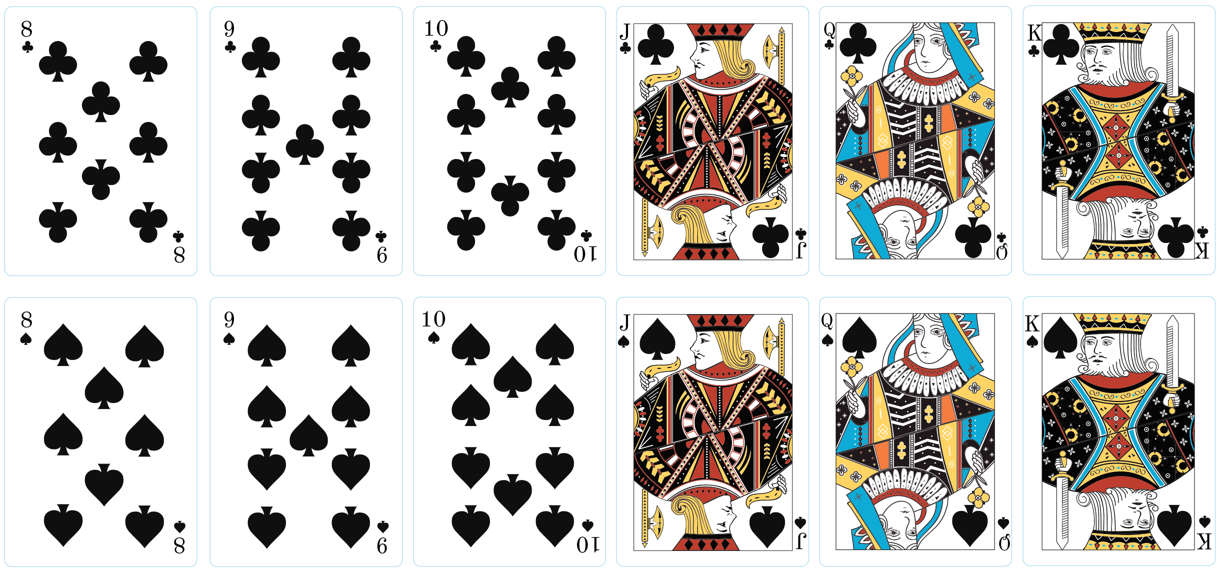
a) remettant le premier roi pigé avant de piger une seconde fois (événements indépendants);

b) conservant le premier roi pigé avant de piger une seconde fois (événements dépendants).

TA STRATÉGIE

EXEMPLE 2

En utilisant un jeu comprenant les cartes noires suivantes (8, 9, 10, V, D et R), détermine la probabilité de piger deux valets en :



a) remettant le premier valet pigé avant de piger une seconde fois (événements indépendants);

b) conservant le premier valet pigé avant de piger une seconde fois (événements dépendants).

TA STRATÉGIE

PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

À ton tour!

1. 12 billes de couleurs différentes sont insérées dans un sac. Il y a 4 billes bleues, 3 billes vertes et 5 billes rouges. À l'aide d'un diagramme en arbre, détermine les probabilités théoriques de piger 2 billes rouges successives;

- **a)** en remettant la première bille tirée;
- **b)** en conservant la première bille tirée.
- **c)** compare les deux diagrammes en arbre afin de distinguer les événements indépendants et dépendants.

TA STRATÉGIE

2. En utilisant un jeu de cartes complet (52 cartes), détermine la probabilité de piger 2 cartes noires successives en :

a) remettant la première carte pigée avant de piger une seconde fois (événements indépendants);

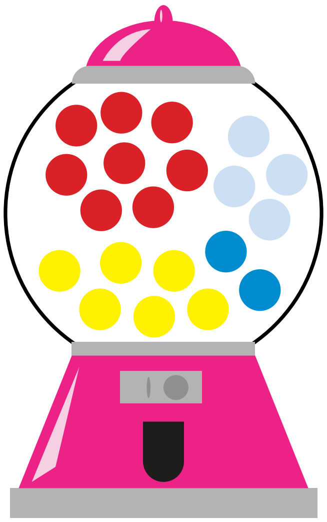
b) conservant la première carte pigée avant de piger une seconde fois (événements dépendants).

Utilise la stratégie de ton choix et détermine une façon de distinguer les événements indépendants et dépendants.

TA STRATÉGIE

3. Dans une machine de boules de gomme, il y a 8 boules de gomme rouges, 4 boules de gomme bleu pâle, 6 boules de gomme jaunes et 2 boules de gomme bleu foncé.

a) Quelles sont les probabilités d'obtenir 3 boules rouges consécutives?



b) Est-ce que ce sont des événements indépendants ou dépendants?

c) Est-ce que les probabilités théoriques changeraient si l'on modifiait le type d'événements (indépendants ou dépendants)?

TA STRATÉGIE