7e année

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

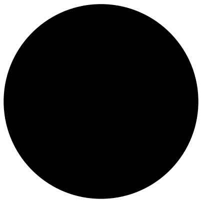
CONCEPTS MATHÉMATIQUES

SENS DE L'ESPACE

Mesure de l'aire et de l'aire totale

Terminologie liée au concept mathématique

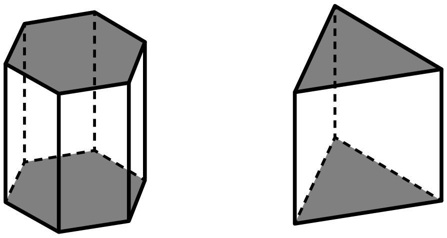
Disque. Région plane fermée dont le contour est un cercle. Un cercle est la frontière d'un disque.

Exemple : 

Aire d'un disque. Mesure de la surface d'un disque. La formule pour calculer l'aire d'un disque est $A_{disque} = \pi r^2$, où r est le rayon du disque.

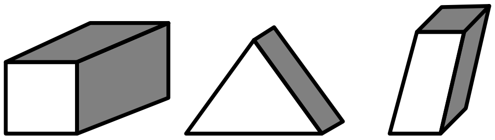
$$
\begin{aligned}
A_{disque} &= \pi r^2 \\
&= \pi \times r^2 \\
&\text{ou} \\
&= \pi \times r \times r
\end{aligned}
$$

Bases d'un prisme. Deux polygones congruents et parallèles dans un prisme où les faces latérales sont des carrés, des rectangles ou des parallélogrammes.

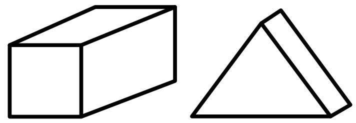
Exemple : 

Face latérale. Polygone qui délimite un prisme ou une pyramide et qui n'est pas désigné comme la base.

Note : Pour les prismes, les faces latérales sont des parallélogrammes, des rectangles ou des carrés.

Exemple : 

Prisme droit. Solide dont les deux bases sont des polygones congruents et parallèles, où les arêtes qui relient les deux bases sont perpendiculaires à celles-ci, et dont les autres faces sont des carrés ou des rectangles.

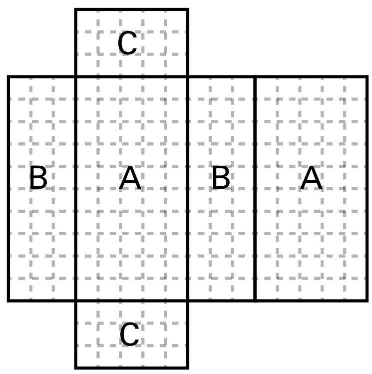
Exemple : 

Aire totale de prismes droits
Prisme droit à base rectangulaire

$$A_{totale} = 2 \times Aire_A + 2 \times Aire_B + 2 \times Aire_C$$

ou

$$A_{totale} = 2\left(Aire_A + Aire_B + Aire_C\right)$$

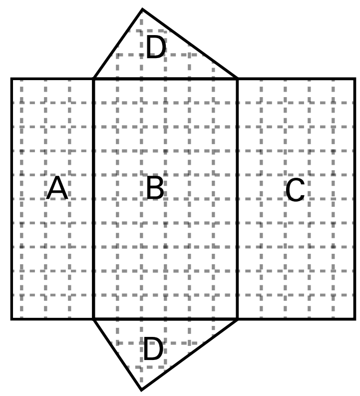


Prisme droit à base triangulaire

$$A_{totale} = Aire_A + Aire_B + Aire_C + 2 \times Aire_D$$

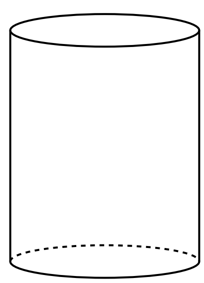
ou

$$A_{totale} = Aire_A + Aire_B + Aire_C + 2\left(Aire_D\right)$$



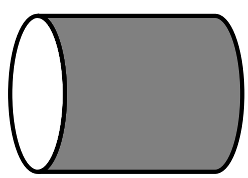
Cylindre. Figure tridimensionnelle comprenant deux faces parallèles et congruentes appelées bases. Les bases du cylindre peuvent être des polygones, des faces courbes fermées ou une combinaison des deux.

Exemple :

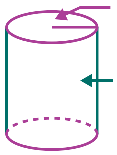


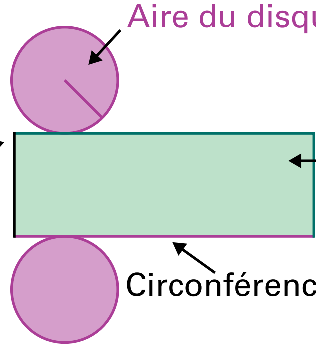
Surface latérale d'un cylindre. Partie de la surface cylindrique comprise entre les deux bases parallèles. Il s'agit d'un carré, d'un rectangle ou d'un parallélogramme.

Exemple :



Aire d'un cylindre.





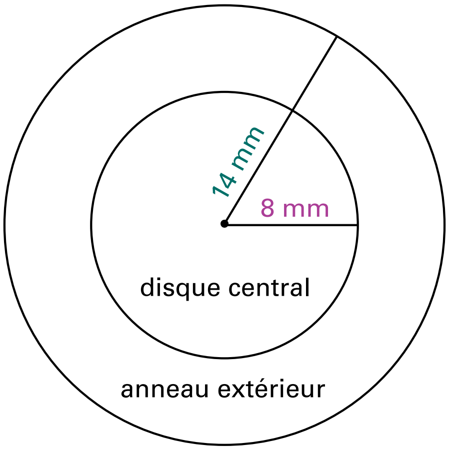
$$\begin{aligned} A_{\text{totale}} &= A_{\text{surface latérale}} + 2 \times A_{\text{base}} \\ &= b \times h + 2 \times \pi r^2 \\ &= C \times H + 2 \times \pi r^2 \\ &= \pi d \times \mathrm{H} + 2 \times \pi r^2 \\ &\text{ou} \\ &= 2\pi r \times H + 2 \times \pi r^2 \end{aligned}$$

Mise en contexte du concept mathématique

EXEMPLE 1

Le rayon de la pièce de deux dollars mesure 14 mm. Le rayon du disque central mesure 8 mm. Détermine l'aire du disque central et celle de l'anneau extérieur de la pièce de deux dollars.

Je représente visuellement l'information fournie dans le problème.



Je commence par calculer l'aire du disque central. Puis, je calcule l'aire de l'anneau extérieur en soustrayant l'aire du disque central de l'aire totale de la pièce de deux dollars.

Aire du disque central

$$\begin{aligned} A_{\text{disque central}} &= \pi \times r^2 \\ &= \pi \times 8^2 \\ &\approx 3{,}1416 \times 64 \\ &\approx 201{,}06\ \text{mm}^2 \end{aligned}$$

L'aire du disque central de la pièce de deux dollars est d'environ $201{,}06\ \text{mm}^2$.

Aire totale de la pièce de deux dollars

$$\begin{aligned} A_{\text{totale}} &= \pi \times r^2 \\ &= \pi \times 14^2 \\ &\approx 3{,}1416 \times 196 \\ &\approx 615{,}75\ \text{mm}^2 \end{aligned}$$

L'aire totale de la pièce de deux dollars est d'environ $615{,}75\ \text{mm}^2$.

Aire de l'anneau extérieur

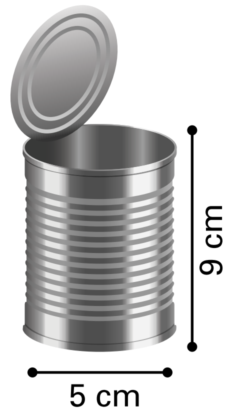
$$\begin{aligned} A_{\text{anneau extérieur}} &= A_{\text{totale}} - A_{\text{disque central}} \\ &\approx 615{,}75 - 201{,}06 \\ &\approx 414{,}69\ \text{mm}^2 \end{aligned}$$

L'aire de l'anneau extérieur de la pièce de deux dollars est d'environ $414{,}69\ \text{mm}^2$.

L'aire du disque central est d'environ $201{,}06\ \text{mm}^2$ et l'aire de l'anneau extérieur est d'environ $414{,}69\ \text{mm}^2$.

EXEMPLE 2

Détermine, à l'unité près, l'aire totale de la boîte de conserve.



Pour déterminer l'aire totale de la boîte de conserve, j'additionne l'aire des deux bases à l'aire de la surface latérale du cylindre.

Le diamètre (d) de la boîte de conserve est de 5 cm, alors son rayon (r) est de 2,5 cm, car le rayon est la moitié du diamètre, $5 \div 2 = 2,5$. La hauteur (H) du cylindre est de 9 cm.

$$\begin{aligned} A_{\text{totale}} &= A_{\text{surface latérale}} + 2 \times A_{\text{base}} \\ &= A_{\text{rectangle}} + 2 \times A_{\text{disque}} \\ &= C \times H + 2 \times \pi r^2 \\ &= \pi d \times H + 2 \times \pi r^2 \\ &\approx 3{,}1416 \times 5 \times 9 + 2 \times 3{,}1416 \times 2{,}5 \times 2{,}5 \\ &\approx 141{,}372 + 39{,}27 \\ &\approx 180{,}642 \\ &\approx 181\ \text{cm}^2 \end{aligned}$$

L'aire de la boîte de conserve est d'environ 181 cm^2.