6e année

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

MINILEÇON

DONNÉES

Comparer les probabilités théoriques et expérimentales de deux événements indépendants

RÉSUMÉ

Dans cette minileçon, l’élève résout des problèmes de probabilité en comparant des probabilités théoriques avec des probabilités expérimentales d’événements indépendants.

PISTES D’OBSERVATION

L’élève :

- détermine la probabilité d’un événement en utilisant un diagramme en arbre;
- détermine la probabilité expérimentale d’un événement en réalisant une expérience;
- montre sa compréhension de la relation entre une fraction, un nombre décimal et un pourcentage.

MATÉRIEL

- dé;
- cartes à jouer;
- sac opaque (dans lequel iront les cartes);
- feuille lignée ou blanche;
- crayon et efface;
- pièce de monnaie;
- roulette avec un secteur ombré.

CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Les concepts mathématiques nommés ci-dessous seront abordés dans cette minileçon. Une explication de ceux-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

Domaine d’étude	Concept mathématique
Données	Représentation et comparaison des probabilités
Nombres	Relation entre les nombres entiers, les nombres décimaux et les fractions
Nombres	Résolution de problèmes de rapports

PARTIE 1 – EXPLORATION GUIDÉE

Déroulement

- Consulter, au besoin, la fiche **Représentation et comparaison des probabilités** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves ce qu'est la probabilité théorique et la probabilité expérimentale ainsi que la terminologie liée à ces concepts en vue de les aider à réaliser l'activité.
- Présenter aux élèves l'**Exemple 1**, soit une situation de probabilité avec un dé dans laquelle l'élève doit trouver et comparer la probabilité théorique et la probabilité expérimentale.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour trouver la probabilité théorique et la probabilité expérimentale de deux événements indépendants.
- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour trouver la probabilité théorique et ensuite comment faire l'expérience et noter la probabilité. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- À la suite des discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre la probabilité théorique, la probabilité expérimentale et la ligne de probabilité.

  Note : Au besoin, consulter le corrigé de la partie 1 pour obtenir des exemples de stratégies.
- Encourager les élèves à améliorer leur travail en y ajoutant les éléments manquants.
- Au besoin, présenter aux élèves l'**Exemple 2**, soit un problème de probabilité avec des cartes à jouer dans lequel l'élève doit premièrement trouver la probabilité théorique et ensuite la probabilité expérimentale en faisant l'expérience.

CORRIGÉ

EXEMPLE 1

Trois amis, Élias, Joyce et Vincent, ont décidé d'inventer un jeu de hasard. Il s'agit de lancer un dé deux fois de suite. La personne gagnante est déterminée de la façon suivante :

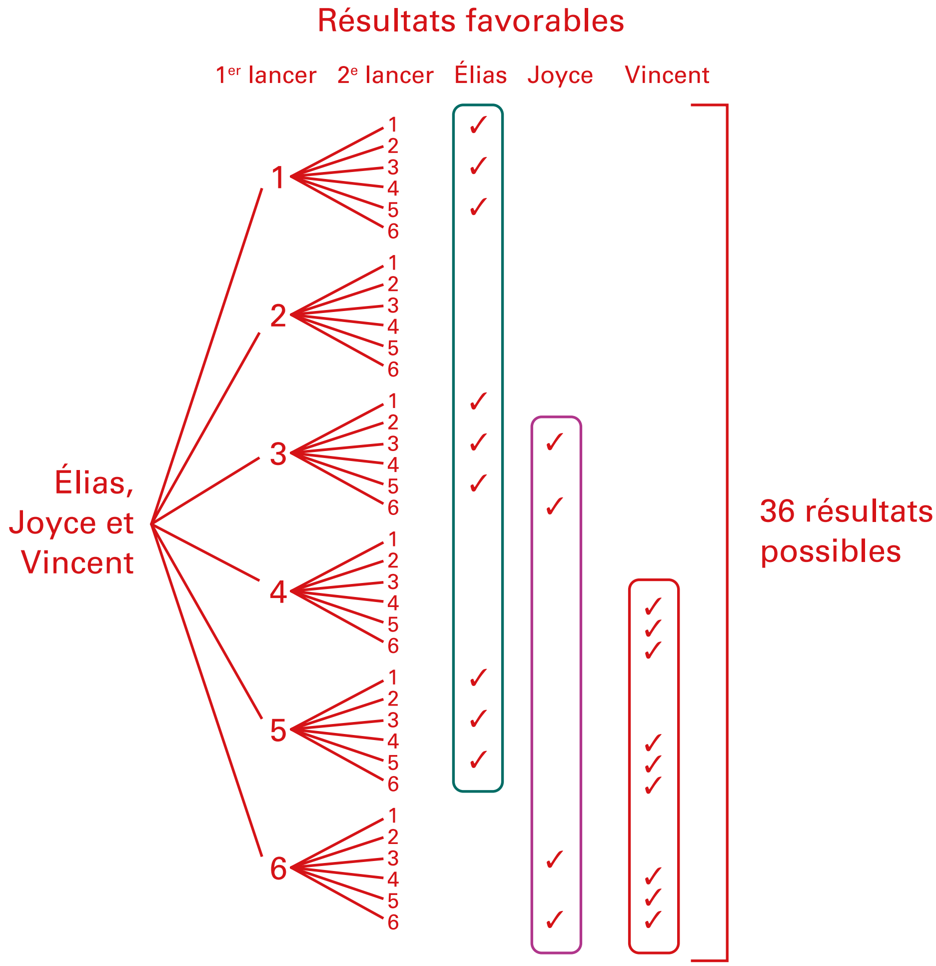
- si les 2 lancers sont des nombres impairs, Élias obtient 1 point;
- si les 2 lancers sont des multiples de 3, Joyce obtient 1 point;
- si les 2 lancers sont des nombres supérieurs à 3, Vincent obtient 1 point.

Détermine la probabilité théorique et la probabilité expérimentale de ces événements.

Qui a la meilleure chance de gagner ce jeu de hasard?

STRATÉGIE 1
Probabilité théorique

Je dénombre les résultats possibles à l'aide d'un diagramme en arbre.



$$P(\text{Élias gagne}) = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre total de résultats possibles}}$$
$$= \frac{9}{36}$$

Je sais que 9 est un facteur commun de 9 et 36. Donc, je peux réduire la fraction en trouvant une fraction équivalente.

$$\frac{9 \div 9}{36 \div 9} = \frac{1}{4}$$

Je sais que je peux trouver le nombre décimal en effectuant une division.

$$1 \div 4 = 0{,}25$$

Pour trouver le pourcentage, je dois effectuer une multiplication.

$$0{,}25 \times 100 = 25\ \%$$

La probabilité théorique qu'Élias gagne est peu probable, soit 25 %.

$$P(\text{Joyce gagne}) = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre total de résultats possibles}}$$
$$= \frac{4}{36}$$

Je sais que 4 est un facteur commun de 4 et 36. Donc, je peux réduire la fraction en trouvant une fraction équivalente.

$$\frac{4 \div 4}{36 \div 4} = \frac{1}{9}$$

Je sais que je peux trouver le nombre décimal en effectuant une division.

$$1 \div 9 = 0{,}111$$

Pour trouver le pourcentage, je dois effectuer une multiplication.

$$0{,}111 \times 100 = 11{,}1\ \%$$

La probabilité théorique que Joyce gagne est très peu probable, soit environ 11,1 %.

$$P(\text{Vincent gagne}) = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre total de résultats possibles}}$$
$$= \frac{9}{36}$$

Je sais que 9 est un facteur commun de 9 et 36. Donc, je peux réduire la fraction en trouvant une fraction équivalente.

$$\frac{9 \div 9}{36 \div 9} = \frac{1}{4}$$

Je sais que je peux trouver le nombre décimal en effectuant une division.

$$1 \div 4 = 0,25$$

Pour trouver le pourcentage, je dois effectuer une multiplication.

$$0,25 \times 100 = 25\ \%$$

La probabilité théorique que Vincent gagne est de 25 %.

Élias et Vincent ont les meilleures chances de gagner étant donné que leur probabilité théorique de gagner, de 25 %, est plus élevée que celle de Joyce.

STRATÉGIE 2

Probabilité expérimentale

Je vais réaliser l'expérience en me servant d'un dé à 6 faces que je lancerai 2 fois de suite, 150 fois en tout. Je note les résultats dans le tableau de probabilités pour ensuite inscrire le total pour chaque combinaison.

Voici un exemple de tableau :

		Dé à six faces					
		1	2	3	4	5	6
Dé à six faces	1	4 ✓	5	3 ✓	3	2 ✓	6
	2	2	2	6	2	5	2
	3	2 ✓	2	7 ✓✓	5	4 ✓	8 ✓
	4	2	5	4	5 ✓	2 ✓	3 ✓
	5	6 ✓	3	7 ✓	1 ✓	8 ✓✓	4 ✓
	6	3	5	3 ✓	6 ✓	5 ✓	8 ✓✓
Nombre total d'essais		150					

$$P(\text{Élias gagne}) = \frac{\text{nombre d'essais favorables}}{\text{nombre total d'essais}}$$

$$= \frac{4+3+2+2+7+4+6+7+8}{150}$$

$$= \frac{43}{150}$$

Je sais que je peux trouver le nombre décimal en effectuant une division.

$$43 \div 150 = 0,287$$

Pour trouver le pourcentage, je dois effectuer une multiplication.

$$0,287 \times 100 = 28,7\ \%$$

$$P(\text{Joyce gagne}) = \frac{\text{nombre d'essais favorables}}{\text{nombre total d'essais}}$$

$$= \frac{7+8+3+8}{150}$$

$$= \frac{26}{150}$$

Je sais que je peux trouver le nombre décimal en effectuant une division.

$$26 \div 150 = 0,173$$

Pour trouver le pourcentage, je dois effectuer une multiplication.

$$0,173 \times 100 = 17,3\ \%$$

$$P(\text{Vincent gagne}) = \frac{\text{nombre d'essais favorables}}{\text{nombre total d'essais}}$$

$$= \frac{5+2+3+1+8+4+6+5+8}{150}$$

$$= \frac{42}{150}$$

Je sais que je peux trouver le nombre décimal en effectuant une division.

$$42 \div 150 = 0,28$$

Pour trouver le pourcentage, je dois effectuer une multiplication.

$$0,28 \times 100 = 28\ \%$$

Selon les résultats que j'ai obtenus lors de l'expérience, la probabilité expérimentale qu'Élias gagne est d'environ 28,7 %, celle de Joyce est d'environ 17,3 % et celle de Vincent est de 28 %. Alors, Élias et Vincent ont les meilleures chances de gagner ce jeu de hasard.

EXEMPLE 2

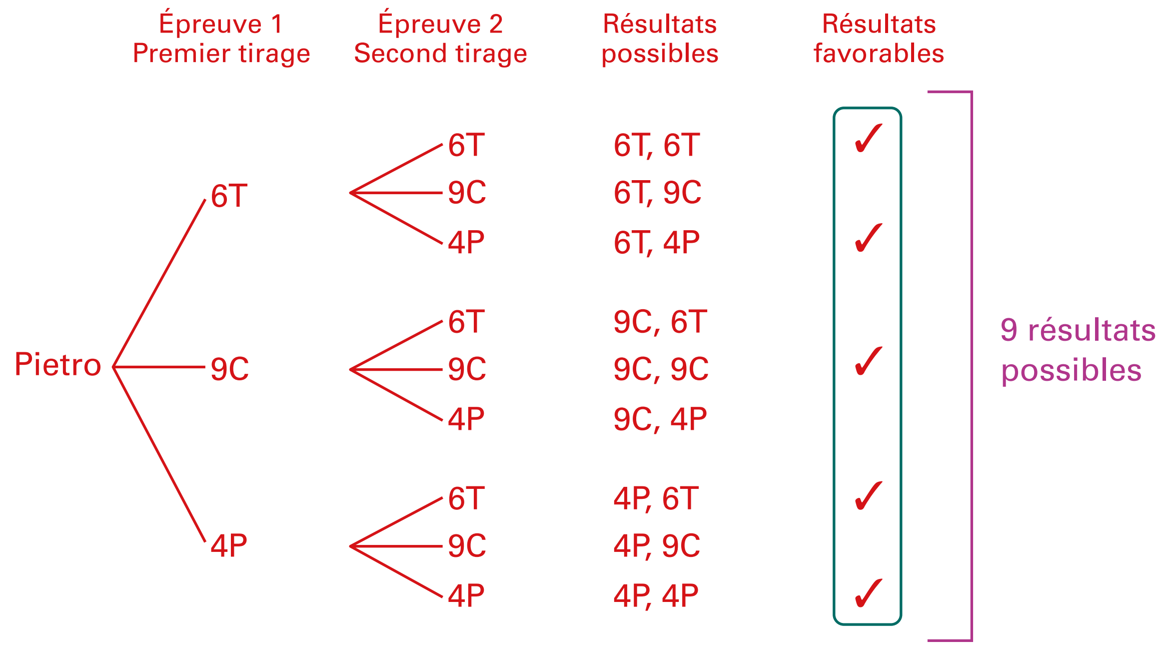
Dans un sac, il y a 3 cartes différentes : le 6 de trèfle, le 9 de cœur et le 4 de pique. Pietro tire une carte du sac, la remet dans le sac et en tire une seconde. Il gagne s'il tire 2 cartes de suite qui sont des multiples de 2 ou s'il tire 2 fois la même carte.

Détermine la probabilité théorique que Pietro gagne.

Quelle est la probabilité expérimentale de cet événement?

STRATÉGIE 1
Probabilité théorique

Je dénombre les résultats possibles à l'aide d'un diagramme en arbre.



Légende : T : trèfle C : cœur P : pique

$$P(\text{Pietro gagne}) = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre total de résultats possibles}}$$

$$= \frac{5}{9}$$

Je sais que je peux trouver le nombre décimal en effectuant une division.

$$5 \div 9 = 0{,}556$$

Pour trouver le pourcentage, je dois effectuer une multiplication.

$$0{,}556 \times 100 = 55{,}6\ \%$$

La probabilité théorique que Pietro gagne est d'environ 55,6 %.

STRATÉGIE 2

Probabilité expérimentale

Il s'agit d'une situation dans laquelle des cartes à jouer sont utilisées. Je prends les 3 cartes nécessaires et je les place dans un sac opaque. Je tire une carte et je note le résultat. Je remets la carte dans le sac. Puis, je tire une seconde carte, je note le résultat et je remets la carte dans le sac. Je répète l'expérience 40 fois en vue de déterminer la probabilité expérimentale de l'événement.

Voici un exemple de tableau :

		Cartes à jouer		
		Six de trèfle	Neuf de cœur	Quatre de pique
Cartes à jouer	Six de trèfle	2	6	4
	Neuf de cœur	6	4	3
	Quatre de pique	4	5	6
Nombre total d'essais		40		

$$P(\text{Pietro gagne}) = \frac{\text{nombre d'essais favorables}}{\text{nombre total d'essais possibles}}$$

$$= \frac{2+4+4+4+6}{40}$$

$$= \frac{20}{40}$$

Je sais que je peux trouver le nombre décimal en effectuant une division.

$$20 \div 40 = 0{,}5$$

Pour trouver le pourcentage, je dois effectuer une multiplication.

$$0{,}5 \times 100 = 50\ \%$$

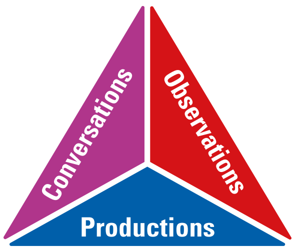
Selon les résultats que j'ai obtenus lors de l'expérience, la probabilité expérimentale de gagner ce jeu est équiprobable, soit de 50 %.

PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

Déroulement

- Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!**. Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou autre.
- Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves et les interpréter pour déterminer leurs points forts et cibler les prochaines étapes en vue de les aider à s'améliorer.

  Note : Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.



CORRIGÉ

1. Marie et Nora s'amusent à lancer 2 dés et à calculer la somme obtenue. Voici 3 événements qui peuvent se produire :

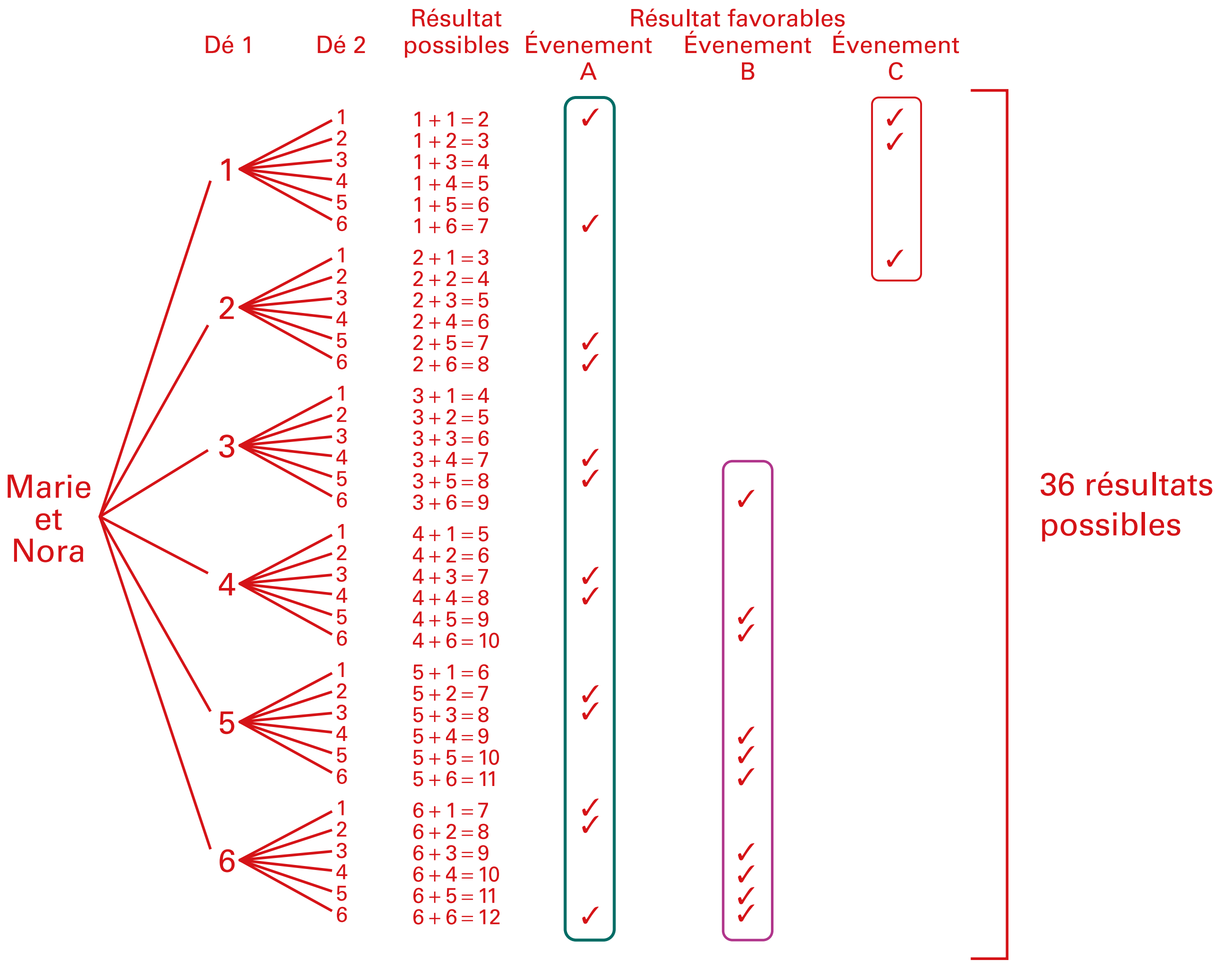
Événement A : Obtenir une somme de 2, de 7, de 8 ou de 12.

Événement B : Obtenir une somme supérieure ou égale à 9.

Événement C : Obtenir une somme inférieure ou égale à 3.

Calcule la probabilité théorique de chaque événement et détermine lequel est le plus probable. Justifie ta réponse.

Je dénombre les résultats possibles à l’aide d’un diagramme en arbre.



$$P(\text{événement A}) = \frac{\text{nombre d'essais favorables}}{\text{nombre total d'essais}}$$

$$= \frac{13}{36}$$

Pour trouver le nombre décimal, je dois diviser le numérateur par le dénominateur.

13 ÷ 36 = 0,361

Pour trouver le pourcentage, je dois multiplier le nombre décimal par 100.

0,361 × 100 = 36,1

$$P(\text{événement B}) = \frac{\text{nombre d'essais favorables}}{\text{nombre total d'essais}}$$

$$= \frac{10}{36}$$

Pour trouver le nombre décimal, je dois diviser le numérateur par le dénominateur.

$$10 \div 36 = 0{,}278$$

Pour trouver le pourcentage, je dois multiplier le nombre décimal par 100.

$$0{,}278 \times 100 = 27{,}8$$

$$P(\text{événement C}) = \frac{\text{nombre d'essais favorables}}{\text{nombre total d'essais}}$$

$$= \frac{3}{36}$$

Pour trouver le nombre décimal, je dois diviser le numérateur par le dénominateur.

$$3 \div 36 = 0{,}083$$

Pour trouver le pourcentage, je dois multiplier le nombre décimal par 100.

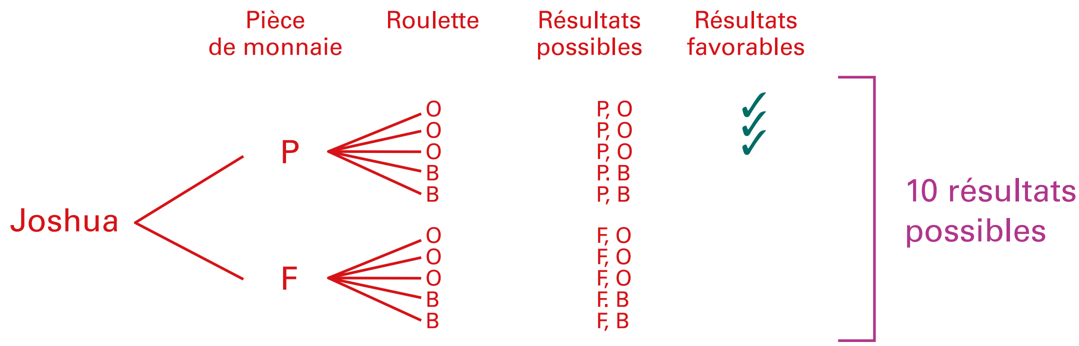
$$0{,}083 \times 100 = 8{,}3$$

L’événement le plus probable est l’événement A, soit celui d’obtenir une somme de 2, de 7, de 8 ou de 12. La probabilité que cet événement puisse se produire est d’environ 36 %.

2. Joshua est intéressé par un jeu de hasard qui consiste à lancer une pièce de monnaie et à faire tourner la flèche d'une roulette. Si la pièce de monnaie tombe sur le côté pile et que la flèche s'arrête sur un secteur ombré de la roulette, alors il gagne un prix.

Détermine la probabilité théorique de gagner ce jeu.

Je dénombre les résultats possibles à l'aide d'un diagramme en arbre.



Légende : P représente le côté pile F représente le côté face
O représente le secteur ombré de la roulette B représente le secteur blanc de la roulette

$$P(\text{côté pile et secteur ombré}) = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre total de résultats possibles}}$$

$$= \frac{3}{10}$$

Pour trouver le nombre décimal, je dois diviser le numérateur par le dénominateur.

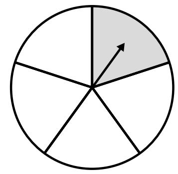
$3 \div 10 = 0{,}3$

Pour trouver le pourcentage, je dois multiplier le nombre décimal par 100.

$0{,}3 \times 100 = 30~\%$

La probabilité de gagner ce jeu est de 30 %.

3. Détermine la probabilité expérimentale de lancer une pièce de monnaie et de tourner la roulette. Pour gagner le jeu, tu dois avoir le côté face et un secteur blanc. Joue au jeu 25 fois pour trouver la probabilité expérimentale.



Je joue au jeu en lançant le dé et en faisant tourner la roulette 25 fois.

Pièce de monnaie côté face	Pièce de monnaie côté pile	Roulette secteur blanc	Roulette secteur ombré	Résultats favorables (face et blanc)
X			X	
X		X		✓
X		X		✓
	X	X		
	X	X		
X		X		✓
X		X		✓
	X		X	
	X		X	
	X	X		
	X	X		
X		X		✓
X		X		✓
X		X		✓
X			X	
X		X		✓
X		X		✓
	X	X		
	X	X		
	X	X		
	X	X		
X		X		✓
	X		X	
	X		X	
X		X		✓

$$P(\text{côté face et secteur blanc}) = \frac{\text{nombre d'essais favorables}}{\text{nombre total d'essais possibles}}$$

$$= \frac{11}{25}$$

Je sais que je peux trouver le nombre décimal en effectuant une division.

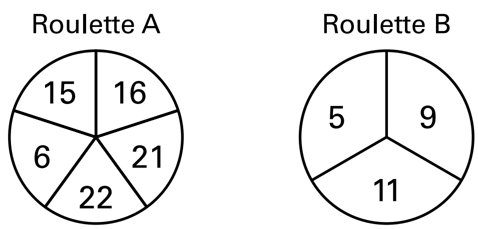
$11 \div 25 = 0{,}44$

Pour trouver le pourcentage, je dois effectuer une multiplication.

$$0{,}44 \times 100 = 44\ \%$$

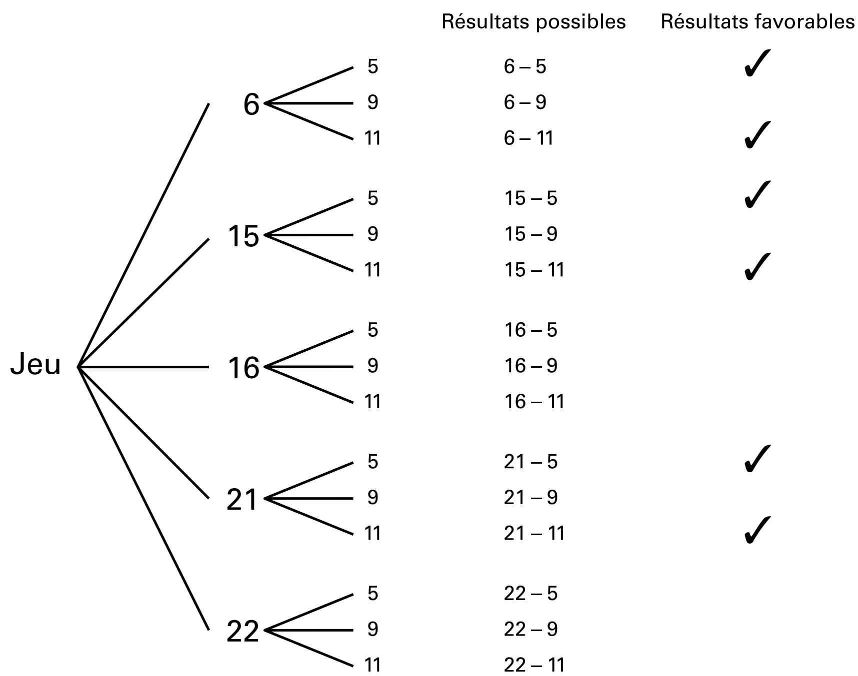
Selon les résultats que j'ai obtenus lors de l'expérience, la probabilité expérimentale de gagner ce jeu est de 44 %.

4. Pour gagner un prix, on propose le jeu suivant : faire tourner un trombone sur la roulette A, divisée en 5 secteurs congruents, et faire tourner un trombone sur la roulette B, divisée en 3 secteurs congruents. Pour gagner, le trombone de la roulette A doit s'arrêter sur un multiple de 3 et le trombone de la roulette B, sur un nombre premier.



Détermine la probabilité théorique de gagner ce jeu. Exprime la probabilité sous forme de pourcentage.

Je dénombre les résultats possibles à l'aide d'un diagramme en arbre.



$$P(\text{multiple de 3 et nombre premier}) = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre total de résultats possibles}}$$

$$= \frac{6}{15}$$

Je sais que je peux trouver le nombre décimal en effectuant une division.

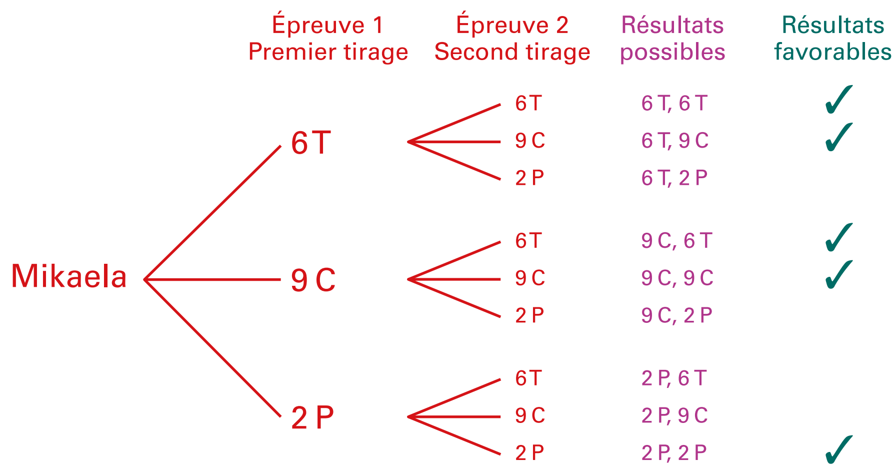
$$6 \div 15 = 0{,}4$$

Pour trouver le pourcentage, je dois effectuer une multiplication.

$$0,4 \times 100 = 40\ \%$$

La probabilité de gagner ce jeu est de 40 %.

5. Mikaela joue à un jeu. Elle a 3 cartes à jouer, soit le 6 de trèfle, le 9 de cœur et le 2 de pique. Elle tire une carte, la remet et en tire une seconde. Elle gagne si elle tire 2 multiples de 3 ou 2 cartes du même atout (deux nombres pareils). Détermine la probabilité théorique de cet événement.



Légende : T pour trèfle C pour cœur P pour pique

$$P(\text{Mikaela gagne}) = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre total de résultats possibles}}$$

$$= \frac{5}{9}$$

Pour trouver le nombre décimal, je dois diviser le numérateur par le dénominateur.

$$5 \div 9 = 0,556$$

Pour trouver le pourcentage, je dois multiplier le nombre décimal par 100.

$$0,556 \times 100 = 55,6\ \%$$

La probabilité théorique que Mikaela gagne ce jeu est d'environ 55,6 %.

Version de l'élève

6^{e} année

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

MINILEÇON

DONNÉES

Comparer les probabilités
théoriques et expérimentales
de deux événements indépendantss

PARTIE 1 – EXPLORATION GUIDÉE

EXEMPLE 1

Trois amis, Élias, Joyce et Vincent, ont décidé d'inventer un jeu de hasard.
Il s'agit de lancer un dé deux fois de suite. La personne gagnante est déterminée de la façon suivante :

- si les 2 lancers sont des nombres impairs, Élias obtient 1 point;
- si les 2 lancers sont des multiples de 3, Joyce obtient 1 point;
- si les 2 lancers sont des nombres supérieurs à 3, Vincent obtient 1 point.

Détermine la probabilité théorique et la probabilité expérimentale de ces événements.

Qui a la meilleure chance de gagner ce jeu de hasard?

TA STRATÉGIE

EXEMPLE 2

Dans un sac, il y a 3 cartes différentes : le 6 de trèfle, le 9 de cœur et le 4 de pique. Pietro tire une carte du sac, la remet dans le sac et en tire une seconde. Il gagne s'il tire 2 cartes de suite qui sont des multiples de 2 ou s'il tire 2 fois la même carte.

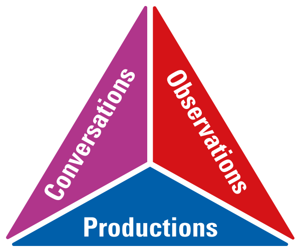
Détermine la probabilité théorique que Pietro gagne.

Quelle est la probabilité expérimentale de cet événement?

TA STRATÉGIE

PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

À ton tour!



1. Marie et Nora s’amusent à lancer 2 dés et à calculer la somme obtenue. Voici 3 événements qui peuvent se produire :

Événement A : Obtenir une somme de 2, de 7, de 8 ou de 12.

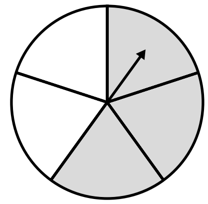
Événement B : Obtenir une somme supérieure ou égale à 9.

Événement C : Obtenir une somme inférieure ou égale à 3.

Calcule la probabilité théorique de chaque événement et détermine lequel est le plus probable. Justifie ta réponse.

TA STRATÉGIE

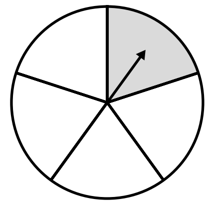
2. Joshua est intéressé par un jeu de hasard qui consiste à lancer une pièce de monnaie et à faire tourner la flèche d'une roulette. Si la pièce de monnaie tombe sur le côté pile et que la flèche s'arrête sur un secteur ombré de la roulette, alors il gagne un prix.



Détermine la probabilité théorique de gagner ce jeu.

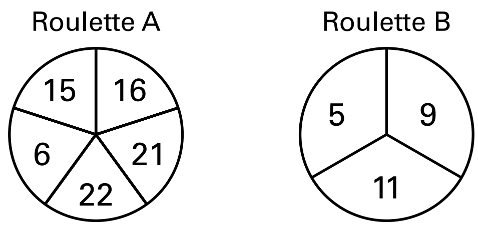
TA STRATÉGIE

3. Détermine la probabilité expérimentale de lancer une pièce de monnaie et de tourner la roulette. Pour gagner le jeu, tu dois avoir le côté face et un secteur blanc. Joue au jeu 25 fois pour trouver la probabilité expérimentale.



TA STRATÉGIE

4. Pour gagner un prix, on propose le jeu suivant : faire tourner un trombone sur la roulette A, divisée en 5 secteurs congruents, et faire tourner un trombone sur la roulette B, divisée en 3 secteurs congruents. Pour gagner, le trombone de la roulette A doit s'arrêter sur un multiple de 3 et le trombone de la roulette B, sur un nombre premier.



Détermine la probabilité théorique de gagner ce jeu. Exprime la probabilité sous forme de pourcentage.

TA STRATÉGIE

5. Mikaela joue à un jeu. Elle a 3 cartes à jouer, soit le 6 de trèfle, le 9 de cœur et le 2 de pique. Elle tire une carte, la remet et en tire une seconde. Elle gagne si elle tire 2 multiples de 3 ou 2 cartes du même atout (deux nombres pareils). Détermine la probabilité théorique de cet événement.

TA STRATÉGIE