Guide d'enseignement efficace des mathématiques

de la 4^{e} à la 6^{e} année

Numération et sens du nombre

Fascicule 3

Nombres décimaux et pourcentages

2008

appuyer chaque élève

Ontario

Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la 4e à la 6e année
Numération et sens du nombre
Fascicule 3 : Nombres décimaux et pourcentages

Le *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la 4e à la 6e année – Numération et sens du nombre* est réparti en trois fascicules : *Nombres naturels, Fractions* et *Nombres décimaux et pourcentages*. Ce troisième fascicule, *Nombres décimaux et pourcentages*, comprend notamment une introduction, une description de la grande idée *Sens du nombre* et une de la grande idée *Sens des opérations* détaillées à la lumière des nombres décimaux et des pourcentages ainsi qu'une situation d'apprentissage pour chaque année d'études au cycle moyen.

Guide d'enseignement efficace des mathématiques

de la 4e à la 6e année

Numération et sens du nombre

Fascicule 3

Nombres décimaux et pourcentages

TABLE DES MATIÈRES

GRANDE IDÉE 2 – SENS DES OPÉRATIONS 72

ÉTABLIR DES LIENS 111

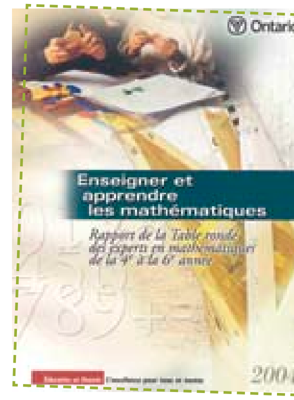
CHEMINEMENT DE L'ÉLÈVE 127

SITUATIONS D'APPRENTISSAGE 131

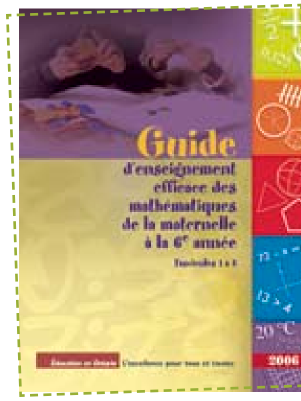
RÉFÉRENCES 186

PRÉFACE

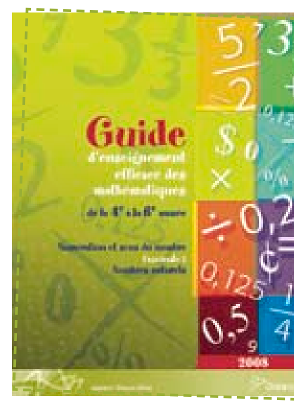
Le document intitulé *Enseigner et apprendre les mathématiques : Rapport de la Table ronde des experts en mathématiques de la 4e à la 6e année* souligne que « l'enseignement joue un rôle central dans l'apprentissage et la compréhension des mathématiques chez les élèves du cycle moyen » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004a, p. 35) et il en définit les principales composantes. Pour appuyer la mise en œuvre des recommandations présentées dans ce rapport, le ministère de l'Éducation de l'Ontario a entrepris l'élaboration d'une série de guides pédagogiques composée d'un guide principal et de guides d'accompagnement.



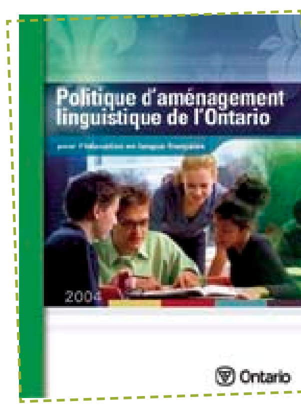
Le **guide principal**, publié en cinq fascicules et intitulé *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 6e année* (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006), propose des stratégies précises pour l'élaboration d'un programme de mathématiques efficace et la création d'une communauté d'apprenants et d'apprenantes chez qui le raisonnement mathématique est développé et valorisé. Les stratégies portent essentiellement sur les grandes idées inhérentes aux attentes du programme-cadre de mathématiques (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005), sur la résolution de problèmes comme principal contexte d'apprentissage des mathématiques et sur la communication comme moyen de développement et d'expression de la pensée mathématique. Ce guide contient également des stratégies d'évaluation, de gestion de classe et de communication avec les parents[1].



Les **guides d'accompagnement**, rédigés par domaine en tenant compte des attentes et des contenus d'apprentissage du programme-cadre de mathématiques, suggèrent des applications pratiques des principes et des fondements présentés dans le guide principal. Ils sont conçus pour aider l'enseignant ou l'enseignante à s'approprier la pédagogie propre à chaque domaine mathématique afin d'améliorer le rendement des élèves en mathématiques.



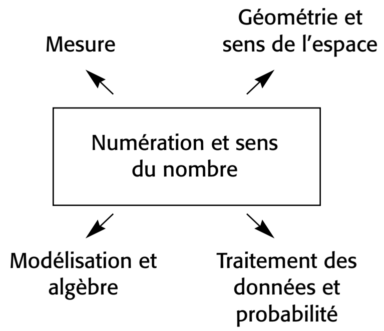
Le guide principal et les guides d'accompagnement ont été élaborés en conformité avec la *Politique d'aménagement linguistique de l'Ontario pour l'éducation en langue française* (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004b) pour soutenir la réussite scolaire des élèves et appuyer le développement durable de la communauté scolaire de langue française de l'Ontario. Ils mettent l'accent, entre autres, sur des stratégies d'enseignement qui favorisent l'acquisition par chaque élève de compétences en communication orale.



1. Dans le présent document, *parents* désigne père, mère, tuteur et tutrice.

INTRODUCTION

> *Pour réussir dans le monde d'aujourd'hui, nous devons avoir une excellente compréhension conceptuelle des mathématiques. Chaque jour, nous sommes bombardés de nombres, de statistiques, de publicités et de données, à la radio, à la télévision et dans les journaux. Nous avons besoin d'une certaine aptitude mentale et d'un solide sens du nombre pour évaluer les publicités, estimer des quantités, calculer efficacement avec les nombres afin de composer avec le quotidien et de juger si ces calculs sont appropriés.*
>
> (Fosnot et Dolk, 2001, p. 98, traduction libre)



Les nombres et les opérations jouent un rôle de premier plan dans l'apprentissage des mathématiques, puisque pour maîtriser divers concepts mathématiques, les élèves s'appuient sur la compréhension qu'ils en ont. En plus d'être directement reliés aux autres domaines, les nombres et les opérations sont utilisés quotidiennement par tout le monde. C'est pourquoi, historiquement, le domaine Numération et sens du nombre est au cœur de l'apprentissage des mathématiques.

Cependant, l'apprentissage des nombres et des opérations a évolué au fil du temps. La numération et le sens du nombre, c'est plus que :

- l'application d'algorithmes et de procédures;
- la recherche de la bonne réponse;
- des séries d'exercices arithmétiques.

La numération et le sens du nombre, au cycle moyen, c'est :

- la compréhension des nombres et des quantités qu'ils représentent;
- l'établissement de liens entre les concepts numériques;
- l'utilisation de stratégies comprises et efficaces pour calculer dans divers contextes.

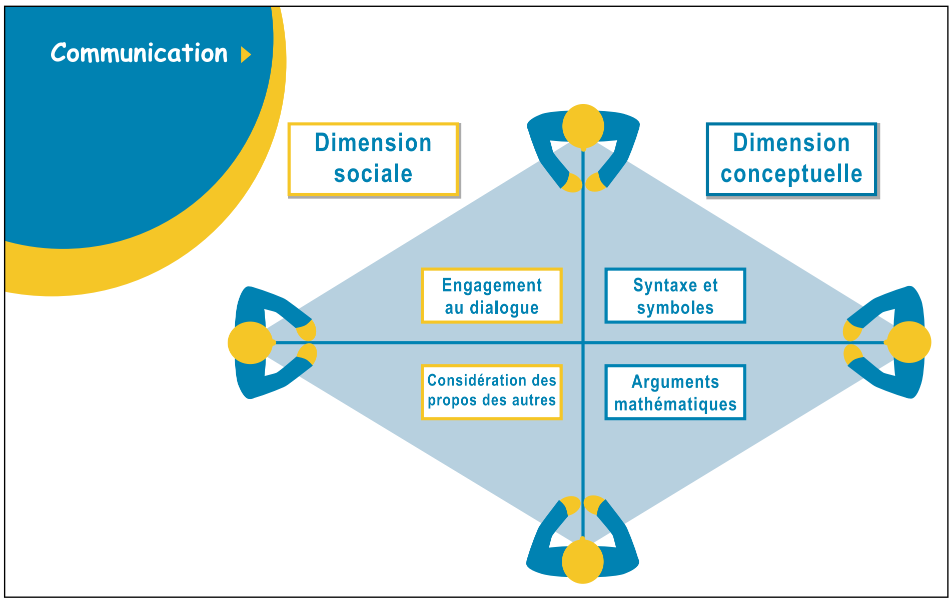
ENSEIGNEMENT EFFICACE DE LA NUMÉRATION

Parmi les nombreux éléments qui contribuent à l'efficacité de l'enseignement des mathématiques, certains ont une incidence plus grande que d'autres. Le présent guide est rédigé en tenant compte plus particulièrement de quatre de ces éléments, soit la communication, l'enseignement par la résolution de problèmes, les échelles de développement du sens du nombre et du sens des opérations et les grandes idées.

Communication[2]

… la communication, entendue comme activité sociale et culturelle médiatisée par la langue, les symboles scientifiques et les outils technologiques, apparaît comme l'un des moyens privilégiés d'appropriation du savoir. En participant à une discussion avec ses pairs et l'enseignante ou l'enseignant, l'élève acquiert une conscience de plus en plus nette des objets d'apprentissage.

(Radford et Demers, 2004, p. 15)



La communication est un élément essentiel dans l'apprentissage des mathématiques. C'est une habileté qui va au-delà de l'utilisation appropriée de la terminologie et des symboles mathématiques dans une communication verbale ou écrite. C'est aussi, de façon plus importante, un véhicule par lequel les élèves acquièrent une compréhension des concepts mathématiques dans des contextes qui font appel à des raisonnements et à des arguments mathématiques. C'est ce que Radford et Demers (2004) appellent la *dimension conceptuelle de la communication*.

Ces chercheurs soulignent aussi l'importance de prendre en compte la dimension sociale de la communication. En effet, qui dit « communication » dit « échange » entre deux personnes ou plus. L'échange sera profitable pour toutes les personnes impliquées, dans la mesure où il règne au sein du groupe un climat propice au dialogue et une culture de respect et d'écoute.

2. Pour plus de détails au sujet de la communication, consulter le *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 6e année*, fascicule 2 (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006, p. 79-114).

Pour accroître l'efficacité de l'enseignement de la numération, l'enseignant ou l'enseignante doit favoriser l'émergence d'une culture qui valorise la communication comme moyen d'appropriation du savoir. On doit donc créer des occasions propices aux échanges entre les élèves afin de les pousser à préciser leurs raisonnements et leurs stratégies. La communication est au centre de toutes les situations d'apprentissage proposées dans le présent guide.

Un élément important dans l'enseignement du sens du nombre est la quantité remarquable d'interactions verbales en classe. Encourager les élèves à parler et à partager leurs idées les aide à établir des liens entre ces idées pour leur propre bénéfice et pour celui de leurs pairs.

(Van de Walle et Bowman Watkins, 2003, p. 146, traduction libre)

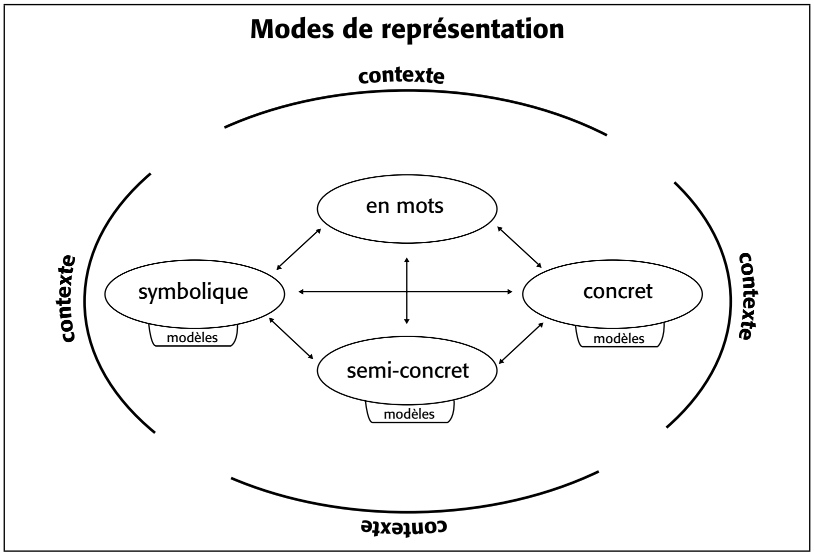
RÔLE DES REPRÉSENTATIONS DANS L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES

En mathématiques, la communication n'est pas uniquement une affaire de mots. Les idées doivent être véhiculées au moyen de différents modes : concrètement (p. ex., avec des cubes emboîtables), semi-concrètement (p. ex., avec une droite graduée ou une illustration), symboliquement (p. ex., en utilisant des chiffres et des symboles mathématiques dans une équation) et, bien sûr, verbalement, à l'aide de mots, qu'ils soient lus, vus, dits, écrits ou entendus.

L'enseignement des mathématiques est plus efficace lorsqu'on comprend l'effet des représentations externes sur l'apprentissage. Pour cela, nous devons être capables de discuter des représentations internes des élèves – le sens qu'ils y donnent, les relations qu'ils établissent et la manière dont ils joignent ces représentations les unes avec les autres.

(Goldin et Shteingold, 2001, p. 19, traduction libre)

Ces divers modes de représentation présentés dans le schéma ci-après permettent d'exploiter plusieurs entrées cognitives, établissant ainsi des liens entre les idées, liens indispensables à l'apprentissage. L'enseignant ou l'enseignante utilise des modèles pour représenter des concepts mathématiques aux élèves qui, à leur tour, s'en servent pour résoudre des problèmes et clarifier leur pensée.



L'utilisation de modèles pour organiser, enregistrer et communiquer des idées mathématiques facilite les représentations. À l'aide du matériel de manipulation, de diagrammes, d'illustrations et de symboles, les modèles servent à « faire voir les mathématiques ». Le recours à ces modèles aide aussi à s'approprier les idées mathématiques et à les comprendre.

(Fennell, 2006, p. 3, traduction libre)

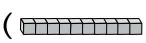
MODÈLES MATHÉMATIQUES

Depuis longtemps, les mathématiciens et les mathématiciennes construisent des modèles pour expliquer et représenter des découvertes et des observations du monde et pour les communiquer efficacement. Par exemple, en pensant à un nombre, certains le visualisent dans un modèle mathématique tel que la droite numérique ouverte ou une grille de nombres. Cela aide à mieux cerner le nombre et à reconnaître qu'il est *plus que*…, *moins que*… ou *près de*… un autre nombre. Les modèles sont donc des représentations d'idées mathématiques.

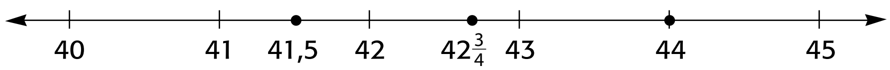
Un ou une jeune enfant visualise le monde qui l'entoure à sa façon. Pour dessiner l'arbre devant sa maison, il trace des lignes sur du papier et le représente en deux dimensions, et ce, même s'il l'a touché, en a fait le tour et s'est abrité sous ses branches (Fosnot et Dolk, 2001, p. 74). Cette représentation n'est pas une copie de l'arbre, mais bien une construction de ce qu'il connaît. C'est en fait « un modèle » de l'arbre. Il en va de même pour les élèves dont les premiers modèles utilisés pour résoudre des problèmes reflètent leur interprétation de la réalité.

Toujours selon Fosnot et Dolk (2001, p. 80), les modèles, tout comme les grandes idées et les stratégies, ne peuvent être transmis automatiquement, mais font l'objet d'une réappropriation et d'une construction de la part des élèves. La table de valeurs en est un bon exemple : intuitivement, les élèves « organisent » les données numériques en les plaçant de façon disparate sur une feuille, mais la table de valeurs permet de les ordonner en vue de les traiter et de les analyser.

Cependant, une précision au sujet des modèles et du matériel de manipulation est de mise : le modèle n'est pas l'idée mathématique. De ce fait, l'arbre que l'enfant a dessiné, dans l'exemple plus haut, n'est pas un arbre, mais une modélisation de la situation qui servira à en discuter. Il en va de même de tous les modèles employés.

Le matériel de base dix est un modèle, car il suppose que l'utilisateur ou l'utilisatrice possède déjà une compréhension du concept de regroupement. Cependant, présenter une languette d'une trousse de matériel de base dix () et affirmer qu'il s'agit d'une dizaine est faux. L'objet n'est pas une « dizaine », mais un moyen concret de représenter « l'idée » de la dizaine. Ici, il représente une dizaine de petits cubes, mais il pourrait représenter une unité, un arbre ou même une poutre. Selon l'intention, il pourrait aussi représenter un dixième, par exemple, en représentant le nombre 2,5 avec 2 planchettes (2 unités) et 5 languettes (5 dixièmes).

La droite numérique est un autre modèle auquel les élèves doivent être exposés. La droite numérique ne représente pas la quantité correspondant aux nombres qui sont placés sur cette droite; elle permet de « voir » les nombres en relation les uns avec les autres. Par exemple, une droite numérique sur laquelle les nombres 44, $42\frac{3}{4}$ et 41,5 sont placés représente la relation d'ordre entre ces trois nombres.



Dans le but de favoriser le raisonnement des élèves, l'enseignant ou l'enseignante doit utiliser divers modèles et les inciter à faire de même. Les modèles ne devraient pas nécessairement faire l'objet d'un enseignement formel; ils peuvent être présentés dans le cadre de situations de résolution de problèmes. Par exemple, la droite numérique est un excellent modèle pour explorer l'addition de plusieurs nombres. Cependant, la majorité des élèves ne « conçoivent » pas qu'elle puisse être créée sans qu'elle soit graduée. Imaginons alors un échange mathématique, dans le cadre d'un problème d'addition, où ils présentent leurs stratégies de résolution de problèmes. L'enseignant ou l'enseignante pourra en profiter pour faire un lien entre la droite numérique utilisée par un ou une élève (Figure 1) pour effectuer une opération et la possibilité d'utiliser une droite numérique ouverte (Figure 2).

Exemple

5 + 3 + 10

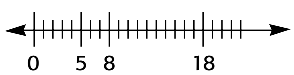


Figure 1

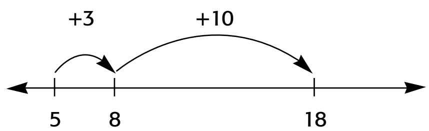


Figure 2

De même, afin de représenter des situations impliquant des fractions, les élèves tendent souvent à utiliser un modèle de surface (p. ex., cercle ou rectangle). Cependant, ce type de modèle ne permet pas de représenter fidèlement des situations où le tout est une longueur ou une distance. L'enseignant ou l'enseignante peut alors profiter d'une occasion où les élèves utilisent un modèle de surface pour représenter la fraction d'une longueur et leur montrer comment un modèle de longueur (p. ex., segment de droite) serait plus approprié.

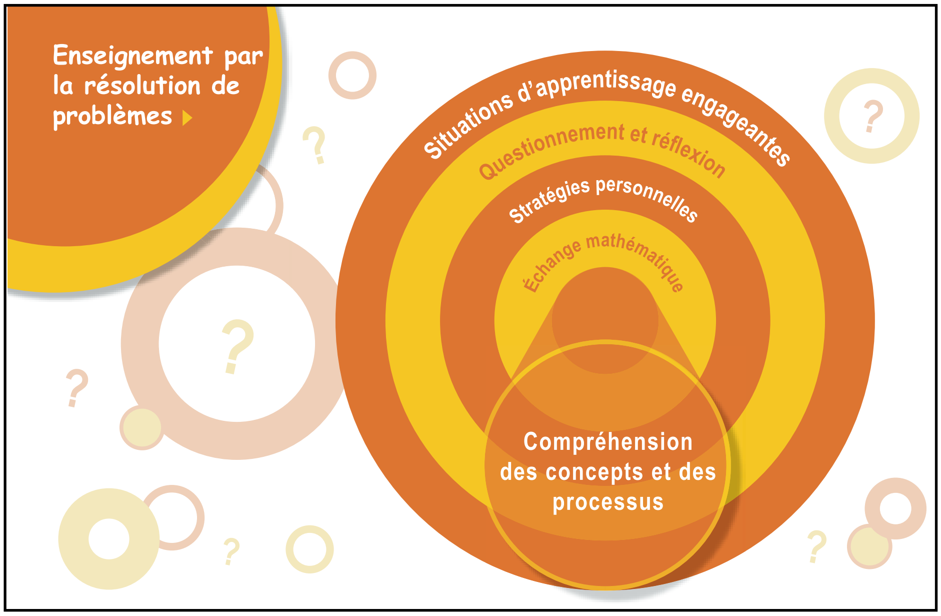
Les élèves doivent être exposés à une multitude de représentations pour être en mesure d'établir des liens entre elles et consolider leur apprentissage. Au cours de leur scolarisation, ils doivent vivre une transition à partir de l'utilisation d'un **modèle comme outil didactique** dans une situation particulière vers l'utilisation d'un **modèle comme stratégie** pour généraliser des idées mathématiques, pour résoudre des problèmes et pour appliquer le modèle à de nouveaux contextes. Cette transition d'un contexte familier à un nouveau contexte constitue une étape fondamentale dans l'apprentissage des mathématiques. Elle se retrouve dans la grille d'évaluation du rendement du programme-cadre de mathématiques, sous la compétence « Mise en application ».

Voici quelques modèles que les élèves peuvent utiliser en numération et sens du nombre :

- la droite numérique;
- la droite numérique ouverte;
- la disposition rectangulaire;
- la table de valeurs;
- la grille de nombres;
- le matériel de base dix;
- l'équation;
- le modèle de surface pour représenter des fractions;
- le modèle de longueur pour représenter des fractions;
- le modèle d'un ensemble pour représenter des fractions;
- la monnaie pour représenter des nombres décimaux.

Enseignement par la résolution de problèmes[3]

> *L'activité de résolution de problèmes et l'apprentissage sont intimement liés; les élèves apprennent les mathématiques en faisant des mathématiques.*
>
> (Van de Walle et Folk, 2005, p. 44, traduction libre)



Afin d'aider les élèves à bien comprendre les concepts et les processus en numération et sens du nombre, il est important de les placer en situation de résolution de problèmes dès le début d'une unité d'apprentissage. Lorsqu'ils travaillent en équipe à résoudre un problème engageant et non routinier, les élèves deviennent habiles à formuler une hypothèse et un argument mathématique. Ils apprennent aussi à prendre des risques, à persévérer et à avoir confiance en leur capacité à résoudre des problèmes. C'est dans un tel contexte que l'apprentissage des mathématiques prend tout son sens.

L'enseignement par la résolution de problèmes exige que l'enseignant ou l'enseignante présente des situations d'apprentissage qui soutiennent l'intérêt des élèves. Le contexte ou la situation du problème devient alors un facteur déterminant. « Les problèmes proposés devraient partir de contextes réels (c'est-à-dire

> *Pour créer un milieu d'enseignement et d'apprentissage stimulant, il faut déterminer les interventions qui devraient être conservées, celles qui peuvent être améliorées et celles qui pourraient être mises en place pour mieux rejoindre les garçons et mieux accompagner les filles dans leur apprentissage.*
>
> (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005, p. 17)

3. Pour plus de détails au sujet de l'enseignement par la résolution de problèmes, consulter le *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 6^{e} année*, fascicule 2 (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006, p. 8-40).

des situations qui se produisent de façon authentique en salle de classe), de contextes réalistes (c'est-à-dire des situations qui sont issues d'expériences qui pourraient être vécues par les élèves à l'extérieur de la salle de classe) et même de contextes fantaisistes (c'est-à-dire des situations qui font appel à l'imaginaire des élèves) » (Vézina et coll., 2006, p. 4). De fait, le contexte peut être un élément accrocheur pour les élèves et leur donne une raison de « faire des mathématiques ». Conséquemment, le contexte doit être choisi, formulé et façonné judicieusement, afin de toucher leur sensibilité. Le contexte est donc un élément de la résolution de problèmes qui peut être utilisé afin de susciter l'intérêt des élèves, notamment les garçons et les élèves ayant des besoins particuliers.

Au cours de l'échange mathématique, les apprenants et apprenantes – de jeunes mathématiciens et mathématiciennes au travail – défendent leur raisonnement. Des idées et des stratégies ressortent de la discussion et contribuent à former le bagage mathématique de tous les élèves de la classe.

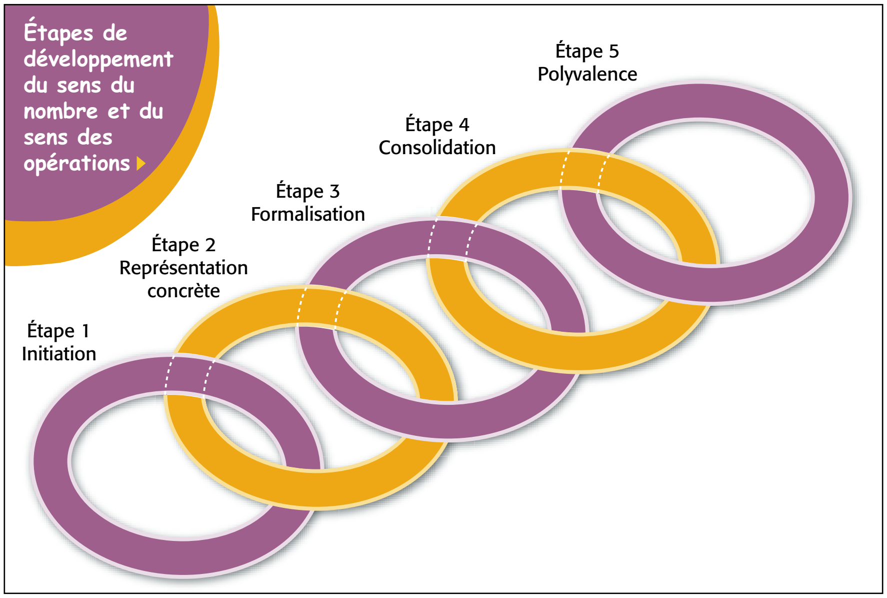
(Fosnot et Dolk, 2001, p. 29, traduction libre)

L'enseignement par la résolution de problèmes exige aussi que l'enseignant ou l'enseignante présente aux élèves des situations d'apprentissage riches en contenu mathématique qui les incitent à réfléchir. Il ou elle doit ensuite laisser les élèves élaborer leurs propres stratégies de résolution de problèmes sans trop les diriger. Enfin, l'enseignant ou l'enseignante doit clarifier les concepts mathématiques lorsque les élèves présentent leurs stratégies et leurs solutions lors de l'échange mathématique. L'échange mathématique est en quelque sorte un temps d'objectivation au cours duquel les élèves expliquent et défendent leur raisonnement et analysent celui des autres. L'apprentissage et la compréhension se forgent grâce à cette confrontation d'idées et à un questionnement efficace de la part de l'enseignant ou de l'enseignante. En outre, l'échange mathématique permet aux élèves de consolider leurs apprentissages et de développer diverses habiletés telles que l'habileté à résoudre des problèmes, à communiquer, à raisonner, à écouter et à analyser. Pour plus de détails au sujet de l'échange mathématique, consulter le *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 6e année,* fascicule 3 (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006, p. 44-45). L'enseignement par la résolution de problèmes est axé sur la compréhension. En numération et sens du nombre, les élèves résoudront des problèmes pour acquérir un meilleur sens des opérations, lequel se traduira par l'emploi de stratégies comprises et non par l'emploi d'étapes mémorisées et appliquées aveuglément. Toutes les situations d'apprentissage présentées dans le présent guide se prêtent à un enseignement par la résolution de problèmes.

Échelles de développement du sens du nombre et du sens des opérations

Les échelles de développement permettent à l'enseignant ou à l'enseignante de déterminer les étapes que les élèves ont franchies dans l'apprentissage des nombres et des opérations et de mieux cerner les prochaines étapes à franchir.

(Small, 2005b, p. 2, traduction libre)



Le développement des connaissances et des habiletés des élèves en numération et sens du nombre s'effectue progressivement; il est caractérisé par un approfondissement graduel du sens du nombre et du sens des opérations qui s'échelonne sur l'ensemble des années d'études au palier élémentaire.

Les tableaux qui suivent proposent une échelle de développement du sens du nombre (Tableau 1) et une échelle de développement du sens des opérations (Tableau 2). Chaque échelle décrit un continuum de développement en cinq étapes qui va de l'initiation à la polyvalence comme illustré dans le schéma ci-dessus.

Ce continuum, qui reflète un cheminement du concret vers l'abstrait, est fondé sur les trois prémisses suivantes :

1. Les élèves doivent passer par toutes les étapes pour chaque nouveau concept. S'ils escamotent certaines étapes, il leur sera difficile de développer pleinement le sens du nombre et le sens des opérations jusqu'à l'étape de la polyvalence. Par contre, au fil des années et selon leur bagage d'expériences, ils seront en mesure de passer par les premières étapes de plus en plus rapidement.
2. Le parcours à travers ces étapes ne se fait pas exclusivement de façon unidirectionnelle. Au contraire, selon les situations d'apprentissage auxquelles ils doivent faire face, les élèves peuvent avoir besoin de revenir à une étape précédente pour consolider leurs acquis.
3. Les étapes ne forment pas des ensembles disjoints. Il y a une zone d'intersection entre deux étapes consécutives et les élèves peuvent se situer dans cette zone en ce qui a trait à la compréhension d'un concept particulier.

Pour plus de renseignements au sujet de la zone proximale de développement, voir le *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 6e année*, fascicule 1 (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006, p. 38-39).

Dans chacun des tableaux, les étapes sont définies brièvement et sont accompagnées de quelques exemples de comportements observables qui servent à en préciser le sens. L'enseignant ou l'enseignante peut utiliser ces tableaux dans le cadre d'une évaluation diagnostique ou formative pour déterminer l'étape à laquelle les élèves se situent par rapport à un concept particulier. Il ou elle pourra alors planifier des situations d'apprentissage qui correspondent à la zone proximale de développement des élèves et qui permettront à ces derniers de poursuivre leur cheminement vers l'étape suivante. La progression d'une étape à l'autre est tributaire de la pertinence des activités d'apprentissage et des échanges mathématiques vécus en classe. Autrement dit, plus les élèves vivront des expériences signifiantes, plus leur compréhension sera aiguisée et claire.

Note : Il importe de souligner que les cinq étapes dans ces deux tableaux ne sont aucunement liées aux années d'études ou aux niveaux de rendement de la grille d'évaluation présentée dans le programme-cadre de mathématiques.

Le tableau 1 qui suit décrit les étapes de développement du sens du nombre. Il importe de retenir que le mot « nombre » dans ce tableau comprend à la fois les nombres naturels, les fractions et les nombres décimaux. Lorsqu'un ensemble de nombres est l'objet d'étude pour la première fois, les élèves se situent généralement à l'étape 1. Par exemple, lorsque les élèves de 4e année amorcent l'étude des nombres décimaux, ils se situent à l'étape 1 pour cet ensemble de nombres. Par contre, ils peuvent être à l'étape 3 en ce qui a trait aux nombres naturels.

Tableau 1 — Échelle de développement du sens du nombre

Étapes	Exemples de comportements observables
Étape 1 – Initiation Compréhension intuitive de la quantité représentée par certains nombres	**L'élève :** • reconnaît des représentations symboliques, concrètes, semi-concrètes et en mots de certains nombres (p. ex., 0 à 10, $\frac{1}{2}$, 0,5), ainsi que la quantité qu'ils représentent.
Étape 2 – Représentation concrète Habileté à représenter des nombres de façon concrète	**L'élève :** • estime des quantités d'objets données; • utilise des regroupements afin de comprendre les quantités exprimées (p. ex., 10 dizaines = 1 centaine, 4 quarts = 1 entier, 10 centièmes = 1 dixième); • reconnaît, compare, représente et utilise des quantités (p. ex., quantités représentées par les nombres de 1 à 100, par des fractions simples dont le dénominateur est généralement inférieur à 12 et par des nombres décimaux aux centièmes); • reconnaît et détermine des représentations équivalentes de nombres en utilisant du matériel concret (p. ex., 153 = 150 + 3, $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, $\frac{2}{10}$ = 0,2 et 0,30 = 0,3).
Étape 3 – Formalisation Compréhension de la quantité représentée par les nombres et des représentations symboliques équivalentes à cette quantité	**L'élève :** • utilise régulièrement des repères pour établir des relations entre les nombres; • compare les nombres en utilisant leur représentation symbolique (p. ex., à l'aide de la valeur de position, en utilisant le sens de la fraction); • reconnaît l'équivalence entre des représentations symboliques (p. ex., $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$ = 25 %, $\frac{75}{100}$ = 0,75 = 0,7 + 0,05); • reconnaît la différence entre une estimation et une valeur exacte.
Étape 4 – Consolidation Facilité à utiliser les relations entre les nombres dans une variété de situations	**L'élève :** • utilise, compare, reconnaît et décrit les nombres indépendamment de la notation utilisée; • utilise des équivalences entre diverses notations d'une quantité (p. ex., nombre naturel, fraction propre, fraction impropre, nombre fractionnaire, nombre décimal, pourcentage) pour résoudre des problèmes; • détermine avec exactitude ou approximativement la valeur d'une quantité, selon le contexte, en utilisant diverses stratégies; • a une compréhension des principes sous-jacents aux notations (p. ex., système de valeur de position applicable aux nombres naturels et aux nombres décimaux, le rôle du numérateur et du dénominateur afin de déterminer la grandeur d'une fraction).
Étape 5 – Polyvalence Habileté à manipuler les nombres avec souplesse	**L'élève :** • reconnaît naturellement la grandeur relative des nombres; • choisit et utilise la représentation d'un nombre la plus appropriée pour une situation donnée.

Le tableau 2 qui suit décrit les étapes de développement du sens des opérations. Il importe de lier le sens des opérations à l'ensemble de nombres avec lequel les élèves effectuent les opérations. Par exemple, un ou une élève peut être en mesure d'effectuer les opérations de base avec les fractions à l'aide de matériel concret (étape 2) tout en étant capable d'effectuer les opérations de base avec les nombres naturels en utilisant des stratégies personnelles (étape 3). La progression d'une étape à l'autre peut aussi se faire à un rythme différent selon les opérations. Ainsi, un ou une élève peut, par exemple, être à l'étape 4 avec les opérations d'addition et de soustraction de nombres naturels, mais à l'étape 3 avec les opérations de multiplication et de division de ces mêmes nombres.

Tableau 2 — Échelle de développement du sens des opérations

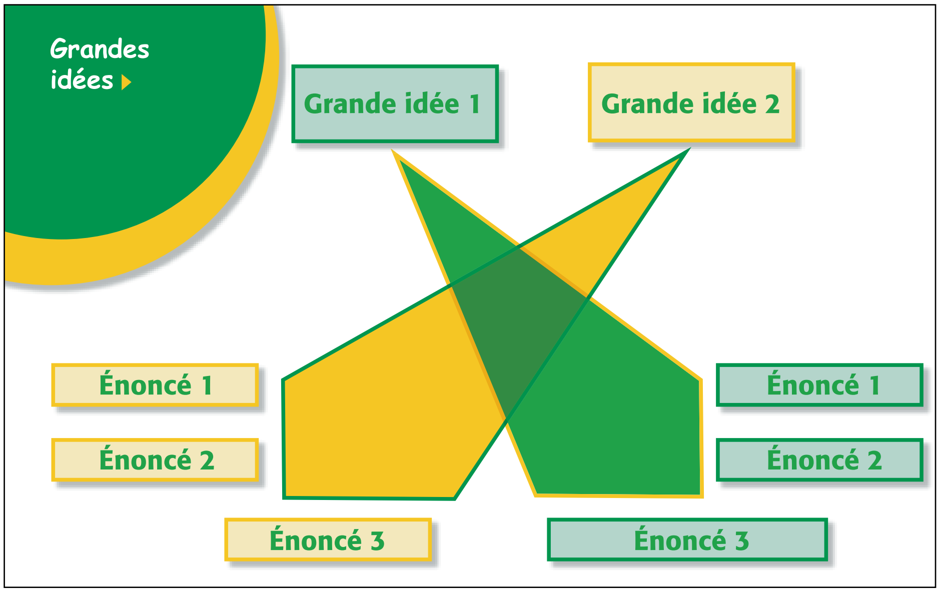
Étapes	Exemples de comportements observables
Étape 1 – Initiation Compréhension intuitive du sens des opérations arithmétiques de base	**L'élève :** • associe chacune des opérations de base à une action (p. ex., l'addition à un ajout, la soustraction à un retrait, la multiplication à la réunion de groupes égaux et la division à un partage en groupes égaux).
Étape 2 – Représentation concrète Habileté à effectuer concrètement les opérations	**L'élève :** • effectue les opérations à l'aide de matériel concret; • reconnaît quelques relations entre les opérations (p. ex., la soustraction est l'opération inverse de l'addition); • possède et utilise un répertoire limité de faits numériques de base; • peut anticiper l'ordre de grandeur du résultat d'une opération.
Étape 3 – Formalisation Habileté à effectuer les opérations en utilisant des stratégies personnelles et des algorithmes usuels	**L'élève :** • reconnaît la ou les opérations à effectuer pour résoudre des problèmes simples; • possède et utilise une variété de stratégies pour effectuer les opérations et évalue la vraisemblance du résultat; • connaît et utilise les faits numériques de base; • effectue mentalement des calculs simples; • reconnaît certaines des propriétés des opérations.
Étape 4 – Consolidation Facilité à utiliser efficacement les opérations dans une variété de situations	**L'élève :** • résout des problèmes complexes avec les opérations; • utilise le raisonnement proportionnel pour résoudre des problèmes simples; • possède un grand répertoire de stratégies de dénombrement, de comparaison, d'estimation et de calcul; • choisit une stratégie de calcul appropriée dans une situation donnée (p. ex., recours au calcul mental, à un algorithme usuel ou personnel, à la calculatrice ou à l'ordinateur); • distingue les situations qui nécessitent une réponse approximative de celles qui nécessitent une réponse exacte; • comprend et utilise les propriétés des opérations.
Étape 5 – Polyvalence Habileté à utiliser les opérations avec souplesse	**L'élève :** • choisit la notation des nombres la plus appropriée en fonction de l'opération à effectuer (p. ex., $\frac{3}{4}$, 0,75 ou 75 %); • utilise le raisonnement proportionnel pour résoudre des problèmes complexes; • choisit naturellement une stratégie de calcul efficace et peut justifier le choix et l'efficience de la stratégie utilisée.

Au cycle primaire, les élèves acquièrent généralement une compréhension des nombres naturels et des quatre opérations de base sans toutefois saisir pleinement toute la complexité de ces concepts. Le développement du sens du nombre et du sens des opérations se poursuit aux cycles moyen et intermédiaire avec l'étude des grands nombres naturels, des fractions et des nombres décimaux.

À la fin du cycle moyen, les élèves n'auront pas atteint l'étape de la polyvalence pour tous les concepts liés aux nombres ou aux opérations. La progression se poursuit en 7^{e} et 8^{e} année, et ce, particulièrement en ce qui a trait aux fractions, aux rapports et aux nombres décimaux. L'objectif à long terme de l'enseignant ou de l'enseignante est de consolider la compréhension des élèves et de les amener à faire preuve de plus de souplesse dans l'utilisation des nombres et des opérations.

Grandes idées[4]

> *Lorsque les enseignantes et enseignants disposent d'un programme-cadre structuré, axé sur les concepts essentiels en mathématiques et, en outre, fondé sur les grandes idées, ils peuvent déterminer la composition de leçons susceptibles de favoriser l'apprentissage de ces concepts mathématiques importants.*
>
> (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004a, p. 21)



Les attentes et les contenus d'apprentissage du programme-cadre de mathématiques font appel à un grand nombre de concepts. Les grandes idées permettent à l'enseignant ou l'enseignante de voir comment ces concepts peuvent être regroupés pour planifier une programmation plus efficace de l'enseignement. Ce faisant, l'enseignant ou l'enseignante est en mesure d'élaborer des situations d'apprentissage cohérentes qui permettent aux élèves :

- d'explorer les concepts en profondeur;
- d'établir des liens entre les différents concepts;
- de reconnaître que les mathématiques forment un tout cohérent et non un éventail de connaissances disparates.

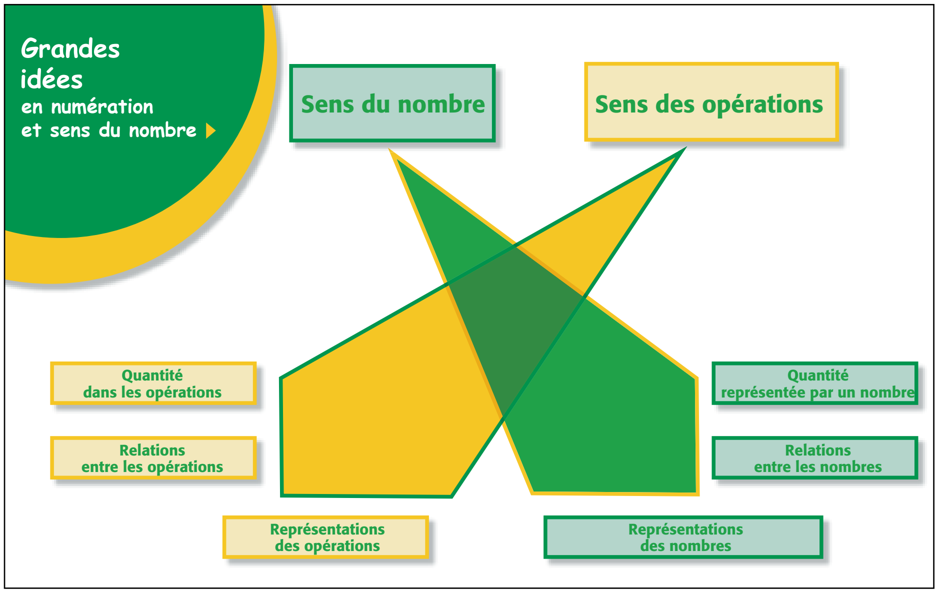
> *Une grande idée est l'énoncé d'une idée fondamentale pour l'apprentissage des mathématiques, une idée qui lie de nombreuses connaissances mathématiques en un tout cohérent.*
>
> (Charles, 2005, p. 10, traduction libre)

4. Pour obtenir plus de détails au sujet du concept de grandes idées, consulter le *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 6e année*, fascicule 1 (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006, p. 43).

Dans les sections suivantes, les deux grandes idées en numération et sens du nombre sont étayées chacune par trois énoncés. Ces deux grandes idées représentent les fondements de l'apprentissage en numération et sens du nombre et sont abordées en fonction des nombres naturels (fascicule 1), des fractions (fascicule 2) et des nombres décimaux et des pourcentages (fascicule 3).

GRANDES IDÉES EN NUMÉRATION ET SENS DU NOMBRE

> *Le fait de relier la connaissance des contenus mathématiques à un nombre restreint de grandes idées permet de développer une compréhension solide des mathématiques.*
>
> (Charles, 2005, p. 10, traduction libre)



Aperçu

Les deux grandes idées qui constituent la base des attentes du domaine Numération et sens du nombre de la 4e à la 6e année sont le sens du nombre et le sens des opérations.

Grande idée 1 – Sens du nombre

Le sens du nombre permet de comprendre les nombres qui nous entourent et de les traiter avec discernement.

Énoncé 1 – Quantité représentée par un nombre
Comprendre la quantité, c'est développer un sens du « nombre-de… » ou encore du « combien-il-y-a-de… ».

Énoncé 2 – Relations entre les nombres
Établir des relations, c'est reconnaître des liens entre les nombres afin de mieux en saisir le sens.

Énoncé 3 – Représentations des nombres
Passer d'une représentation d'un nombre à une autre permet de mieux comprendre les nombres.

Grande idée 2 – Sens des opérations

Le sens des opérations permet de choisir les opérations à effectuer et de les exécuter efficacement selon la situation donnée.

Énoncé 1 – Quantité dans les opérations
Comprendre les opérations permet d'en reconnaître les effets sur les quantités.

Énoncé 2 – Relations entre les opérations
Comprendre les propriétés des opérations et les relations entre ces opérations permet de les utiliser avec plus de souplesse.

Énoncé 3 – Représentations des opérations
Connaître une variété de stratégies pour effectuer les opérations permet de les utiliser avec efficacité selon le contexte.

> En numération et sens du nombre, les élèves utilisent des modèles pour donner un sens aux nombres et aux opérations. Au cœur des modèles se retrouve le sens du nombre, c'est-à-dire la représentation de relations entre les nombres et le développement des processus fondamentaux. Pour plus de détails, voir *Modèles mathématiques* (p. 10-12).

Les deux grandes idées sont à la fois complémentaires et interdépendantes, l'une ne pouvant exister sans l'autre. Avoir le sens du nombre, c'est comprendre les nombres, ce qu'ils représentent. Cette compréhension est essentielle pour saisir ce qui arrive aux nombres en cours d'opérations. L'objectif du domaine Numération et sens du nombre est de faire en sorte que les élèves utilisent leur sens du nombre en relation avec leur sens des opérations pour résoudre des problèmes.

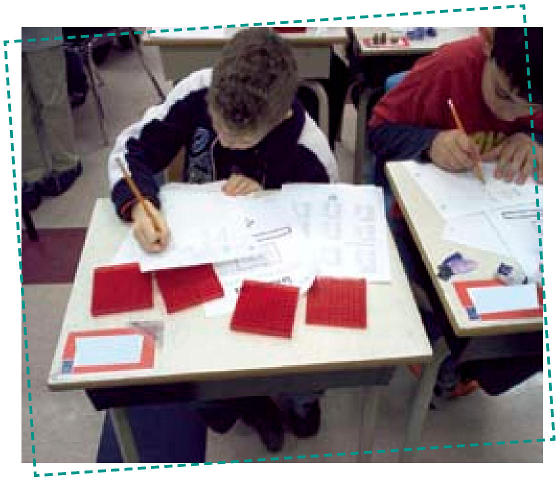
Chacune des grandes idées est explorée en fonction d'énoncés de thématique similaire : quantité, relation et représentation. La similitude des énoncés n'est pas un hasard. En effet, les énoncés permettent de reconnaître les notions essentielles dans l'apprentissage de la numération, soit comprendre la quantité, c'est-à-dire *le combien*, reconnaître des relations entre les nombres et les opérations et enfin, démontrer de la souplesse dans la représentation et l'utilisation des nombres et des opérations.

L'enseignement en numération et sens du nombre, basé sur les grandes idées, vise à créer des liens et à développer une vision plus globale des nombres. Précisons que ces grandes idées ainsi que leurs énoncés ne se limitent pas à un ensemble de nombres. Par exemple, le fait qu'un nombre peut être représenté de différentes façons n'est pas le propre des nombres décimaux, mais s'applique aux nombres en général. C'est pourquoi les grandes idées et les énoncés sont traités dans chacun des trois fascicules qui composent le présent guide.

Tous les individus doivent développer un sens du nombre et un sens des opérations solides pour pouvoir résoudre des problèmes. Afin de permettre ce développement chez les élèves, l'enseignant ou l'enseignante doit garder en tête l'importance de ces grandes idées. Dans le programme-cadre, le sens du nombre et le sens des opérations ne sont pas précisés dans les attentes et les contenus d'apprentissage puisqu'ils doivent être le fil conducteur et même la toile de fond de l'enseignement en numération et sens du nombre.

Portant sur les grandes idées du domaine Numération et sens du nombre reliées aux nombres décimaux et aux pourcentages, le présent fascicule comprend :

- une description des énoncés qui sous-tendent chacune des deux grandes idées;
- des exemples d'activités qui permettent aux élèves d'établir des liens entre des concepts liés aux nombres décimaux et aux pourcentages et des expériences de la vie quotidienne, des concepts dans les autres domaines des mathématiques et dans les autres matières;
- des exemples de professions qui nécessitent une bonne connaissance des nombres décimaux et des pourcentages;
- le cheminement de l'élève en matière de vocabulaire et d'habiletés relatifs aux nombres décimaux et aux pourcentages;
- une situation d'apprentissage pour chaque année d'études.



GRANDE IDÉE 1 - SENS DU NOMBRE

> *Un message important ressort des recherches : les facettes individuelles du sens du nombre sont reliées entre elles et reposent sur un solide développement conceptuel. La nature complexe d'interrelations et de concepts de haut niveau du sens du nombre suggère que celui-ci ne peut être circonscrit à l'intérieur d'un chapitre d'un manuel ou d'une unité d'apprentissage. Le sens du nombre est davantage une façon d'enseigner qu'un thème à être enseigné.*
>
> (Van de Walle et Bowman Watkins, 2003, p. 146, traduction libre)

Aperçu

Le développement du sens du nombre chez les élèves doit servir de toile de fond dans l'enseignement du domaine Numération et sens du nombre. Le sens du nombre est un concept difficile à définir, puisqu'il ne s'agit pas de connaissances particulières, mais plutôt d'une vue d'ensemble sur les nombres. Il est possible de voir le sens du nombre comme étant « une bonne intuition des nombres et de leurs relations qui se développe graduellement, en explorant les nombres, en les visualisant dans une variété de contextes et en les reliant de diverses façons » (Howden, 1989, p. 11, traduction libre).

En d'autres termes, avoir le sens du nombre, c'est pouvoir reconnaître les nombres, déterminer leurs valeurs relatives et en comprendre l'utilisation, en divers contextes, qu'il s'agisse de s'en servir pour compter, mesurer, estimer ou effectuer des opérations. Il s'agit donc d'une compréhension relationnelle profonde des nombres, qui suppose plusieurs idées, relations et habiletés différentes.

Le sens du nombre se manifeste ou peut être « observé » en situations mathématiques. Les élèves ayant un sens du nombre développé sont conscients de l'importance du contexte dans l'utilisation des nombres. Ils peuvent plus facilement estimer des quantités et le résultat de calculs, et porter un jugement sur les nombres à la suite d'un calcul et en saisir l'utilisation en contexte. Ils sont en mesure de reconnaître diverses relations et de se représenter les nombres afin de s'en servir dans divers contextes.

En bas âge, les enfants comptent, apprennent à déterminer des quantités, à reconnaître des liens entre les quantités et les nombres, et ce, dans de nombreux contextes. Au cycle primaire, les élèves explorent les nombres naturels et progressent jusqu'à pouvoir comprendre le sens des nombres inférieurs à 1 000. Ils développent une intuition de la grandeur relative des nombres en les comparant et en approfondissant le sens de la valeur de position. Ils ont aussi l'occasion d'explorer le sens des fractions reliées aux demis, aux tiers et aux quarts.

Au cycle moyen, le développement du sens du nombre se poursuit avec le traitement de grands nombres ainsi que de divers types de nombres en relation les uns avec les autres. Les élèves approfondissent l'utilisation des fractions et explorent les nombres décimaux et les pourcentages. Le sens du nombre qu'ils ont bâti autour des nombres naturels s'enrichit alors avec l'utilisation de diverses notations des nombres.

Le sens du nombre est une façon de penser, de voir les nombres, de pouvoir les « manipuler » pour en saisir le sens et les utiliser efficacement. Il ne peut être enseigné ou montré en tant que tel. Toutefois, pour que les élèves développent leur sens du nombre, l'enseignant ou l'enseignante doit leur faire vivre une variété d'activités de manipulation, d'exploration, de représentation, de construction, de visualisation, de communication et de résolution de problèmes.

La section suivante explicite comment les élèves peuvent acquérir le sens du nombre en fonction des **nombres décimaux** et des **pourcentages**.

Grande idée 1 – Sens du nombre

Le sens du nombre permet de comprendre les nombres qui nous entourent et de les traiter avec discernement.

Énoncé 1 – Quantité représentée par un nombre
Comprendre la quantité, c'est développer un sens du « nombre-de… » ou encore du « combien-il-y-a-de… ».

Énoncé 2 – Relations entre les nombres
Établir des relations, c'est reconnaître des liens entre les nombres afin de mieux en saisir le sens.

Énoncé 3 – Représentations des nombres
Passer d'une représentation d'un nombre à une autre permet de mieux comprendre les nombres.

Énoncé 1 - Quantité représentée par un nombre

Comprendre la quantité, c'est développer un sens du « nombre-de… » ou encore du « combien-il-y-a-de… ».

> *Plusieurs études et sondages nationaux indiquent que les enfants, en général, ne développent pas une bonne compréhension des nombres décimaux et que plusieurs les utilisent mal et sont même incapables de résoudre des tâches dans des contextes légèrement différents.*
>
> (Baroody et Coslick, 1998, p. 11-4, traduction libre)

L'apprentissage des nombres décimaux est étroitement lié à la compréhension de la notation décimale. Cette notation est employée couramment, entre autres dans le système international d'unités (SI) et dans le système monétaire. Toutefois, malgré son utilisation fréquente au quotidien et en classe, la notation décimale est loin d'être bien comprise et maîtrisée.

Afin d'explorer l'apprentissage des nombres décimaux, il importe d'examiner la terminologie reliée à ces nombres et à la notation décimale. Un **nombre décimal** est un nombre qui peut être exprimé en notation décimale avec une **partie décimale finie** (p. ex., 3,72; 12,13564). L'ensemble des nombres décimaux inclut tous les entiers, car ces derniers peuvent être exprimés avec une partie décimale (p. ex., 3 = 3,0). Il inclut aussi certaines fractions, comme $\frac{2}{5}$ et $\frac{3}{16}$, puisque $\frac{2}{5} = 0{,}4$ et $\frac{3}{16} = 0{,}1875$. On remarque alors que $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{10}$ et 0,5 sont des représentations symboliques du même nombre décimal.

Les puissances de 10 sont 1, 10, 100, 1 000… On inclut 1 comme puissance de 10, car $10^0 = 1$.

Il est intéressant de constater que tous les nombres décimaux peuvent être exprimés sous forme de **fractions décimales**, c'est-à-dire des fractions dont le dénominateur est une puissance de 10. Par exemple :

$3{,}72 = 3\frac{72}{100} = \frac{372}{100}$

$5 = 5{,}0 = \frac{5}{1}$

Au cycle moyen, l'étude des nombres décimaux est reliée plus particulièrement à l'utilisation de la notation décimale pour exprimer ces nombres. Un nombre exprimé en notation décimale est composé de deux parties, à savoir la partie entière et la partie décimale.

Exemple

Le nombre $8\frac{1}{4}$ s'écrit en notation décimale **8,25**.

8,25

partie entière   partie décimale

D'autres nombres s'écrivent aussi en notation décimale. Par exemple, le nombre π s'écrit 3,14159265… et le nombre $\frac{1}{3}$ s'écrit 0,3333… ou $0,\overline{3}$. Or, puisque ces nombres ne sont pas composés d'une partie décimale finie, ce ne sont pas des nombres décimaux. On les regroupe plutôt, avec les nombres décimaux, sous le vocable de **nombres à virgule**, puisque la virgule (,) est le symbole choisi pour séparer la partie entière de la partie décimale. Dans un nombre à virgule, la partie décimale peut être finie, infinie et périodique ou infinie et non périodique. Le tableau qui suit illustre les différents types de parties décimales qui peuvent composer un nombre à virgule.

Note : En anglais, c'est le point (.) qui a été retenu pour séparer la partie entière de la partie décimale.

Nombres à virgule

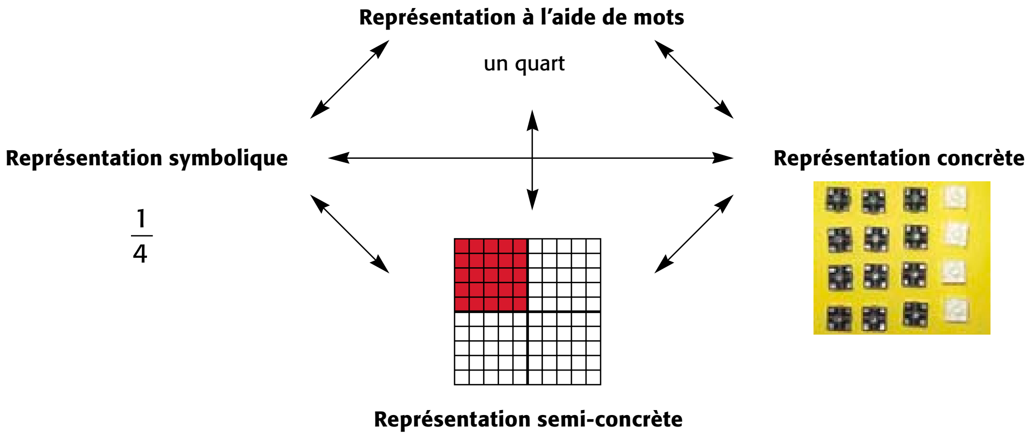
Partie décimale	Explication	Exemple
Partie décimale finie	La partie décimale contient un nombre fini de chiffres. *Note* : Les nombres dont la partie décimale est finie peuvent être représentés par des fractions décimales.	0,5 ($\frac{5}{10}$) 1,458 ($\frac{1\,458}{1\,000}$)
Partie décimale infinie et périodique	La partie décimale contient un nombre infini de chiffres dont une partie (la période) se répète indéfiniment. La période est indiquée par un trait horizontal placé au-dessus du chiffre ou du groupe de chiffres répété. *Note* : Les nombres dont la partie décimale est infinie et périodique peuvent tous être représentés par des fractions.	0,353535… ou $0,\overline{35}$ $\left(\frac{35}{99}\right)$ 0,666… ou $0,\overline{6}$ $\left(\frac{2}{3}\right)$
Partie décimale infinie et non périodique	La partie décimale contient un nombre infini de chiffres, sans période. *Note* : Les nombres dont la partie décimale est infinie et non périodique ne peuvent pas être représentés par des fractions.	$\sqrt{2} = 1,41421356\ldots$ $\pi = 3,14159265\ldots$

Seuls les **nombres décimaux**, c'est-à-dire les nombres ayant une partie décimale finie, figurent au programme de mathématiques du cycle moyen. Cependant, il peut être utile pour l'enseignant ou l'enseignante de connaître les différents types de partie décimale.

Dans l'enseignement des nombres décimaux et de la notation décimale qui s'y rapporte, on met trop souvent l'accent sur l'apprentissage de procédures et de règles, plutôt que sur les concepts qui les soutiennent. On empêche ainsi les élèves de développer une connaissance conceptuelle des nombres décimaux. Des énoncés comme « on peut ajouter des zéros après la dernière décimale sans changer la quantité, par exemple 2,3 = 2,30 » nuisent à la compréhension de la quantité représentée par un nombre décimal et leur emploi réduit l'apprentissage des nombres décimaux à une obéissance à des règles.

Selon les recommandations dans le document intitulé *Enseigner et apprendre les mathématiques : Rapport de la Table ronde des experts en mathématiques de la 4e à la 6e année* (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004a), un enseignement efficace des mathématiques doit viser à faire comprendre le sens des concepts enseignés. Puisque la partie décimale d'un nombre n'est, de fait, qu'une différente façon de représenter une fraction décimale, il est essentiel que les élèves aient une compréhension solide des fractions et de la valeur de position avant d'être initiés au concept de nombre décimal. En ce qui a trait à la quantité que représente un nombre décimal, il faut établir des liens entre la partie décimale du nombre et le concept de fraction. Paradoxalement, l'écriture et la lecture des nombres décimaux s'apparentent davantage à celles des nombres naturels qu'à celles des fractions.

Au cycle primaire, les élèves sont initiés au concept de fraction. Ils apprennent à représenter les demis, les quarts et les tiers comme parties d'un tout et comme parties d'un ensemble d'éléments et établissent des liens entre le nom de la quantité, sa représentation symbolique et des représentations concrètes ou semi-concrètes. Ces liens sont illustrés ci-dessous.



Au cycle moyen, les élèves approfondissent leur sens des fractions et s'en servent pour développer le sens des nombres décimaux et des pourcentages.

Le sens de la quantité représentée par des nombres décimaux et des pourcentages se forge par l'exploration des éléments suivants :

- le concept de nombre décimal;
- le concept de pourcentage;
- la représentation mentale;
- les repères;
- le contexte;
- l'approximation.

CONCEPT DE NOMBRE DÉCIMAL

L'utilisation de nombres décimaux pour exprimer une quantité répond à un besoin d'exprimer des quantités avec plus de précision lorsque des parties de l'entier sont en jeu. La création de la notation décimale pour représenter ces parties d'un tout, dans le contexte d'un système décimal, a suivi un parcours à travers l'histoire. Selon certaines recherches (Keijzer, van Galen et Oosterwaal, document consulté en ligne le 7 janvier 2008), l'enseignement des nombres décimaux en fonction de leur développement historique aide les élèves à les « découvrir » et à en comprendre le sens et l'utilité. La situation d'apprentissage *La coudée* (p. 133-147) permet aux élèves de suivre ces étapes.

Grandes lignes du développement des nombres décimaux

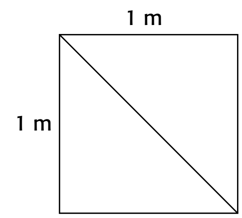
Étapes	Progression au cours des siècles	Démarche de l'élève	Notes pédagogiques
Quantifier	Autrefois, les gens utilisaient diverses unités de mesure (p. ex., le pied, le pouce, la coudée) afin de mesurer des longueurs ou des distances.	Les élèves décrivent la longueur d'un objet quelconque en utilisant des unités de mesure non conventionnelles.	Les élèves inventent des unités de mesure pour quantifier le monde qui les entoure comme on le faisait autrefois. Faire un parallèle entre les pratiques du passé et celles des élèves du cycle primaire qui utilisent des unités de mesure non conventionnelles.

Étapes	Progression au cours des siècles	Démarche de l'élève	Notes pédagogiques
Préciser	La mesure de certains objets ne correspondant pas toujours à un multiple exact de l'unité, les mesures ont dû être fractionnées au fil du temps. Par exemple, les Égyptiens fractionnaient les mesures à l'aide de fractions unitaires (numérateur de un). Au besoin, ils exprimaient une fraction telle que $\frac{3}{5}$ par $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$. Le système sexagésimal (base 60) des Babyloniens a influencé le fractionnement de l'heure en 60 minutes et de la minute en 60 secondes.	Les élèves fractionnent en parties égales les unités de mesure qu'ils ont créées afin de préciser certaines mesures. En mesurant à l'aide de ces unités, ils utilisent alors des fractions connues.	Cette étape fournit l'occasion de préciser une mesure en utilisant des fractions de l'unité de mesure. À la suite de la prise de mesures, un échange permet de vérifier la compréhension des élèves quant au lien entre précision et fractionnement (p. ex., plus on veut être précis, plus les parties fractionnées doivent être petites; ainsi, une mesure de $3\frac{1}{8}$ unités est plus précise qu'une mesure de 3 unités). Une discussion peut être menée en comparant les différentes façons de fractionner utilisées par les élèves et celles utilisées par des civilisations anciennes.
Standardiser	Avec l'avènement des chiffres arabes en Europe, pendant la Renaissance, la notation décimale s'est développée au cours des siècles pour se standardiser aux XVIe et XVIIe siècles. Les fractions décimales exprimées en notation décimale servent alors à atteindre le degré de précision désiré.	Après avoir mesuré des objets avec les unités fractionnées, les élèves comparent leurs résultats. Ils remarqueront qu'il est difficile de comparer les mesures, puisque les dénominateurs ne sont pas nécessairement les mêmes. En groupe classe, le fractionnement est standardisé (p. ex., en dixièmes) et les élèves peuvent reprendre les mesures afin que tous obtiennent les mêmes mesures pour les mêmes situations.	Le besoin de standardiser justifie alors l'emploi d'un même fractionnement. Puisque notre système de numération est à base dix, le fractionnement décimal est retenu (dixièmes, centièmes). Lorsque les élèves ont compris l'importance de standardiser le fractionnement en utilisant des fractions décimales, ainsi que la notion du degré de précision, ils sont prêts à explorer la notation décimale.

La raison d'être d'un nombre décimal est donc de représenter une quantité avec plus de précision que peut le faire un nombre naturel.

Exemple

Considérons une diagonale d'un carré dont les côtés mesurent 1 m. Si on tente de décrire la longueur de cette diagonale en utilisant les nombres naturels, on peut dire qu'elle mesure 1 m et « une partie de un mètre ».



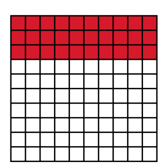
Il est possible de donner une mesure plus précise en exprimant cette « partie de un mètre » en notation décimale. En utilisant une règle graduée en décimètres, on peut déterminer que la diagonale mesure environ 1,4 m. On pourrait même obtenir une mesure de 1,41 m avec une règle graduée en centimètres ou 1,414 m avec une règle graduée en millimètres.

CONCEPT DE POURCENTAGE

Le pourcentage est une façon particulière de présenter une fraction. Souvent employé dans la vie courante, il mérite une attention particulière. Une expression numérique comme 30 % (qui se lit « trente pour cent ») est en réalité une autre notation du nombre trente centièmes, soit $\frac{30}{100}$ ou 0,30. Afin de faciliter la compréhension du concept de pourcentage, il faut d'abord amener les élèves à établir le lien entre le pourcentage et la fraction dont le dénominateur est 100, et ce, à l'aide de matériel concret ou semi-concret.

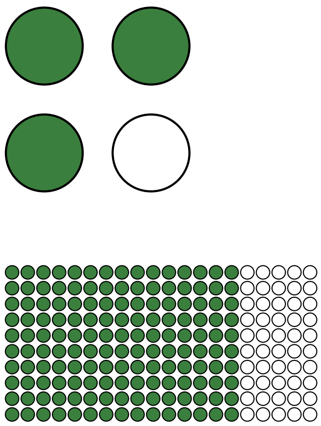
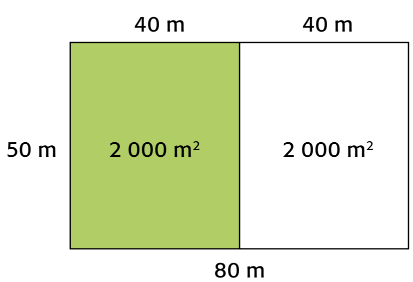
Exemple

$30\ \% = \frac{30}{100}$



Au cycle intermédiaire, alors qu'ils seront exposés au concept de rapport, les élèves réaliseront qu'un pourcentage représente un rapport à 100 (p. ex., 30 % représente le rapport 30 : 100). Il est important de souligner qu'un résultat exprimé en pourcentage ne signifie pas que la quantité en question est nécessairement composée de 100 parties, comme expliqué dans le tableau suivant.

Lien entre le pourcentage et la quantité 100

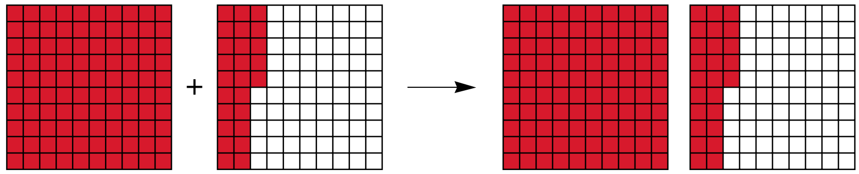
Représentation	Pourcentage	Notes pédagogiques
	75 % des cercles sont verts.	Même si 75 % des cercles sont verts, cela ne veut pas dire qu'il y a 100 cercles dans l'ensemble. Par contre, **s'il y avait 100** cercles, il y aurait 75 cercles verts. De plus, la fraction des cercles qui sont verts est équivalente à $\frac{75}{100}$ (p. ex., $\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$ et $\frac{150}{200} = \frac{75}{100}$).
	50 % du terrain est recouvert de pelouse.	Même si 50 % du terrain est recouvert de pelouse, on ne peut pas affirmer que le terrain a une aire de 100 m^2. Mais on peut affirmer que pour chaque 100 m^2 de terrain, 50 m^2 sont recouverts de pelouse. Ainsi, $\frac{2\,000}{4\,000} = \frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50$ %.

Les élèves croient souvent, à tort, qu'un pourcentage ne peut dépasser 100 (100 %). Or, certaines situations de la vie courante mènent à des pourcentages supérieurs à 100 %. Pour bien comprendre, ces situations peuvent être explorées au moyen de représentations concrètes ou semi-concrètes où les quantités sont mises en relation avec le tout. On peut aussi utiliser la notation fractionnaire ou décimale.

Exemple

À la suite d'une augmentation de 25 %, on peut affirmer que la nouvelle quantité représente 125 % de la quantité initiale.

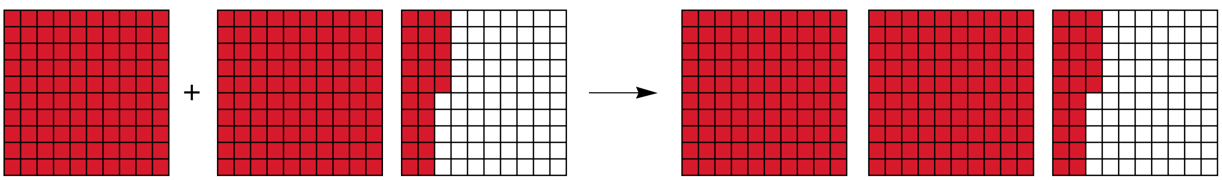
Quantité initiale (le tout) | **25 % de la quantité initiale** | **125 % de la quantité initiale**



Ainsi, la nouvelle quantité représente $\frac{125}{100}$ (cent vingt-cinq centièmes) de la quantité initiale ou 125 % de la quantité initiale.

Par contre, **une augmentation** de 125 % signifie que 125 % du tout **est ajouté** à la quantité initiale. La nouvelle quantité représente alors $\frac{225}{100}$ (deux cent vingt-cinq centièmes) de la quantité initiale ou 225 % de la quantité initiale.

Quantité initiale (le tout) | **125 % de la quantité initiale** | **225 % de la quantité initiale**

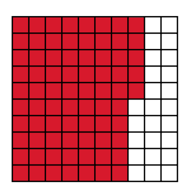


REPRÉSENTATION MENTALE

Pour bien développer le sens du nombre, il est important que les élèves se forment des images des quantités représentées par les nombres. Dans le cas des nombres décimaux, les lire correctement permet de s'en faire une meilleure représentation mentale et de faire appel à leurs connaissances des fractions (p. ex., 0,75 se lit « soixante-quinze centièmes » et non pas « zéro virgule soixante-quinze »). Il faut inciter les élèves à utiliser plusieurs modèles pour favoriser la création de diverses représentations mentales.

Exemples

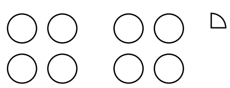
$\frac{1}{10}$ ou 0,1 

$\frac{75}{100}$ ou 0,75 

Lors de la représentation de nombres décimaux à l'aide de modèles, il y a une adaptation à faire, car ces mêmes modèles étaient utilisés jusqu'alors pour représenter d'autres concepts (p. ex., la languette représentait une dizaine de cubes). Les élèves doivent comprendre que l'unité a changé. Dans le premier des deux exemples précédents, c'est l'objet au complet qui représente l'unité (le tout); dans le deuxième, c'est le grand carré au complet qui représente l'unité (le tout).

Les élèves doivent aussi se former une représentation mentale de nombres décimaux supérieurs à un. À la lecture d'un tel nombre décimal, ils doivent se représenter mentalement la quantité qu'il représente en interprétant les deux parties qui le composent : la partie entière et la partie décimale. Par exemple, ils doivent reconnaître que le nombre 8,24 représente 8 entiers et une partie d'un autre entier identique. Ils peuvent alors visualiser une quantité entre 8 et 9.

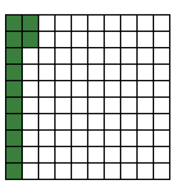
Exemples



Avec le temps, les élèves sont en mesure de se représenter mentalement la quantité en tenant compte du contexte. Par exemple, dans une situation où il est question d'un article qui coûte 197,98 $, l'élève qui reconnaît que 197,98 $ c'est un peu plus que 197 $ peut ensuite visualiser ou concevoir que, dans ce contexte, le montant de 197,98 $ peut être représenté approximativement par 10 billets de 20 $.

Les élèves doivent être capables de se créer une représentation mentale d'un pourcentage, comme ils le font pour les nombres décimaux. La nature même du pourcentage leur permet de visualiser plus facilement une quantité, car il s'agit toujours d'un rapport avec 100. Il faut aussi bien comprendre qu'un pourcentage est une autre façon de représenter une quantité.

Exemple



$12\ \% = 0{,}12 = \frac{12}{100}$

Ainsi, en situation de résolution de problèmes, il faut inviter sans cesse les élèves à expliquer, à présenter et à interpréter les pourcentages pour s'assurer qu'ils comprennent bien la relation d'une quantité par rapport à 100.

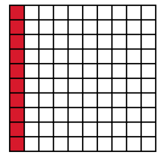
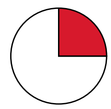
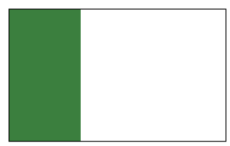
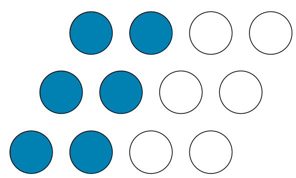
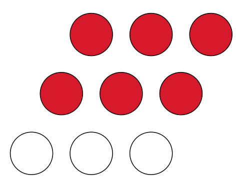
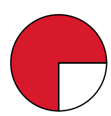
REPÈRES

Les représentations mentales utilisées par les élèves sont renforcées par l'utilisation de repères. De façon générale, un repère est un élément de référence. Les repères utilisés pour l'étude des nombres décimaux et des pourcentages ressemblent à ceux employés pour l'étude des fractions. En créant des liens entre les nombres décimaux, les pourcentages et les repères fractionnaires, les élèves approfondissent leur sens du nombre.

Le tableau ci-après présente quelques repères qui devraient faire partie du bagage des élèves.

Repères pour les fractions, les pourcentages et les nombres décimaux

≈ : symbole mathématique signifiant « est à peu près égal à »

Fraction	Pourcentage	Nombre décimal	Exemple de représentation mentale
$\frac{1}{10}$	10 %	0,1	
$\frac{1}{4}$	25 %	0,25	
$\frac{1}{3}$	≈ 33 %	≈ 0,33	
$\frac{1}{2}$	50 %	0,5	
$\frac{2}{3}$	≈ 67 %	≈ 0,67	
$\frac{3}{4}$	75 %	0,75	
1	100 %	1,00	

Ces repères, ainsi que les liens entre les fractions, les pourcentages et les nombres décimaux favorisent l'approfondissement du sens du nombre et s'avèrent fort utiles en situation de résolution de problèmes. L'habileté à passer d'une notation à une autre est avantageuse, car elle permet d'utiliser celle qui répond le mieux aux besoins du moment. Par exemple, un client qui veut calculer un rabais de 50 % sur le prix d'un article peut aisément le faire s'il reconnaît que 50 % équivaut à la moitié ($\frac{1}{2}$).

Ainsi, avoir des repères et savoir les utiliser lorsque l'occasion s'y prête, c'est faire preuve d'une bonne compréhension de la quantité et d'un bon sens du nombre.

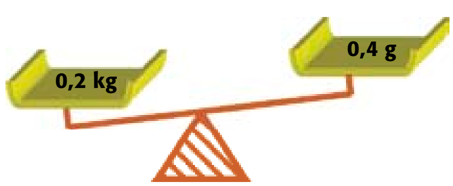
CONTEXTE

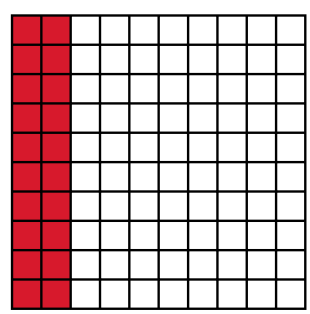
Le contexte est l'ensemble des informations entourant une situation donnée. Pour bien saisir le sens de la quantité représentée par un nombre décimal, les élèves doivent l'analyser dans son contexte. Comme une fraction, un nombre décimal représente une partie d'un tout. L'ampleur de la quantité représentée par un nombre décimal dépend donc entièrement de la grandeur du tout.

Il faut insister sur le fait que le contexte aide à préciser la quantité représentée. Par exemple, s'il est question de 2,3, les élèves comprennent que ce nombre représente 2 fois une unité quelconque et $\frac{3}{10}$ de la même unité. Mais, si on précise qu'il s'agit de 2,3 cm, ils peuvent se faire une image de la quantité en contexte.

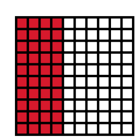
Or, dans certaines situations, il est important de reconnaître que les nombres décimaux ne se rapportent pas au même tout.

Exemples





0,2 d'une surface



0,4 d'une autre surface

Dans ces exemples, même si le nombre 0,2 est inférieur au nombre 0,4 ($0{,}2 < 0{,}4$), 0,2 kg est une masse plus grande que 0,4 g, tout comme 0,2 du gros carré est une surface plus grande que 0,4 du petit carré.

En outre, sans contexte, il est parfois impossible de porter un jugement critique sur l'importance de la quantité représentée par un nombre décimal ou un pourcentage. Par exemple, à l'occasion d'une élection provinciale, 63 % de la population est allée aux urnes. S'agit-il d'un bon taux de participation? Pour répondre, il faut pouvoir comparer ce taux à ceux des élections précédentes ou à ceux des autres provinces. De même, l'achat par un enfant d'une voiture miniature à 8,34 $ peut être considéré comme coûteux par ses parents, alors que l'enfant peut trouver que c'est une aubaine pour une voiture de collection. Plus les élèves sont confrontés à différentes situations mathématiques en contexte, plus ils acquièrent de connaissances et plus ils peuvent porter des jugements critiques avisés.

Les gros titres de journaux fournissent souvent des sujets de discussion qui peuvent aider les élèves à comprendre et à interpréter les nombres décimaux et les pourcentages.

Exemples

- Diminution de 1,4 % des fumeurs dans la population
- Baisse de 13,7 millions de dollars dans le budget municipal
- La taxe sur les produits et services passe de 6 % à 5 %
- Service d'urgence de l'hôpital Général occupé à 167 %
- Nouveau record mondial, une pomme de 13,4 kg!

Au cours d'un échange en groupe classe, l'enseignant ou l'enseignante peut poser des questions qui aident les élèves à analyser les titres indiqués ci-dessus. Par exemple :

– « Que représente la partie décimale du pourcentage? »

– « Est-ce que ça va changer quelque chose dans mes habitudes de consommation si le pourcentage de taxes est réduit? »

– « Que représente cette baisse de 1 %? »

– « Comment expliquer que le service d'urgence soit occupé à 167 %? »

– « Est-ce important de préciser les 0,4 kg dans la masse de la pomme? Pourquoi? »

– « À première vue, 13,7 millions de dollars, c'est beaucoup d'argent, mais est-ce un montant important dans le budget? »

– « Comment un nombre comme 13,7 peut-il représenter un si gros montant d'argent? »

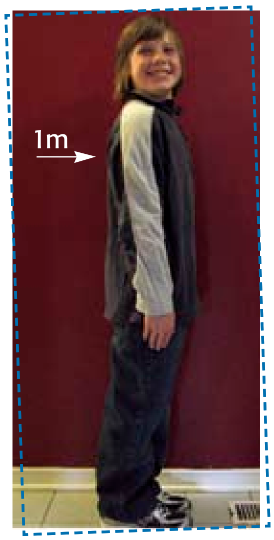
APPROXIMATION

L'approximation est une « grandeur que l'on accepte comme suffisamment voisine d'une grandeur connue ou inconnue. […] L'estimation et l'arrondissement sont des moyens d'obtenir une approximation. » (Champlain et coll., 1996, p. A 57 et A 58)

Estimer : Évaluer une quantité de façon approximative.

Estimation

Il peut sembler curieux de parler d'estimation avec les nombres décimaux, puisque ceux-ci servent à préciser des quantités. Or, il arrive que des quantités exactes soient inconnues. C'est alors que les fractions ou les nombres décimaux entrent en jeu et que l'on utilise des nombres comme 0, 0,5 ou 1 comme repères. Par exemple, pour estimer la taille d'un ami, une élève se sert de ses connaissances, de repères et de ses observations. Elle juge qu'il mesure plus de un mètre, mais moins de un mètre et demi. Elle peut estimer qu'il mesure 1,3 m.



Les élèves peuvent aussi utiliser leurs connaissances des fractions pour estimer une quantité et ensuite communiquer le résultat à l'aide d'un nombre décimal. Par exemple, lorsqu'un élève effectue un saut en longueur, il constate que la longueur du saut est un peu plus que $1\frac{3}{4}$ m et il l'estime à 1,8 m.

Arrondir : Remplacer un nombre par une valeur appropriée à la situation, en suivant certains critères préétablis ou personnels.

Arrondissement

Dans la plupart des situations de la vie courante, il n'est pas nécessaire de travailler avec un nombre précis, puisqu'une approximation est tout aussi valable et souvent plus commode. Les élèves du cycle moyen doivent pouvoir arrondir en utilisant leur sens du nombre, ce qui nécessite une analyse et une réflexion.

Un nombre peut être arrondi selon une valeur de position préétablie. Par exemple, à l'achat d'un objet de 11,34 $, on calcule que la taxe de vente provinciale de 8 % est de 0,9072 $. Or, on paiera 0,91 $, car le montant est toujours arrondi au centième de dollar près puisque les millièmes et les dix millièmes de dollars ne font pas partie de nos pièces de monnaie.

Des problèmes variés doivent être présentés aux élèves pour les inciter à réfléchir à l'effet de l'arrondissement sur la quantité et à choisir la façon d'arrondir. Doit-on arrondir à l'unité près, au dixième près ou au centième près? Le choix dépend du contexte, du sens du nombre et des raisons qui poussent à arrondir. Par exemple, une restauratrice qui possède des tables d'une longueur de 2,27 m peut, lors de l'achat de nappes, arrondir la longueur à 2,3 m ou même à 2,5 m pour être certaine que les nappes achetées seront assez longues. Cependant, lorsqu'elle en parle à ses employés, elle peut s'y référer en parlant des tables de 2 m. Bref, c'est seulement après une analyse du contexte qu'on peut déterminer comment effectuer l'arrondissement ou à quelle position l'arrondissement doit se faire.

La lecture des nombres sur une calculatrice est une habileté indispensable, d'autant plus que les divisions faites avec cet outil donnent souvent un quotient ayant une partie décimale très longue. Dans ce cas, pour mieux saisir la quantité affichée, il peut être utile d'arrondir un nombre (p. ex., arrondir 0,2489532 à 0,25) ou de le remplacer par une fraction repère (p. ex., 0,2489532, c'est environ $\frac{1}{4}$).

Malheureusement, l'arrondissement est trop souvent enseigné à l'aide de méthodes qui sont vides de sens, car elles traitent des chiffres et non pas de la quantité. Par exemple, pour arrondir un nombre décimal au dixième près, les élèves apprennent à identifier le chiffre dans la position à arrondir, puis à considérer le chiffre qui le suit. Si celui-ci est supérieur ou égal à 5, le chiffre identifié est augmenté de un et les chiffres qui suivent sont éliminés.

Exemple

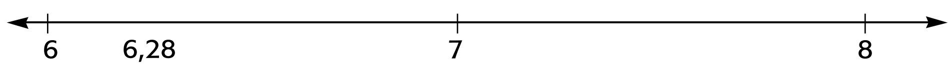
$$6{,}28 \rightarrow 6{,}3$$

Des résultats d'études révèlent que ces méthodes traditionnelles d'arrondissement ne développent pas le concept d'approximation chez l'élève. Par exemple, à la suite d'un examen du National Assessment of Educational Progress (NAEP), seulement 51 % des élèves de la 8^{e} année ont sélectionné $\frac{1}{2}$ comme étant la meilleure approximation de 0,52, les autres choix étant $\frac{1}{50}$ (29 %), $\frac{1}{5}$ (11 %), $\frac{1}{4}$ (6 %) et $\frac{1}{3}$ (4 %) (Kouba et coll., 1997, p. 190). Par contre, une méthode axée sur la compréhension privilégie le développement du sens du nombre et permet aux élèves de faire de bonnes approximations selon le contexte.

Note : Puisque pour arrondir un nombre décimal, les élèves doivent utiliser leur sens du nombre décimal, il est important qu'au préalable, ils aient eu l'occasion de le développer en représentant des nombres décimaux, en les situant sur une droite numérique et en les comparant.

Exemple

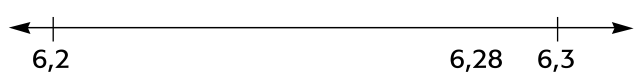
Pour arrondir 6,28 à l'unité près, les élèves reconnaissent que le nombre 6,28 représente une quantité équivalente à « 6 et un peu plus ». Ils savent alors que le nombre se situe entre 6 et 7. Ils utilisent ensuite leur sens du nombre pour déterminer si 6,28 est plus près de 6 ou de 7. Ils peuvent, par exemple, utiliser un nombre repère représentant le milieu de l'intervalle (6,5 ou 6,50), « voir » que 6,28 c'est près de 6,2 ou de 6,3 ou même visualiser l'emplacement de 6,28 sur une droite numérique.



6 ← 6,28 → 7

Peu importe l'élément du sens du nombre choisi, les élèves sont alors en mesure d'arrondir 6,28 à 6.

S'ils décident d'arrondir plutôt au dixième près, ils doivent utiliser leur compréhension de la quantité représentée par ce nombre et reconnaître que 6,28 représente une quantité qui se situe entre 6,2 et 6,3.



6,2 ← 6,28 → **6,3**

En visualisant le nombre 6,28 sur une droite, les élèves peuvent conclure que 6,28 est plus près de 6,3 que de 6,2 et donc, arrondir 6,28 à 6,3.

Énoncé 2 - Relations entre les nombres

Établir des relations, c'est reconnaître des liens entre les nombres afin de mieux en saisir le sens.

Les élèves qui ont acquis un bon sens du nombre comprennent comment les nombres sont reliés les uns aux autres et comment ils fournissent des renseignements sur le monde qui les entoure.

(National Council of Teachers of Mathematics, 1993, p. 1, traduction libre)

Au cycle primaire, les élèves n'ont pas été exposés aux nombres décimaux. Même si leur expérience avec des sommes d'argent leur permet de faire des liens entre la valeur des différentes pièces de monnaie, ils ne comprennent pas nécessairement les concepts sous-jacents à la notation décimale qui les représente.

Au cycle moyen, les élèves développent le sens des nombres décimaux et des pourcentages en utilisant leurs connaissances des fractions. En 6^{e} année, ils analysent et expliquent les relations qui existent entre les nombres naturels, les fractions, les pourcentages et les nombres décimaux dans divers contextes. Dans ce qui suit, il est question des relations suivantes :

- les relations d'égalité;
- les relations de valeur de position;
- les relations d'ordre;
- les relations de proportionnalité.

RELATIONS D'ÉGALITÉ

Il est important de reconnaître l'égalité entre les diverses représentations des nombres ou des expressions numériques. Dans le cadre des nombres décimaux, les élèves doivent reconnaître quatre types de relations d'égalité, soit :

- l'égalité entre un nombre décimal et une fraction correspondante;
- l'égalité entre des nombres décimaux;
- l'égalité entre un nombre décimal et une expression numérique;
- l'égalité entre un nombre décimal, la fraction décimale correspondante et le pourcentage.

Relation d'égalité entre un nombre décimal et une fraction correspondante

Les élèves doivent comprendre que puisque la notation décimale n'est qu'une autre façon de représenter une fraction décimale, il est alors possible d'établir une relation d'égalité entre les deux notations (p. ex., $0{,}3 = \frac{3}{10}$). En reconnaissant cette égalité, ils sont en mesure d'associer une valeur de position à chacune des décimales qui composent un nombre décimal, soit successivement les dixièmes, les centièmes, les millièmes et ainsi de suite.

Exemple

$\frac{3}{10} = 0{,}3$ dixièmes

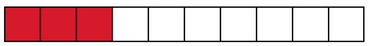
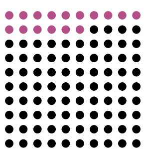
$\frac{7}{100} = 0{,}07$ centièmes

$\frac{5}{1\,000} = 0{,}005$ millièmes

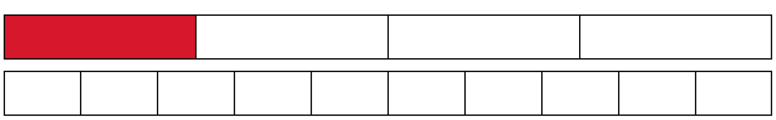
Les élèves qui n'ont pas compris cette association sont parfois portés à représenter une fraction telle que $\frac{2}{5}$ par 0,2 ou 0,25.

Le tableau ci-après décrit des comportements observables d'élèves ayant acquis une compréhension conceptuelle des nombres et du lien entre leurs différentes représentations.

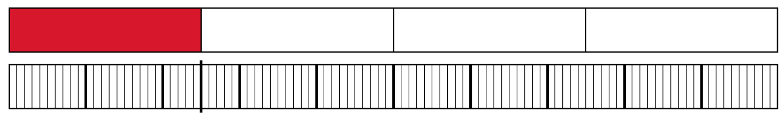
Compréhension conceptuelle des nombres

Nombres	Comportements observables
0,3	• L'élève peut en faire la lecture (trois dixièmes). • L'élève peut écrire le nombre en notation fractionnaire, soit $\frac{3}{10}$. • L'élève peut représenter le nombre à l'aide de matériel concret ou semi-concret. **Exemple** 
$\frac{16}{100}$	• L'élève peut en faire la lecture (seize centièmes). • L'élève peut écrire le nombre en notation décimale, soit 0,16. • L'élève peut représenter le nombre à l'aide de matériel concret ou semi-concret. **Exemple** 
$\frac{2}{7}$	• L'élève peut en faire la lecture (deux septièmes). • L'élève sait que la fraction $\frac{2}{7}$ n'est pas représentée par 0,2 puisqu'il ou elle sait que $0,2 = \frac{2}{10}$.

Pour établir la relation d'égalité entre une fraction dont le dénominateur n'est pas une puissance de dix (p. ex., $\frac{1}{4}$) et le nombre décimal correspondant, il est nécessaire de recourir au concept de fractions équivalentes. Par exemple, les élèves peuvent utiliser des bandes d'égale longueur telles qu'illustrées ci-dessous pour constater que $\frac{1}{4}$ se situe entre $\frac{2}{10}$ et $\frac{3}{10}$.



Ils peuvent ensuite subdiviser les dixièmes en dix parties égales, créant ainsi cent parties égales, soit des centièmes du tout et reconnaître que $\frac{25}{100}$ est une fraction équivalente à $\frac{1}{4}$.



Puisque $\frac{25}{100} = 0{,}25$, ils peuvent conclure que la fraction $\frac{1}{4}$ peut aussi être représentée en notation décimale par 0,25 ($\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0{,}25$). Ce genre d'exemple permet aux élèves de reconnaître que toutes les fractions qui peuvent être exprimées par une fraction décimale équivalente peuvent être représentées par un nombre décimal. C'est le cas notamment des fractions exprimées en demis, en quarts, en cinquièmes et en vingtièmes comme le démontre le tableau suivant.

Fraction	Fraction décimale équivalente	Nombre décimal
$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{10}$	0,5
$\frac{3}{4}$	$\frac{75}{100}$	0,75
$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{10}$	0,4
$\frac{7}{20}$	$\frac{35}{100}$	0,35

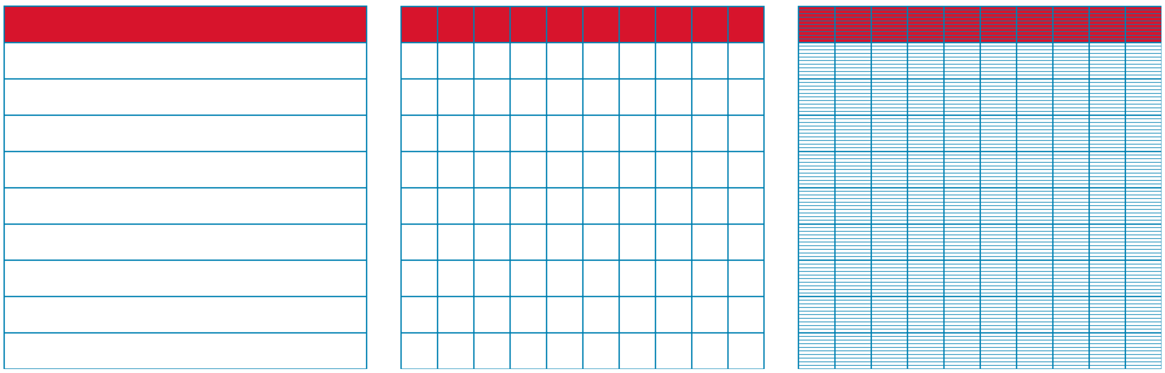
Note : Certaines fractions (p. ex., $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{11}$) ne peuvent être représentées par une fraction décimale équivalente. Ces fractions ne sont donc pas des nombres décimaux. Elles peuvent cependant être exprimées par des nombres à virgule ayant une partie décimale périodique (p. ex., $\frac{2}{3} = 0{,}\overline{6}$; $\frac{3}{7} = 0{,}\overline{428571}$; $\frac{5}{11} = 0{,}\overline{45}$) en divisant le numérateur par le dénominateur. Cette approche est présentée dans *Énoncé 2 – Relations entre les opérations* (p. 88-96).

Relation d'égalité entre des nombres décimaux

Certains nombres décimaux représentent des quantités équivalentes. Cette équivalence peut être démontrée à l'aide de représentations semi-concrètes.

Exemple

0,1 0,10 0,100



Cette représentation des nombres permet aux élèves de constater que 0,1 = 0,10 = 0,100. De plus, ils peuvent reconnaître qu'un chiffre dans une position donnée du nombre décimal a toujours la même valeur. Par exemple, puisque le chiffre 1 se retrouve dans la première position à droite de la virgule dans les trois nombres décimaux ci-dessus, il représente donc 1 dixième dans chacun des cas.

Ces observations amènent les élèves à comprendre pourquoi il est acceptable d'omettre les zéros à la fin de nombres décimaux. Par contre, on ne peut omettre un zéro placé dans une autre position. Par exemple, dans le nombre 0,034, on ne peut pas omettre le zéro dans la position des dixièmes car 0,034 ≠ 0,34, c'est-à-dire que $\frac{34}{1\,000} \neq \frac{34}{100}$.

Note : En sciences, les zéros à la fin d'un nombre décimal sont parfois conservés pour indiquer le degré de précision d'une mesure. Par exemple, écrire 0,30 m plutôt que 0,3 m indique que la mesure est précise au centième de mètre.

Relation d'égalité entre un nombre décimal et une expression numérique

La décomposition est une excellente stratégie pour explorer les relations d'égalité. L'exemple suivant représente la décomposition du nombre décimal 0,35 à l'aide du matériel de base dix. Afin de bien comprendre ce que représente ce nombre, les élèves peuvent choisir de représenter l'unité à l'aide d'une planchette. Chaque petit cube représente alors un centième, c'est-à-dire un centième de la planchette.

Les élèves placent 35 petits cubes sur un tapis de valeur de position dans la colonne des centièmes (Photo A). Ensuite, en utilisant leur sens du nombre, ils regroupent des centièmes afin de former des dixièmes (Photo B). Ils peuvent alors reconnaître que le nombre décimal 0,35 est égal à l'expression numérique 0,3 + 0,05, c'est-à-dire que 0,35 = 0,3 + 0,05.

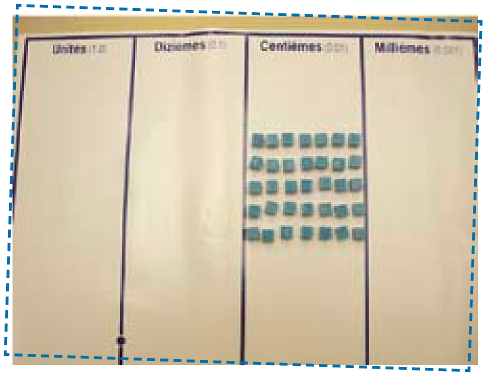


Photo A
trente-cinq centièmes
0,35

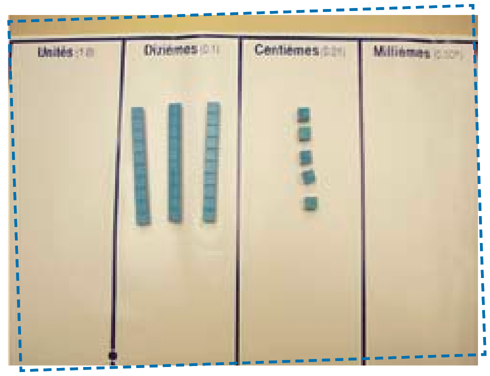


Photo B
trois dixièmes + cinq centièmes
0,3 + 0,05

Comme c'est le cas pour les nombres naturels, les nombres décimaux peuvent aussi être décomposés autrement que selon les valeurs de position.

Exemple

0,2 + 0,1 + 0,05 ← 0,35 → 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,02 + 0,02 + 0,01

0,2 + 0,1 + 0,03 + 0,02 ← 0,35 → $\frac{3}{10} + \frac{5}{100}$

Relation d'égalité entre un nombre décimal, la fraction décimale correspondante et le pourcentage

On sait qu'un nombre décimal représente une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10 (p. ex., $0{,}3 = \frac{3}{10}$; $0{,}47 = \frac{47}{100}$). Le concept de pourcentage étant intimement lié au concept de fraction, il n'y a qu'un pas à faire pour relier le pourcentage, le nombre décimal et la fraction décimale. À la fin du cycle moyen, les élèves qui ont acquis un bon sens du nombre peuvent passer d'une notation à une autre sans difficulté.

Exemple

15 % ↔ $\frac{15}{100}$

0,15 ↔ 15 %

0,15 ↔ $\frac{15}{100}$

Pour aider les élèves à développer cette habileté, il faut régulièrement les inviter à exprimer leurs réponses en utilisant une autre notation. Par exemple, l'enseignant ou l'enseignante peut inciter l'élève qui a répondu que $\frac{3}{4}$ des jeunes de la classe ont les cheveux noirs à exprimer aussi cette réponse en notation décimale (0,75) et en pourcentage (75 %).

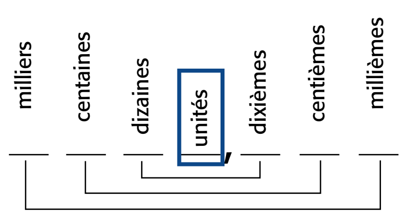
RELATIONS DE VALEUR DE POSITION

C'est au début du cycle moyen que les élèves étudient pour la première fois la partie décimale d'un nombre. Ils doivent alors approfondir leur compréhension de la valeur de position des chiffres et de la relation entre les valeurs de position. Les nombres décimaux font partie du quotidien et la compréhension des valeurs de position à la droite et à la gauche de la virgule est essentielle.

La **virgule** joue un rôle significatif dans la notation décimale. Elle sépare la partie entière de la partie décimale et, de ce fait, indique la position des **unités**.

Or, il est essentiel que les élèves reconnaissent la position des unités puisque c'est elle qui définit le tout en fonction duquel sont formés d'une part les dixièmes, les centièmes et les millièmes et d'autre part, les dizaines, les centaines et les milliers. On peut donc dire que l'unité, identifiée par la virgule, est au cœur du système décimal.

L'unité au cœur du système décimal



Cette reconnaissance du rôle de l'unité est mise en évidence par les préfixes des noms donnés à la valeur de position des chiffres de chaque côté de l'unité. Ainsi, les <u>diz</u>aines représentent une quantité <u>dix</u> fois plus grande que l'unité, alors que les <u>dix</u>ièmes représentent une quantité <u>dix</u> fois plus petite que l'unité. De même, la <u>cent</u>aine est <u>cent</u> fois plus grande que l'unité, alors que le <u>cent</u>ième est <u>cent</u> fois plus petit que l'unité.

Note : Certains élèves ont l'impression que c'est la virgule qui est au centre du système décimal. Conséquemment, ils ont tendance à appeler la première position à droite de la virgule, la position des *unièmes* plutôt que des dixièmes.

Il est important que les élèves saisissent aussi la relation multiplicative par 10 qui existe entre les valeurs de position adjacentes. Ils ont préalablement développé une compréhension de cette relation dans le cadre de l'étude des nombres naturels, soit que chaque position a une valeur 10 fois plus grande que celle à sa droite et 10 fois plus petite que celle à sa gauche.

	× 10		× 10		× 10	
milliers		centaines		dizaines		unités
	÷ 10		÷ 10		÷ 10	

Or, cette relation multiplicative est aussi vraie pour les positions décimales.

	× 10		× 10		× 10		× 10		× 10		× 10	
milliers		centaines		dizaines		unités	,	dixièmes		centièmes		millièmes
	÷ 10		÷ 10		÷ 10		÷ 10		÷ 10		÷ 10	

Les élèves peuvent en développer une compréhension en effectuant des regroupements à l'aide du matériel de base dix. Il s'agit de démontrer que, tout comme 10 unités donnent 1 dizaine, 10 dixièmes donnent 1 unité et 10 centièmes donnent 1 dixième, et ainsi de suite. Les photos ci-dessous illustrent une telle situation de regroupement.

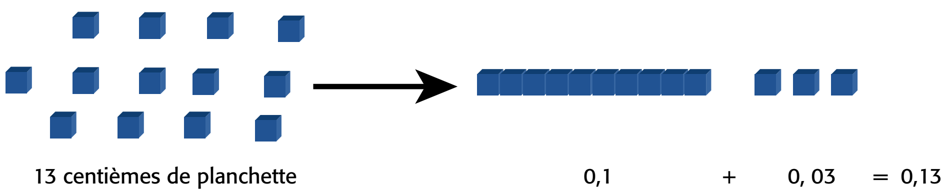
L'élève explique : « J'ai 3 planchettes (unités), 4 dixièmes de planchette et 26 centièmes de planchette. J'échange 20 centièmes de planchette contre 2 dixièmes. J'ai maintenant 3 planchettes (unités), 6 dixièmes de planchette et 6 centièmes de planchette, ce qui correspond à 3,66 planchettes. »

En plaçant le matériel de base dix sur un tapis de valeur de position, on met en évidence la relation multiplicative par 10 entre les valeurs de position au moyen du regroupement. Il arrive fréquemment aux élèves du cycle moyen d'écrire, par exemple, 0,013 pour représenter treize centièmes. Ces élèves tentent de placer 13 dans la colonne des centièmes comme suit.

$$\underline{0}\;,\;\underline{0}\;\underline{13}$$

Or, le système décimal ne permet pas d'écrire deux chiffres dans une position. Les élèves doivent reconnaître que 10 centièmes c'est l'équivalent de 1 dixième, ce qui fait que 13 centièmes c'est égal à 1 dixième plus 3 centièmes. On écrit donc 0,13.

Exemple



La relation multiplicative par 10 entre les valeurs de position peut aussi être explorée avec des unités de mesure métriques, puisque celles-ci sont conçues en fonction de la base dix (p. ex., 10 cm donnent 1 dm, 10 mm donnent 1 cm). Il est préférable d'éviter les unités monétaires lors des premiers apprentissages conceptuels, car même s'il y a effectivement une relation multiplicative par 10 entre la valeur de certaines pièces (p. ex., entre les pièces de 1 ¢ et de 10 ¢ ou entre les pièces de 10 ¢ et de 1 $), elle est tout autre entre d'autres pièces (p. ex., entre les pièces de 5 ¢ et de 1 $).

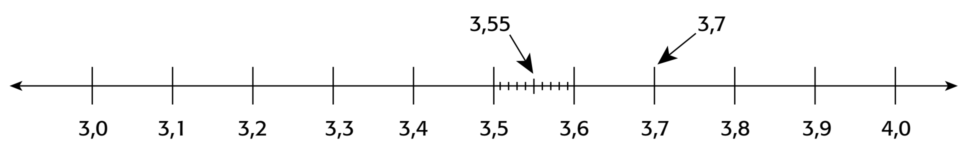
La calculatrice offre des façons intéressantes d'explorer la relation multiplicative par 10. Par exemple, les élèves peuvent effectuer l'opération 0,1 + 0,1, prédire la réponse et continuer la série jusqu'à ce qu'ils arrivent à 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,1. Avant d'ajouter 0,1 une dernière fois, une discussion s'impose afin d'explorer les hypothèses et le raisonnement des élèves et s'assurer qu'ils reconnaissent que 10 dixièmes donnent 1 unité. Les élèves peuvent reprendre l'activité avec la série 0,01 + 0,01 + … ou 0,001 + 0,001 + … ou avec d'autres nombres décimaux.

RELATIONS D'ORDRE

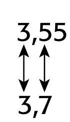
La relation d'ordre est basée sur la comparaison de nombres. Une des grandes forces de la notation décimale, c'est la rapidité avec laquelle il est possible, grâce au concept de valeur de position, de comparer et d'ordonner des quantités. Par exemple, il est beaucoup plus facile de comparer les nombres $\frac{16}{25}$ et $\frac{13}{20}$ lorsqu'ils sont exprimés en notation décimale, soit 0,64 et 0,65.

En général, les élèves ont peu de mal à comparer des nombres décimaux ayant le même nombre de décimales (p. ex., $0{,}34 < 0{,}46$). Ils ont plus de difficulté à comparer des nombres ayant un nombre différent de décimales (p. ex., 1,34 et 1,275). Certains ont tendance à comparer ces nombres sans la virgule (p. ex., $134 < 1275$) et conclure que $1{,}34 < 1{,}275$. D'autres arrivent à la même conclusion erronée en comparant seulement les nombres à droite de la virgule (p. ex., $34 < 275$).

La relation d'ordre doit être abordée en comparant des nombres décimaux dans des situations contextualisées. Par exemple : « Rémi a fait un saut de 3,55 m et Samantha en a effectué un de 3,7 m. Lequel des deux a réussi le plus long saut? » Les élèves peuvent répondre et justifier leur choix s'ils comprennent la valeur de position. La droite numérique est un modèle visuel puissant pour comparer des nombres décimaux. Pour placer 3,7 sur une droite numérique, les élèves peuvent représenter les dixièmes de 3,0 à 4,0. Pour situer 3,55, ils doivent diviser l'intervalle entre 3,5 et 3,6 en dix parties égales, chaque espace représentant un centième. Ils peuvent alors conclure que $3{,}55 < 3{,}7$, donc que Samantha a effectué un plus long saut que Rémi.



Les élèves qui ont acquis un bon sens du nombre peuvent aussi comparer 3,55 m et 3,7 m en remarquant d'abord qu'ils représentent deux sauts supérieurs à 3 m. Ensuite, ils peuvent comparer les dixièmes pour remarquer que le premier nombre compte 5 dixièmes, soit 5 décimètres, tandis que le deuxième en compte 7.



Le deuxième saut est donc plus long que le premier. Les élèves peuvent aussi, après avoir comparé les unités, penser à 3,7 comme étant 3,70, soit 3 mètres et

70 centimètres. Le nombre 3,55 représente 3 mètres et 55 centimètres. Le saut de 3,7 m est donc plus long que le saut de 3,55 m.

Traditionnellement, on enseignait une procédure où il fallait ajouter un zéro à la fin de 3,7 pour donner deux nombres ayant un même nombre de décimales. Il fallait ensuite comparer les parties décimales, soit 55 et 70, pour conclure que 3,70 était plus grand que 3,55. Certes, l'enseignement de la méthode était accompagné d'une explication, mais on mettait tellement l'accent sur la procédure que l'explication et le concept étaient vite perdus. Il n'est pas surprenant que les jeunes répondent souvent de façon erronée à ce genre de questions. Par exemple, lors d'un test international réalisé auprès d'élèves de 6e année, 87 % ont indiqué que 6 987 est plus grand que 6 879, alors que seulement 52 % ont conclu que 1,05 est plus grand que 1,015 (Brissiaud, 1998). Les élèves qui comprennent le concept de valeur de position n'ont pas besoin d'appliquer une procédure pour comparer des nombres décimaux.

Les problèmes ouverts, qui offrent plus d'une réponse et qui suscitent la réflexion, permettent aux élèves d'approfondir leur compréhension des relations d'ordre. Par exemple :

- Déterminer trois nombres décimaux situés entre $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2}$.
- Déterminer trois nombres décimaux situés entre 0,5 et 0,6.
- Déterminer trois nombres situés à moins de un dixième de 2,8.

RELATIONS DE PROPORTIONNALITÉ

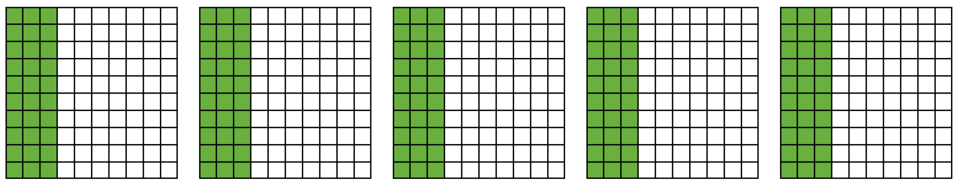
L'étude des nombres décimaux et des pourcentages fournit une excellente occasion d'aborder les relations de proportionnalité. Dès qu'un résultat est exprimé en pourcentage, il peut être réécrit sous forme de fraction décimale et être ensuite représenté par une fraction équivalente.

Au cycle moyen, il ne s'agit pas d'enseigner les proportions de façon formelle et encore moins d'enseigner la procédure du produit en croix (p. ex., $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$, car $1 \times 12 = 4 \times 3$). Il s'agit plutôt de mettre en valeur la connaissance et la compréhension qu'ont les élèves des fractions équivalentes. Les élèves qui ont assimilé le concept de fractions équivalentes peuvent utiliser les relations multiplicatives pour résoudre des problèmes comportant des proportions quand la réponse recherchée est un nombre naturel (p. ex., $\frac{2}{10} = \frac{?}{40}$).

Les relations de proportionnalité permettent de résoudre une multitude de problèmes tirés du quotidien en ayant recours à un raisonnement simple à la portée des élèves du cycle moyen. Par exemple, si 30 % des 500 élèves d'une école aiment le couscous, il est possible de déterminer, de diverses façons, qu'il y a 150 élèves qui aiment le couscous. Voici quelques exemples.

Exemple 1

Créer une représentation semi-concrète.



Exemple 2

Construire une table de valeurs.

Nombre de personnes dans l'école	Nombre de personnes aimant le couscous
100	30
200	60
300	90
400	120
500	150

Exemple 3

Déterminer des fractions équivalentes.

$$\frac{30}{100} = \frac{60}{200} = \frac{90}{300} = \frac{120}{400} = \frac{150}{500}$$

Exemple 4

Établir une proportion par multiplication.

$$\frac{30}{100} = \frac{?}{500}$$

$$\frac{30 \times 5}{100 \times 5} = \frac{150}{500}$$

Énoncé 3 - Représentations des nombres

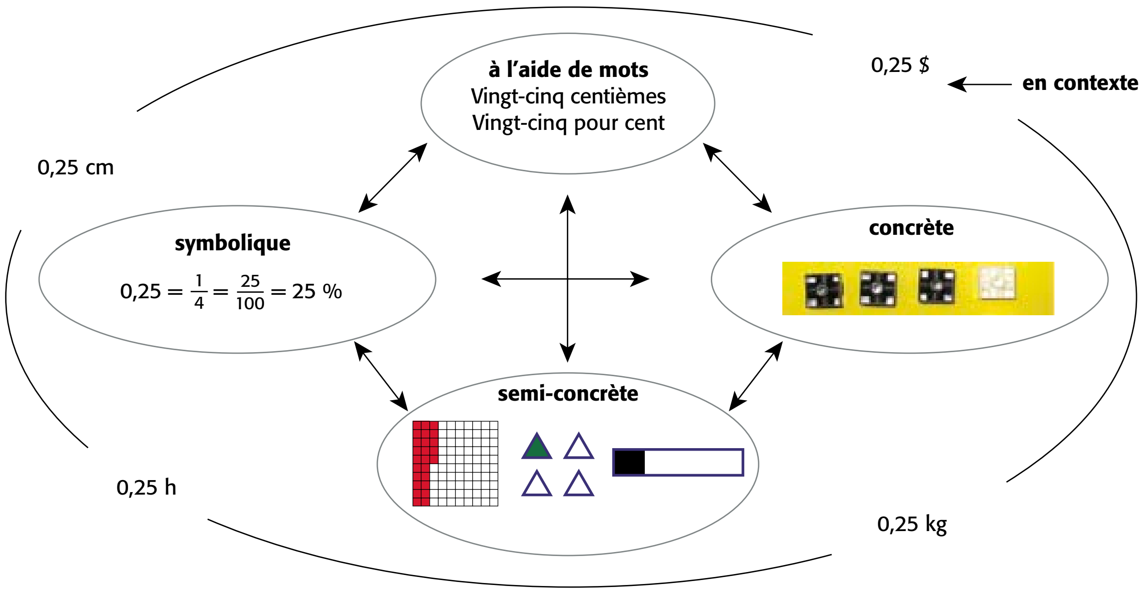
Passer d'une représentation d'un nombre à une autre permet de mieux comprendre les nombres.

> *Puisque les recherches rapportent que les élèves construisent lentement les idées relatives aux nombres décimaux, il est très important que l'enseignant ou l'enseignante utilise du matériel de manipulation, des modèles et des situations en contexte, en s'efforçant de relier leur expérience d'apprentissage au langage oral.*
>
> (National Council of Teachers of Mathematics, 1992, p. 57, traduction libre)

Les élèves doivent apprendre non seulement à représenter les nombres décimaux de diverses façons, mais aussi à les reconnaître sous leurs multiples représentations. Ces habiletés les aident à établir des liens entre les nombres, leurs représentations et les quantités qu'ils représentent. Dans certains cas, l'utilisation de modèles facilite la construction des représentations.

La figure à la page suivante illustre diverses façons de représenter vingt-cinq centièmes concrètement, semi-concrètement, symboliquement et à l'aide de mots, et suggère, par les expressions 0,25 $, 0,25 kg, 0,25 h et 0,25 cm, différents contextes pour son utilisation. Les élèves développent une meilleure compréhension des nombres si on leur demande régulièrement et dans une variété de situations de passer d'une représentation à une autre.

Représentations



Les fractions, les nombres décimaux et les pourcentages peuvent servir à exprimer une même quantité. Or, c'est le contexte qui détermine habituellement laquelle des trois notations sera utilisée pour exprimer une quantité donnée. Ainsi, la longueur et la capacité sont habituellement exprimées à l'aide de nombres décimaux. Par exemple, pour exprimer la longueur d'une voiture miniature, on utilisera 24,2 cm plutôt que $24\frac{1}{5}$ cm ou $\frac{121}{5}$ cm. Aussi, pour exprimer la capacité d'une boîte de conserve, on utilisera 0,75 l ou 750 ml plutôt que $\frac{3}{4}$ l ou 75 % de un litre. De plus, on privilégie souvent l'utilisation de la notation décimale lorsque vient le temps d'effectuer un calcul puisque l'on constate qu'il est plus facile, par exemple, d'effectuer 0,5 + 0,375 que d'effectuer $\frac{1}{2} + \frac{3}{8}$. Par contre, on exprime habituellement les résultats de sondages au moyen de fractions et de pourcentages (p. ex., $\frac{2}{3}$ des filles aiment le soccer, 25 % des membres d'un club sont âgés de moins de 18 ans).

Dans ce qui suit, il est question des différentes représentations des nombres décimaux et des pourcentages, soit :

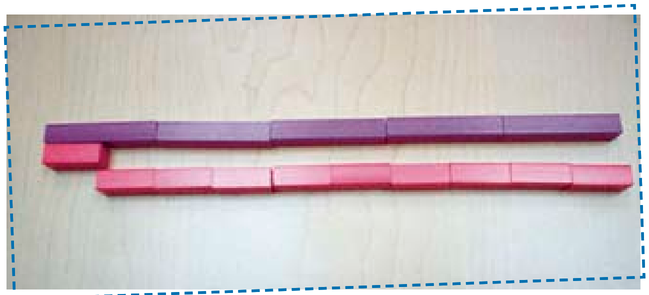
- leurs représentations concrètes;
- leurs représentations semi-concrètes;
- leurs représentations symboliques;
- leurs représentations à l'aide de mots.

REPRÉSENTATIONS CONCRÈTES

Pour bien comprendre les nombres décimaux et les pourcentages, il est important que les élèves puissent les représenter concrètement à l'aide de matériel de manipulation (p. ex., jetons, matériel de base dix). Malheureusement, les élèves du cycle moyen n'ont pas toujours l'occasion d'explorer les nombres à l'aide de ce genre de matériel. Conséquemment, leur connaissance des nombres décimaux et des pourcentages repose souvent sur la représentation symbolique et ne témoigne pas d'une solide compréhension de ces nombres.

Avant d'entreprendre l'enseignement des nombres décimaux, il est important d'amener les élèves à utiliser du matériel de manipulation pour décrire des parties d'un tout représentées par une fraction décimale (p. ex., $\frac{3}{10}$, $\frac{12}{100}$).

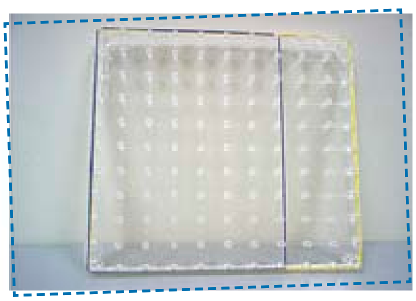
Exemple



Un dixième ($\frac{1}{10}$) d'un tout

Lorsque les élèves ont pris l'habitude de bien reconnaître les dixièmes, les centièmes et les millièmes, on peut utiliser du matériel concret pour présenter la notation décimale. Voici une représentation concrète des nombres 2,4 et 0,70.

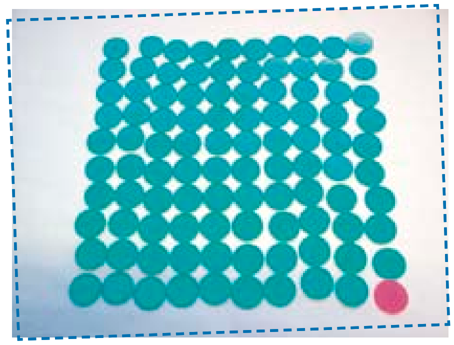
L'unité est la réglette orange
2,4 réglettes



L'unité est la surface du géoplan
0,70 du géoplan

Étant donné le lien qui unit les centièmes et les pourcentages, les représentations de centièmes peuvent également être utilisées pour représenter des pourcentages.

Exemple

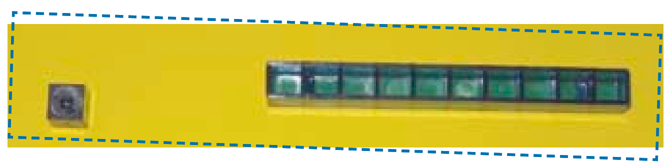


0,01 = 1 %

Le matériel de base dix est un outil par excellence pour représenter un nombre décimal, puisqu'il met en évidence la relation multiplicative par 10 entre la valeur de position des chiffres qui le composent. Cependant, il est très important de toujours définir clairement la pièce qui constitue l'unité en fonction de laquelle les autres pièces seront définies. Lors de l'étude des nombres naturels, le petit cube était généralement associé à l'unité. Par contre, si on choisit la languette comme unité, le petit cube représente alors un dixième de languette.

Exemple

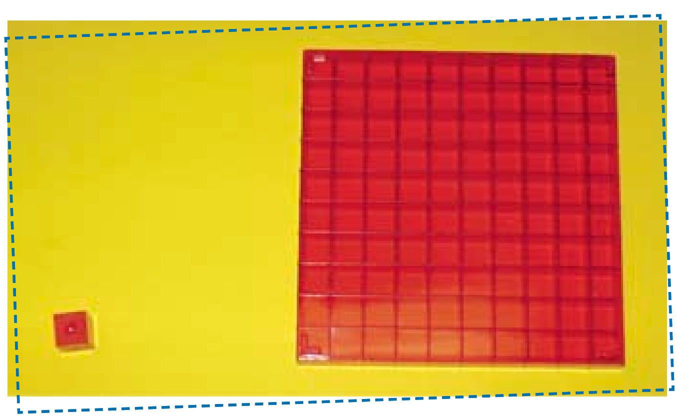
Le petit cube représente 0,1 d'une languette.



Si on choisit la planchette comme unité, le petit cube représente alors un centième de planchette et la languette représente un dixième de planchette.

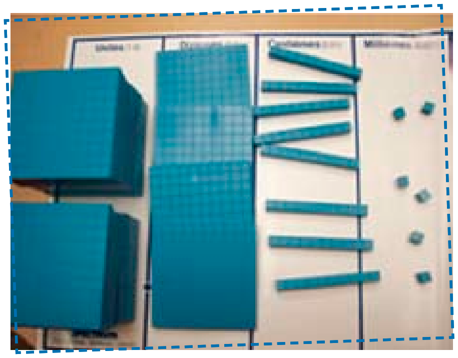
Exemple

Le petit cube représente 0,01 d'une planchette.

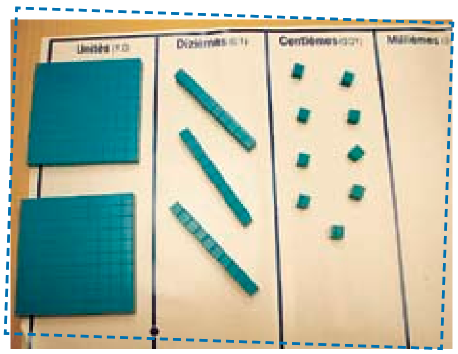


Si on choisit le gros cube comme unité, le petit cube représente alors un millième du gros cube, la languette représente un centième du gros cube et la planchette représente un dixième du gros cube.

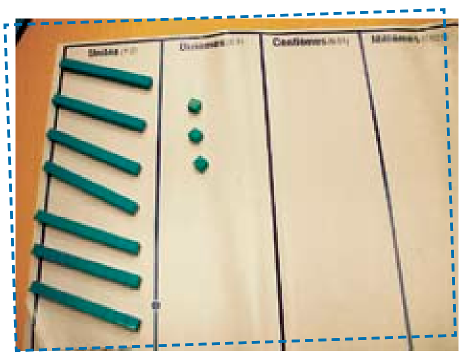
Les photos ci-dessous montrent la représentation sur un tapis de valeur de position de différents nombres en fonction de différentes unités.



→ 2,486 gros cubes



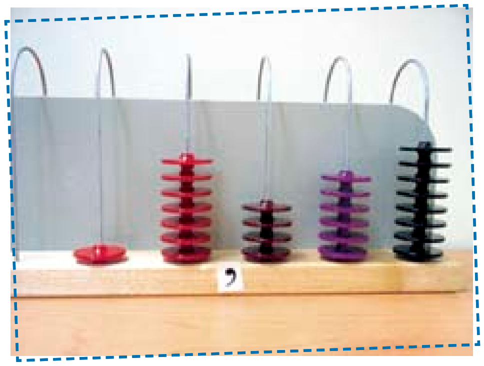
→ 2,39 planchettes



→ 7,3 languettes

Puisqu'un abaque peut être utilisé pour représenter des nombres naturels en fonction de la valeur de position, il peut aussi être utilisé pour représenter des nombres décimaux dans la mesure où on identifie la position de la virgule décimale. Il faut toutefois noter qu'il s'agit d'une représentation plus abstraite, puisque la relation multiplicative par 10 entre les positions adjacentes est davantage sous-entendue qu'explicite.

Exemple



17,468

La monnaie peut aussi être utilisée lors de l'exploration des nombres décimaux. Cependant, il importe de n'utiliser que les pièces de 1 $, de 10 ¢ et de 1 ¢ puisque leur valeur respecte la relation multiplicative par 10. Une représentation en utilisant la monnaie est plus abstraite que celle en utilisant le matériel de base dix puisque la relation multiplicative par 10 est basée sur la valeur de la pièce et non sur sa taille. Les élèves peuvent identifier la pièce de 1 $ comme étant l'unité. La pièce de 10 ¢ représente alors un dixième de l'unité (0,1 de dollar) et la pièce de 1 ¢, un centième de l'unité (0,01 de dollar). De la relation multiplicative par 10, les regroupements se forment en respectant la valeur de position : 10 pièces de un centième de dollar équivalent à 1 pièce de un dixième de dollar et 10 pièces de un dixième de dollar équivalent à 1 pièce de 1 $. Les pièces peuvent aussi être utilisées dans un tableau de valeur de position.

Unités	,	Dixièmes	Centièmes
			

Exemple

Un et trente-deux centièmes de dollar (1,32 $) peut être représenté par 1 unité, 3 dixièmes d'unité et 2 centièmes d'unité.

En utilisant le tableau de valeur de position et en effectuant les regroupements, les élèves peuvent saisir pourquoi 35 cents (qui est 35 centièmes de dollar) s'écrit 0,35 $ et non 0,035 $.

L'unité peut être définie par une pièce autre que le dollar, par exemple, par la pièce de 10 ¢. On peut alors affirmer que la pièce de 1 ¢ correspond au dixième d'unité.

Exemple

Sept pièces de 1 ¢ correspondent à 0,7 de la valeur d'une pièce de 10 ¢.

Les réglettes peuvent aussi être utilisées pour représenter des nombres décimaux. Elles offrent les mêmes avantages que le matériel de base dix. Encore une fois, il importe de définir clairement l'unité. Cette unité pourrait même correspondre à plus d'une réglette. Par exemple, voici deux différentes façons de représenter 0,1 avec un train de réglettes comme unité.

La réglette rose correspond à 0,1
d'un train de deux réglettes orange.

La réglette vert pâle correspond à 0,1
d'un train de trois réglettes orange.

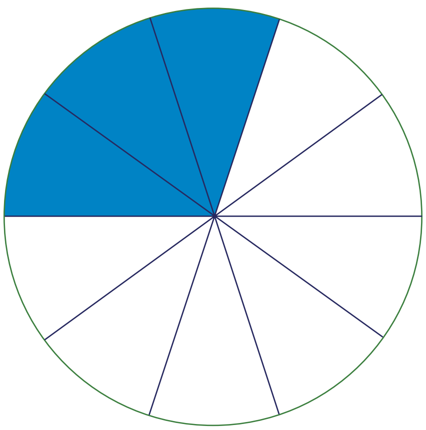
Ces représentations illustrent bien le fait que la grandeur du dixième dépend de ce qui est choisi comme tout ou comme unité. L'acquisition de ce concept, selon Owens et Super (1993, p. 11-5), est une étape importante dans le développement du sens des nombres décimaux.

REPRÉSENTATIONS SEMI-CONCRÈTES

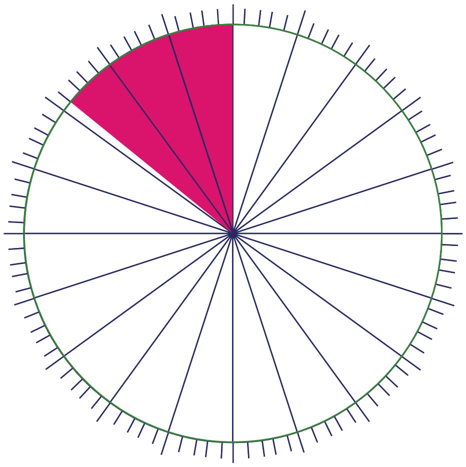
Les élèves peuvent aussi développer le sens des nombres décimaux et des pourcentages en les représentant de façon semi-concrète. Par exemple, un disque partagé en 10 parties égales permet de représenter des dixièmes et un disque partagé en 100 parties égales permet de représenter des centièmes.

Exemples

0,3 d'un disque



0,14 d'un disque



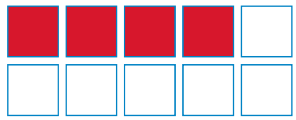
Des bandes et des grilles séparées en 10, en 100 ou en 1 000 parties égales peuvent aussi être utilisées pour représenter des nombres décimaux et des pourcentages (voir *Annexe – Gabarits de nombres décimaux*, p. 70-71).

Exemple

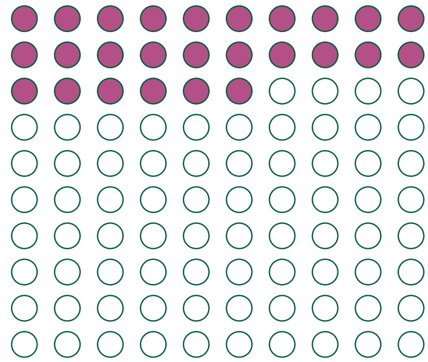
0,1 d'une bande

Il est important aussi que les élèves utilisent des modèles d'ensembles pour représenter des nombres décimaux.

Exemples



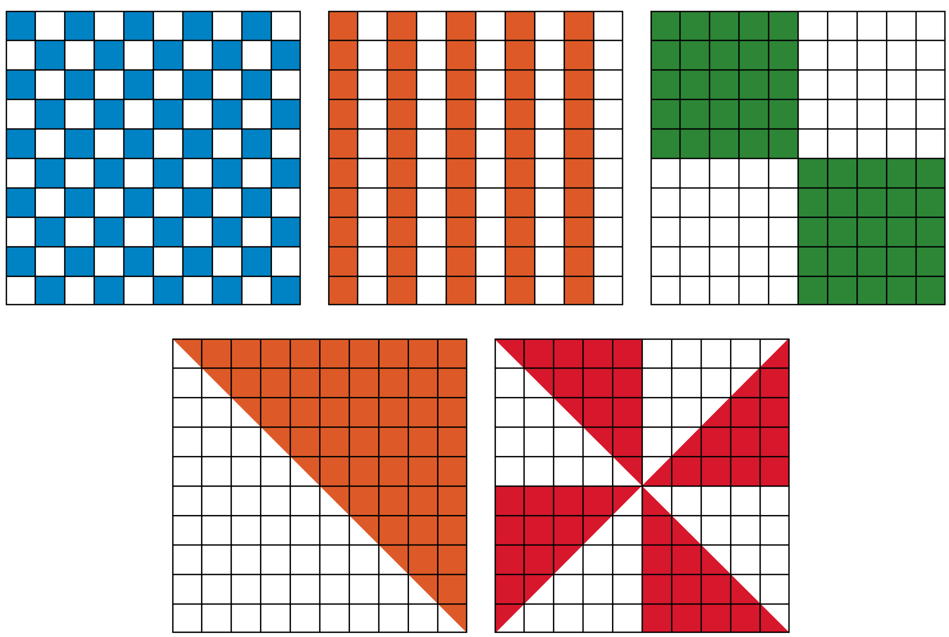
0,4 des carrés de
l'ensemble sont rouges



0,26 des cercles de
l'ensemble sont mauves

Pour développer un bon sens du nombre, il est important que les élèves explorent différentes représentations d'une même quantité. Par exemple, on peut les inviter à représenter 0,50 ou 50 % de plusieurs façons sur une grille de 10 × 10.

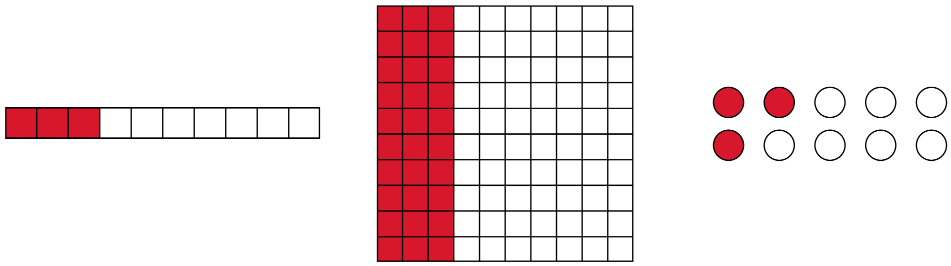
Exemples



On peut aussi les inviter à utiliser différentes représentations semi-concrètes pour représenter un nombre donné.

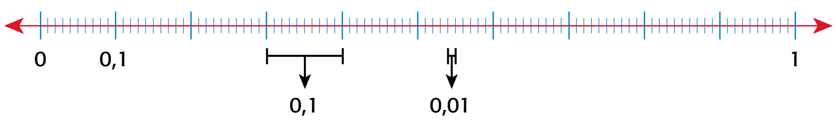
Exemples

Voici, trois représentations de 0,3.

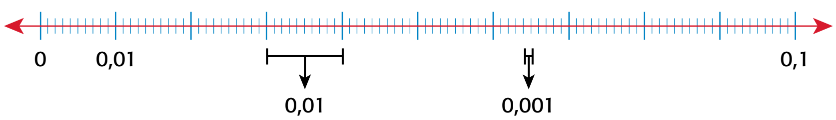


Les élèves ont appris à se servir d'une droite numérique pour situer des nombres naturels et pour compter jusqu'à de grands nombres par intervalles. Ils peuvent aussi l'utiliser pour situer les nombres décimaux. Pour ce faire, les élèves doivent comprendre comment subdiviser les intervalles et reconnaître à quoi correspond chaque intervalle.

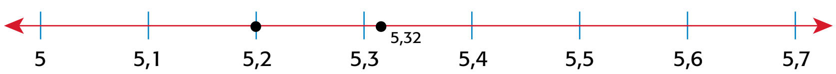
Droite numérique graduée pour représenter des dixièmes et des centièmes



Droite numérique graduée pour représenter des centièmes et des millièmes



Droite numérique graduée pour situer les nombres 5,2 et 5,32



REPRÉSENTATIONS SYMBOLIQUES

L'écriture conventionnelle des nombres décimaux et des pourcentages est une représentation symbolique de ces concepts. Les pourcentages sont représentés en écrivant le nombre en question suivi du symbole %.

Exemple

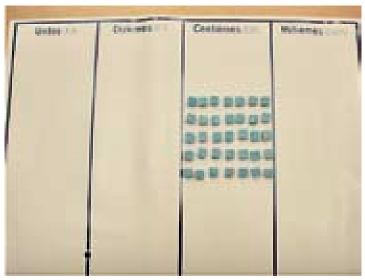
Trente et un pour cent ⟶ 31 %

Pour représenter symboliquement des nombres décimaux, une virgule est intégrée dans l'écriture du nombre afin de séparer la partie entière de la partie décimale.

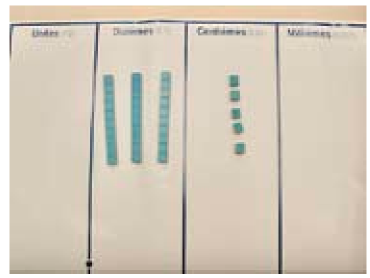
Exemple

Trois et cent vingt-cinq millièmes →	**3**	**,**	**1**	**2**	**5**
	unités		dixièmes	centièmes	millièmes

L’écriture des nombres décimaux nécessite la compréhension du concept de regroupement. Ainsi le nombre « trente-cinq centièmes », après regroupements, correspond à 3 dixièmes et 5 centièmes d’où l’écriture du chiffre 3 dans la position des dixièmes et du chiffre 5 dans la position des centièmes, soit 0,35.

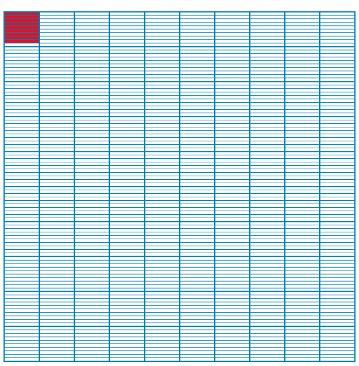


→

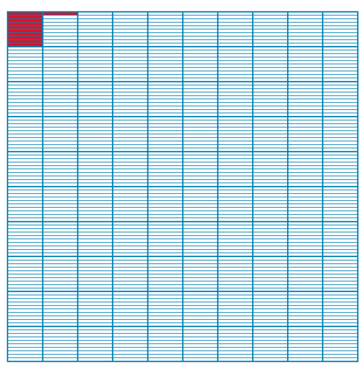


Cette relation entre l’écriture d’un nombre décimal et les regroupements peut être comprise en explorant les nombres décimaux à l’aide de représentations concrètes et semi-concrètes qui permettent de « voir » les regroupements.

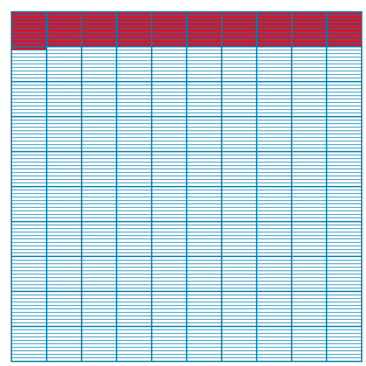
Par exemple, les élèves peuvent conclure, en comptant, que les figures suivantes représentent respectivement 9 millièmes, 11 millièmes et 101 millièmes.



9 millièmes



11 millièmes



101 millièmes

Leur connaissance des fractions leur permet de représenter ces quantités par $\frac{9}{1\,000}$, $\frac{11}{1\,000}$ et $\frac{101}{1\,000}$, et leur compréhension du concept de valeur de position leur permet de reconnaitre que la première fraction, exprimée en notation décimale, s’écrit 0,009. Par contre, il n’est pas évident que les deux autres s’écrivent 0,011 et 0,101. Par exemple, pour comprendre que 0,011 représente bien 11 millièmes, il est utile de démontrer à l’aide d’un regroupement que 11 millièmes est équivalent à « 1 centième plus 1 millième ».

Il est important de faire la distinction entre le chiffre dans la position des millièmes et la quantité de millièmes dans le nombre. Ainsi, dans le nombre 0,011, le chiffre dans la position des millièmes est 1, mais il y a 11 millièmes dans le nombre. Dans le nombre 0,101, le chiffre dans la position des millièmes est également un 1, mais ce nombre est composé de 101 millièmes. Ainsi, si on veut que les élèves identifient le chiffre dans la position des dixièmes dans un nombre donné (p. ex., 2,35), il faut poser la question « Quel chiffre est dans la position des dixièmes dans le nombre 2,35? » plutôt que « Combien de dixièmes y a-t-il dans le nombre 2,35? »

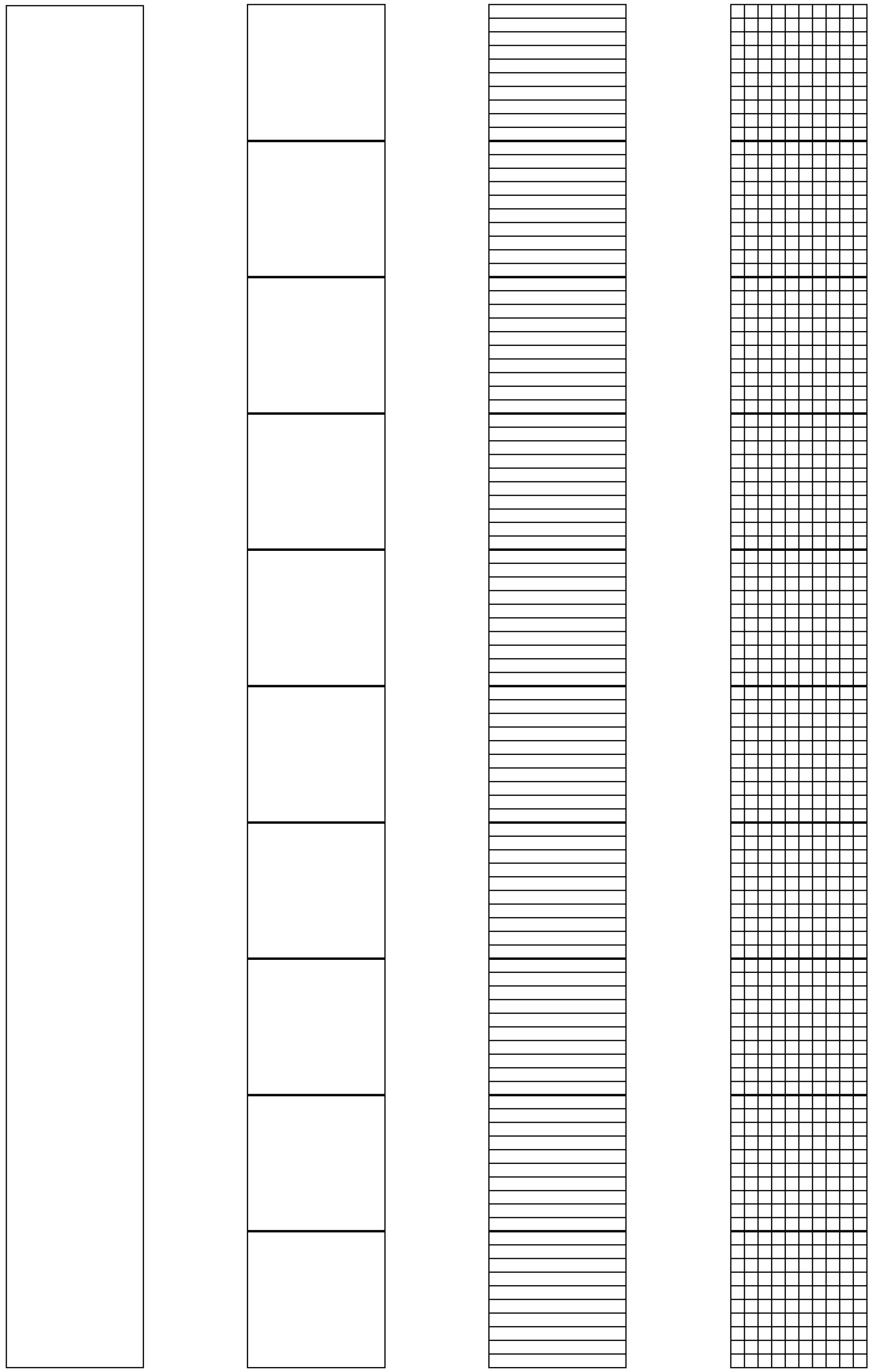
REPRÉSENTATIONS À L'AIDE DE MOTS

La façon dont les élèves apprennent à lire les nombres décimaux peut avoir une incidence sur leur compréhension. Si on leur montre à lire les nombres 0,7 et 0,75 en disant « zéro virgule sept » et « zéro virgule sept cinq », ou « zéro virgule soixante-quinze », on laisse de côté le sens de la notation. Cette façon de lire un nombre décimal ne constitue qu'une énumération successive des symboles qui composent le nombre, tout comme ce serait le cas si on lisait le nombre 123 en disant « un, deux, trois ». Par contre, si on insiste pour lire ces nombres en disant « sept dixièmes » et « soixante-quinze centièmes », on met l'accent sur le sens de la notation. Cette façon de lire les nombres décimaux donne la possibilité aux élèves de visualiser les 7 parties de 10 et les 75 parties de 100 et a l'avantage de rappeler la correspondance entre les nombres décimaux et les fractions décimales correspondantes. Elle permet aussi de se référer à un nombre décimal par son nom.

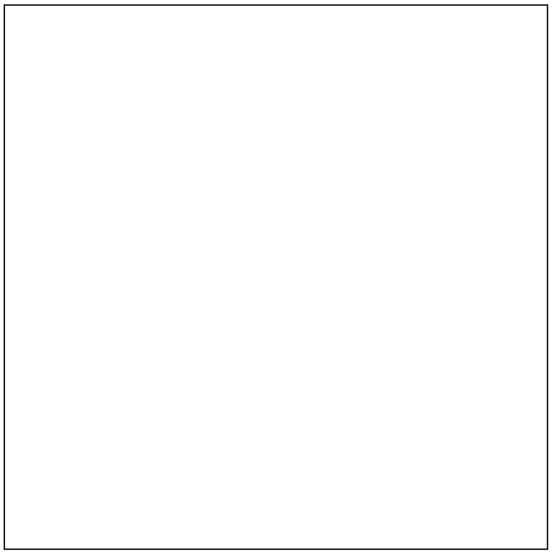
Il importe que l'enseignant ou l'enseignante modèle en tout temps cette façon de lire les nombres décimaux. Les nombres 12,34 et 1013,7 se lisent respectivement « douze et trente-quatre centièmes » et « mille treize et sept dixièmes ». On remarque que lors de la lecture d'un nombre décimal, la partie entière est lue comme s'il s'agissait d'un nombre naturel, le mot « et » (et non « virgule ») sert de liaison entre les deux parties, et la partie décimale est lue en fonction de la valeur de position du chiffre situé à l'extrême droite dans le nombre.

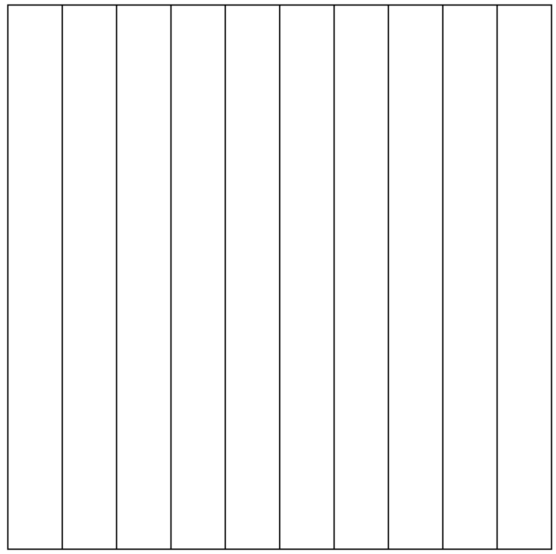
Note : Il arrive que certains élèves, en lisant, confondent les termes *dizaine* et *dixième*, ainsi que *centaine* et *centième*, à cause de leur similarité phonétique.

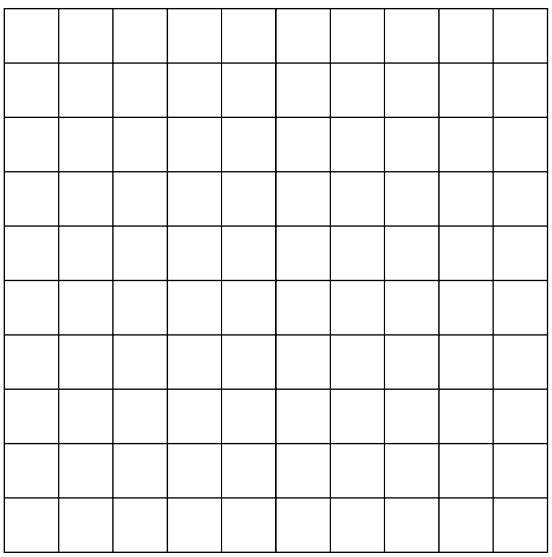
ANNEXE – GABARITS DE NOMBRES DÉCIMAUX

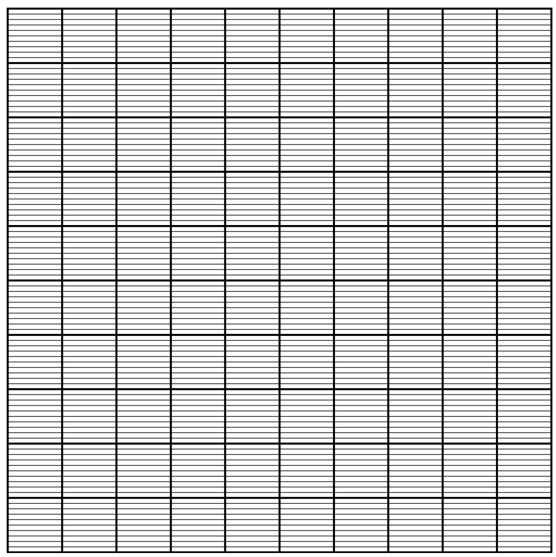


ANNEXE – GABARITS DE NOMBRES DÉCIMAUX (suite)









GRANDE IDÉE 2 - SENS DES OPÉRATIONS

> *Dans le programme-cadre, il est précisé que « les élèves doivent développer des procédures qui leur permettront d'effectuer avec précision des opérations sur les nombres ». Ils doivent aussi acquérir « la capacité d'effectuer des estimations rapides et précises [...] et de déceler des erreurs arithmétiques ».*
>
> (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005, p. 8)

Aperçu

Le sens des opérations combine la maîtrise d'une multitude de concepts et d'habiletés mathématiques reliés aux nombres et aux opérations. Dans une situation donnée, il permet de choisir les nombres et les opérations à utiliser avec suffisamment de souplesse et de polyvalence pour effectuer un calcul de façon efficace.

Les élèves qui ont un sens des opérations développé (Small, 2005a, p. 136) comprennent les opérations et l'effet qu'elles ont sur les nombres, établissent des liens entre les propriétés des opérations, reconnaissent que les opérations sont reliées entre elles et développent des stratégies de calcul. De plus, ils peuvent adapter ces stratégies à différentes situations et exprimer la relation entre le contexte d'un problème et les calculs effectués. Par exemple, ils sont à même d'expliquer pourquoi ils ont choisi d'effectuer leur calcul mentalement et de justifier l'efficacité de leur stratégie.

Au cycle primaire, les élèves ont développé un sens des opérations en traitant divers types de problèmes. Ces expériences leur ont permis de saisir des concepts liés aux diverses opérations (p. ex., la multiplication peut être perçue comme une addition répétée, l'addition est commutative) et de développer des stratégies pour effectuer les opérations.

Au cycle moyen, les élèves poursuivent le développement du sens des opérations en traitant des nombres dans des situations plus complexes. Ils acquièrent une meilleure compréhension du sens de chaque opération et des relations qui existent entre elles. Ils deviennent de plus en plus à l'aise avec diverses stratégies de calcul et de résolution de problèmes, ce qui leur permet de faire des choix plus éclairés selon les situations. De plus, leur sens des opérations s'étend à l'application des opérations de base sur les fractions et les nombres décimaux.

Grande idée 2 – Sens des opérations
Le sens des opérations permet de choisir les opérations à effectuer et de les exécuter efficacement selon la situation donnée.

Énoncé 1 – Quantité dans les opérations
Comprendre les opérations permet d'en reconnaître les effets sur les quantités.

Énoncé 2 – Relations entre les opérations
Comprendre les propriétés des opérations et les relations entre ces opérations permet de les utiliser avec plus de souplesse.

Énoncé 3 – Représentations des opérations
Connaître une variété de stratégies pour effectuer les opérations permet de les utiliser avec efficacité selon le contexte.

Énoncé 1 – Quantité dans les opérations

Comprendre les opérations permet d'en reconnaître les effets sur les quantités.

Lorsqu'on calcule en utilisant son sens du nombre, on devrait d'abord examiner les nombres, puis choisir une stratégie appropriée et efficace.

(Fosnot et Dolk, 2002, p. 106, traduction libre)

Qu'il s'agisse de nombres naturels, de fractions ou de nombres décimaux, l'application de l'une ou l'autre des opérations sur les nombres a un effet différent sur les quantités en jeu. Il est très important pour les élèves de comprendre ces effets lorsqu'ils utilisent une opération. Certaines personnes croient que l'apprentissage des opérations sur les nombres décimaux s'effectue par l'entremise de l'utilisation répétitive des algorithmes usuels. Beaucoup d'élèves réussissent à déterminer le résultat d'une opération (somme, différence, produit ou quotient) impliquant des nombres décimaux. Mais la réussite d'un calcul algorithmique ne témoigne pas nécessairement d'un sens des opérations chez ces élèves (Baroody et Coslick, 1998, p. 11-8). Les élèves qui font appel de façon systématique à l'algorithme usuel sont souvent incapables d'estimer le résultat d'un calcul, cette habileté n'ayant pas été développée. Ils sont souvent incapables de comprendre le sens réel des étapes dans l'algorithme. En outre, ils ont beaucoup de mal à reconnaître l'opération à effectuer en situation de résolution de problèmes et à créer des problèmes qui font appel à l'une ou l'autre des opérations. C'est pourquoi un enseignement efficace doit être basé sur la compréhension conceptuelle plutôt que procédurale.

Dans la présente section, on examinera certains moyens pour favoriser l'apprentissage conceptuel des opérations sur les nombres décimaux et on précisera la nature de chacune des opérations.

APPRENTISSAGE DES OPÉRATIONS FONDAMENTALES

Afin de favoriser un apprentissage conceptuel des opérations sur les nombres décimaux, il faut présenter aux élèves des tâches contextualisées et les inciter à utiliser des modèles et des estimations.

Commencer par des tâches simples présentées en contexte : Comme pour les nombres naturels, l'apprentissage des opérations sur les nombres décimaux doit commencer par des tâches simples présentées en contexte. Il s'agit d'une phase d'exploration. Si les élèves sont contraints à remplir des pages d'exercices, certains pourraient acquérir une certaine habileté à effectuer les calculs. Cependant, il ne faut pas confondre l'habileté à calculer et le sens des opérations. Pour développer et démontrer un sens des opérations, les élèves doivent choisir, dans des situations contextualisées, l'opération ou les opérations qui conviennent pour résoudre le problème en faisant appel aux concepts sous-jacents. C'est le choix de l'opération qui indique qu'ils en comprennent le sens, et seule la résolution de problèmes en contexte leur permet de développer cette compréhension. Les élèves doivent être exposés à des problèmes de plus en plus complexes au fur et à mesure que leur sens des opérations se développe.

Exemples de problèmes

Problème	Raisonnement
Simon reçoit 0,75 $ pour chaque liasse de feuillets publicitaires qu'il livre. Combien d'argent reçoit-il s'il livre 6 liasses de feuillets?	L'élève qui saisit le sens de la multiplication reconnaît que pour résoudre le problème, il faut effectuer 6 × 0,75 $. Ensuite, il ou elle choisit une stratégie pour effectuer le calcul (p. ex., utilisation de l'addition répétée, d'une représentation semi-concrète, d'une calculatrice).
Léa reçoit 0,75 $ pour la livraison de 5 catalogues. Combien reçoit-elle pour la livraison d'un seul catalogue?	L'élève qui saisit le sens de la division reconnaît que pour résoudre le problème, il faut effectuer 0,75 $ ÷ 5. Ensuite, il ou elle choisit une stratégie pour effectuer le calcul (p. ex., utilisation d'une représentation concrète, d'un algorithme personnel).

Note : Il est préférable de ne pas donner aux élèves toute une série de problèmes du même type puisqu'ils saisissent rapidement que tous les problèmes visent la même opération et ne se posent plus de questions quant au choix de l'opération à effectuer.

Permettre aux élèves d'explorer les opérations à l'aide de plusieurs modèles : Les élèves doivent être en mesure d'utiliser des stratégies informelles et du matériel concret ou semi-concret afin de modéliser et de représenter les opérations. Ces représentations les aident à visualiser et à comprendre ce qui arrive aux quantités au cours des opérations et leur permettent ainsi de développer des algorithmes personnels. Des exemples d'algorithmes personnels sont présentés dans *Énoncé 3 – Représentations des opérations* (p. 97-110).

Inciter les élèves à estimer le résultat d'une opération : Dans la vie quotidienne, une estimation est souvent aussi valable qu'une réponse exacte. C'est pourquoi il importe de ne pas toujours exiger une réponse exacte à une situation de résolution de problèmes. Van de Walle et Lovin (2006, p. 197) suggèrent que les premiers problèmes auxquels les élèves sont exposés soient des problèmes qui misent sur l'estimation comme stratégie de résolution; être capable d'estimer le résultat d'une opération témoigne d'un bon sens des opérations. Par exemple :

Pour se qualifier à l'occasion d'un relais 4 × 100 mètres, la course devait être réalisée en moins de 50 secondes. Les coureurs d'une équipe ont obtenu les temps suivants : 13,74 s, 15,01 s, 13,34 s et 12,34 s. L'équipe s'est-elle qualifiée?

Dans ce cas, une estimation faite à partir de la partie entière de chaque nombre suffit à démonter que l'équipe ne s'est pas qualifiée.

Au quotidien, les calculs complexes nécessitant une réponse exacte sont presque toujours effectués à l'aide de la technologie. Dans de tels cas, il est important de reconnaître quel calcul est requis et de savoir juger de la vraisemblance du résultat.

Les élèves qui prennent le temps d'estimer le résultat avant de le calculer — à l'aide d'un algorithme ou d'une calculatrice — sont plus aptes à confirmer ou à infirmer la vraisemblance du résultat obtenu. Par exemple, l'élève qui calcule 10 × 0,5 et qui obtient 50 peut plus facilement reconnaître que ce résultat est erroné, s'il ou elle a d'abord anticipé l'ordre de grandeur de la réponse.

Pour estimer le résultat d'une opération sur les nombres décimaux, les élèves font appel aux mêmes stratégies que celles utilisées avec les fractions ou les nombres naturels. Ainsi, ils peuvent arrondir ou décomposer des nombres et utiliser des nombres repères, en se servant de leur sens du nombre, de leur sens des opérations et du contexte du problème. L'enseignant ou l'enseignante peut aider les élèves à développer leur sens du nombre et leur sens des opérations en leur donnant des problèmes tels que le problème de course à relais décrit précédemment et en leur demandant d'estimer le résultat. Il ou elle peut aussi leur demander d'estimer les résultats de calculs comme ceux présentés dans le tableau ci-dessous.

Exemples d'estimation du résultat d'une opération

Exemple	Estimation (en utilisant le sens du nombre et le sens des opérations)
2,987 + 72,012 + 98,12	Les élèves comprennent qu'additionner c'est unir des quantités et qu'une estimation peut être faite à partir de l'arrondissement des nombres. Ils peuvent alors estimer que la somme se situe entre 170 et 180 ou qu'elle est près de 175 (3 + 72 + 100).
469,7 – 39,52	Les élèves comprennent que soustraire c'est enlever une quantité d'une autre. Ils peuvent ainsi reconnaître que, puisqu'on enlève moins de 69 à la quantité initiale, la différence est supérieure à 400 ou près de 430 (470 – 40).
4 × 1,3	Les élèves comprennent que 1,3 est plus grand que 1 et plus petit que 2. Ils peuvent donc reconnaître que la réponse est plus grande que 4 (4 × 1 = 4) et plus petite que 8 (4 × 2 = 8). Ils estiment alors que le produit est environ 6.
27,36 ÷ 9	Les élèves qui interprètent cette division comme étant un partage peuvent arrondir les nombres (27 ÷ 9 ou 30 ÷ 10) pour conclure qu'il y aura environ 3 éléments par groupe. Le quotient est donc environ 3. Les élèves qui interprètent cette division comme étant un groupement peuvent arrondir les nombres (27 ÷ 9 ou 30 ÷ 10) pour conclure qu'il y aura environ 3 groupes. Le quotient est donc environ 3.

Les estimations sont généralement le résultat d'un calcul mental rapide. Il est alors important que les élèves développent l'habileté à estimer et qu'ils perçoivent l'estimation comme étant un geste à poser informellement avant d'effectuer un calcul.

NATURE DES OPÉRATIONS FONDAMENTALES

Addition et soustraction

L'addition et la soustraction de nombres décimaux ne présentent pas de nouveaux défis aux élèves qui connaissent bien le sens des nombres décimaux et les stratégies pour additionner et soustraire les nombres naturels. En général, ils reconnaissent que pour additionner ou soustraire des nombres naturels, il faut additionner ou soustraire les chiffres qui ont la même valeur de position, soit les unités avec les unités, les dizaines avec les dizaines, et ainsi de suite. Il en est de même avec les nombres décimaux. Ils savent qu'on peut unir ou comparer des chiffres dans la même position, qu'ils soient à droite ou à gauche de la virgule, puisqu'ils représentent des quantités de même grandeur. Il s'agit d'un des grands avantages du système décimal.

Pour s'assurer que les élèves comprennent, l'enseignant ou l'enseignante doit leur présenter des opérations à l'horizontale (p. ex., 23,5 + 14,7) ainsi que des situations dans lesquelles les nombres n'ont pas le même nombre de décimales (p. ex., 54,7 + 12,68 + 3). De plus, les opérations à effectuer devraient provenir le plus souvent possible de situations de résolution de problèmes.

Les types de problèmes de soustraction et d'addition présentés dans le fascicule 1 (*Nombres naturels*) du présent guide (voir p. 81-84), soit les problèmes d'ajout, de comparaison, de retrait et de réunion, s'appliquent tout aussi bien aux nombres décimaux. Les élèves doivent pouvoir représenter les problèmes de façon symbolique et prendre l'habitude d'estimer afin d'établir l'ordre de grandeur du résultat des opérations. Cette information est fort utile lorsque vient le temps de vérifier la vraisemblance de la réponse.

Exemples de problèmes

Type de problème	Problème	Exemple d'estimation	Représentation symbolique
Problème d'ajout	Youssef a soif. Il boit un verre d'eau en 1,4 seconde et un verre de jus en 2,68 secondes. Combien de temps Youssef a-t-il pris pour boire les deux verres?	Si on arrondit les deux quantités à l'unité supérieure la plus près, on obtient 1 + 3 = 4. On conclut alors que Youssef a pris à peu près 4 secondes pour boire les deux verres.	1,4 + 2,68 $\begin{array}{r} 1{,}4 \\ +\ 2{,}68 \\ \hline \end{array}$
Problème de comparaison	Luc a lancé une balle sur une distance de 7,37 mètres, tandis que Marc l'a lancée sur une distance de 6,52 mètres. Quel est l'écart entre les deux distances?	Luc a lancé la balle sur une distance d'environ 7 mètres et demi, tandis que Marc l'a lancée sur une distance d'environ 6 mètres et demi. Donc, l'écart entre les deux distances est d'environ un mètre.	7,37 – 6,52 $\begin{array}{r} 7{,}37 \\ -\ 6{,}52 \\ \hline \end{array}$

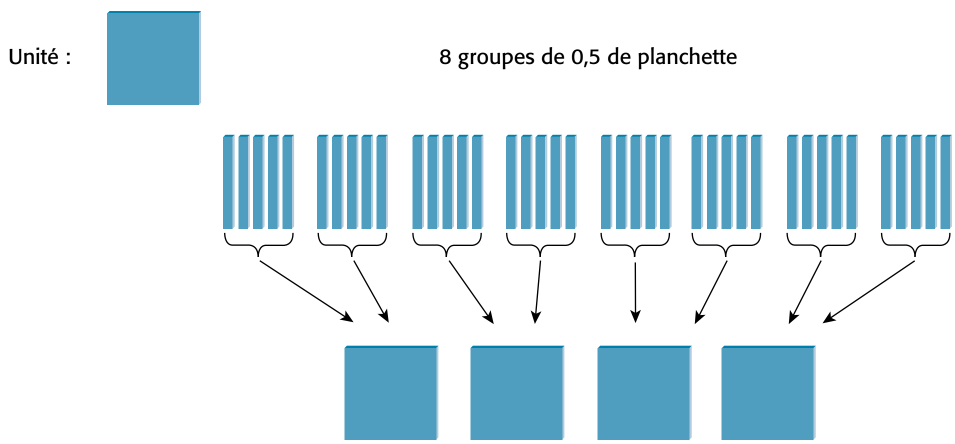
Multiplication

Les élèves du cycle moyen ont déjà une expérience du concept de multiplication et comprennent que la multiplication de nombres naturels a pour effet de générer un produit supérieur aux quantités en cause, sauf dans les situations de multiplications par 1 et par 0. Ils sont alors souvent surpris de constater qu'une multiplication dont l'un des facteurs est un nombre décimal inférieur à 1 donne un produit inférieur à l'autre facteur (p. ex., $10 \times 0{,}5 = 5$; $20 \times 0{,}15 = 3$).

Ces résultats sont surprenants pour quiconque ne traite pas les nombres en contexte ou n'a pas acquis une compréhension de la multiplication lui permettant d'expliquer de tels résultats. Par exemple, si les élèves doivent déterminer la distance parcourue par un lapin qui fait 8 bonds de 0,5 m, ils sont confrontés à une multiplication qui donne un produit inférieur au facteur 8, car $8 \times 0{,}5 = 4$. Pour évaluer l'expression $8 \times 0{,}5$, on peut utiliser une droite numérique et représenter les 8 bonds. On obtient une distance totale de 4 m. Même s'il peut paraître surprenant que le produit soit inférieur au facteur 8, le contexte permet aux élèves d'en saisir la raison. Les élèves acquièrent alors une meilleure compréhension de la multiplication qui tient compte de telles situations.

En général, il existe deux façons d'interpréter une multiplication écrite de façon symbolique, par exemple 3 × 4. On peut l'interpréter comme étant *3 fois le nombre 4*, ce qui est équivalent à *3 groupes de 4*, ou comme étant *le nombre 3 multiplié par 4*, ce qui est équivalent à *4 groupes de 3*. Selon Baruk (1995, p. 737), une expression comme *le nombre 3 multiplié par 4* est « lourde et peu en accord avec l'expression naturelle dans la langue d'une quantité qui se répète ». Dans ce document, l'expression 3 × 4 sera interprétée comme étant *3 fois le nombre 4* ou *3 groupes de 4* afin de respecter le sens le plus naturel.

Si les élèves ont bien saisi que 3 × 4 signifie *3 groupes de 4*, ils pourront comprendre le sens de 8 × 0,5, soit 8 groupes de 0,5 comme le montre l'illustration suivante dans laquelle une planchette représente l'unité.



8 × 0,5 = 4

Le programme-cadre de mathématiques prescrit, pour les élèves de 6^{e} année, l'étude de la multiplication d'un nombre décimal par un nombre naturel (p. ex., 8 × 0,26). La multiplication peut ainsi être interprétée par une addition répétée.

Dans l'enseignement traditionnel de la multiplication sur les nombres décimaux, on fait apprendre un algorithme. Par exemple, pour effectuer 8 × 0,26, on procède d'abord comme pour des entiers :

$$\begin{array}{r} 0{,}26 \\ \underline{\times\ 8} \\ 208 \end{array}$$

Ensuite, on compte le nombre de décimales dans les deux facteurs (2 dans le présent exemple) et on place la virgule dans le produit afin qu'il ait le même nombre de décimales. On obtient alors :

$$\begin{array}{r} 0{,}26 \\ \underline{\times\ 8} \\ 2{,}08 \end{array}$$

Pour les élèves, il s'agit d'apprendre une règle de plus, ce qui renforce leur impression qu'apprendre les mathématiques consiste à apprendre à obéir à une multitude de règles. Or, l'apprentissage de cette règle a perdu de son importance avec l'avènement de la calculatrice. Il est plus important pour les élèves de bien intégrer les particularités de la multiplication de nombres décimaux à leurs connaissances de la multiplication de nombres naturels et d'accroître leur sens du nombre et leur sens des opérations de manière à prévoir l'ordre de grandeur du produit de deux nombres donnés.

Au départ, il est très important de comprendre un élément du sens du nombre, soit la relation d'ordre de grandeur entre deux nombres composés des mêmes chiffres dans le même ordre. Cette relation peut être reconnue en observant la position de la virgule dans les nombres. Par exemple :

12,5 est 10 fois plus petit que **125** ⟶ $125 \div 10 = 12{,}5$
125 est 10 fois plus grand que **12,5** ⟶ $10 \times 12{,}5 = 125$

1,25 est 100 fois plus petit que **125** ⟶ $125 \div 100 = 1{,}25$
125 est 100 fois plus grand que **1,25** ⟶ $100 \times 1{,}25 = 125$

0,125 est 1 000 fois plus petit que **125** ⟶ $125 \div 1\,000 = 0{,}125$
125 est 1 000 fois plus grand que **0,125** ⟶ $1\,000 \times 0{,}125 = 125$

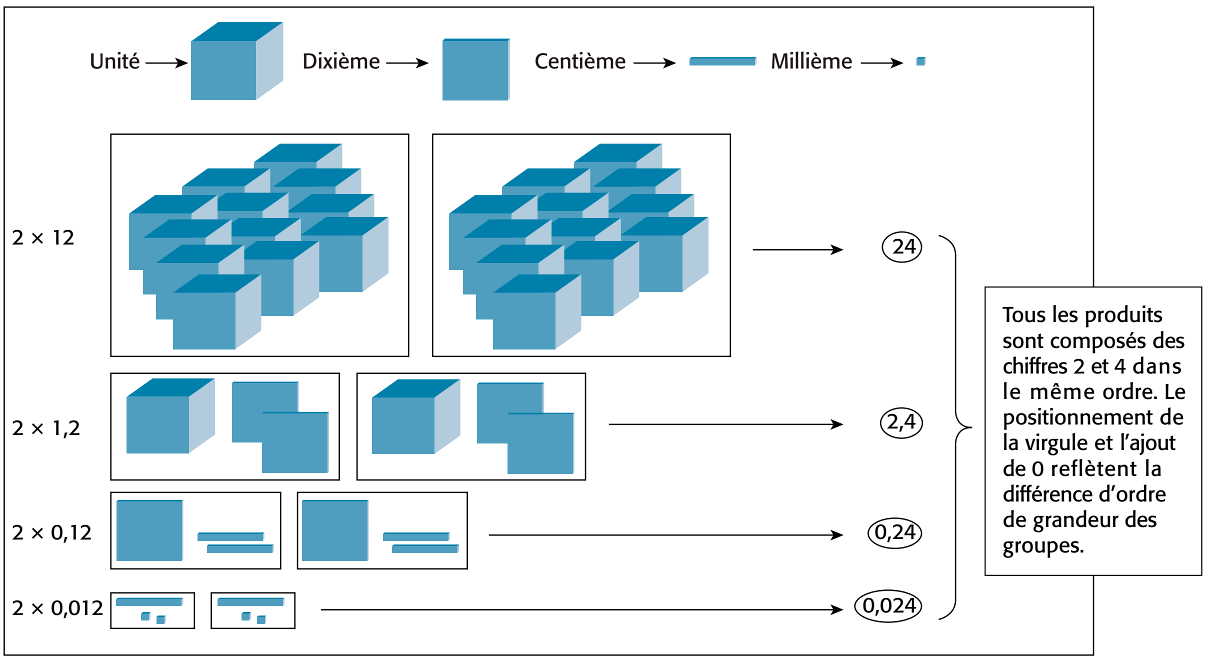
Cette compréhension rend inutile l'apprentissage de règles comme « lorsqu'on multiple par 10, on pousse la virgule d'une place vers la droite ». Les élèves peuvent plutôt analyser la situation d'une multiplication dont un des facteurs est un nombre décimal. Par exemple, ils peuvent découvrir que les produits de 2×12, de $2 \times 1{,}2$ de $2 \times 0{,}12$ et de $2 \times 0{,}012$ sont apparentés. Dans ces expressions, les chiffres **1** et **2** paraissent ensemble dans le même ordre dans un des facteurs. De même, les chiffres **2** et **4** paraissent ensemble dans le même ordre dans le produit. Les élèves pourraient expliquer cette relation de la façon suivante :

« Puisque la taille des groupes est exactement 10 fois plus petite que dans la ligne précédente, les produits sont aussi 10 fois plus petits. »

Taille des groupes

$$
\begin{aligned}
2 \times 12 &= 24 \\
2 \times 1{,}2 &= 2{,}4 \\
2 \times 0{,}12 &= 0{,}24 \\
2 \times 0{,}012 &= 0{,}024
\end{aligned}
$$

Le tableau suivant démontre cette même relation à l'aide de représentations concrètes.



Ainsi, lorsque les élèves saisissent bien la relation entre les facteurs 12, 1,2, 0,12 et 0,012, soit que chacun est 10 fois plus petit que le précédent, et l'effet de cette relation sur le produit, ils comprennent pourquoi il est possible de multiplier les nombres décimaux comme s'il s'agissait de nombres naturels, puis de positionner la virgule en se basant sur l'estimation et sa connaissance de l'ordre de grandeur. Comme le démontrent les exemples ci-dessus, c'est en développant et en utilisant leur sens du nombre que les élèves apprennent à déterminer la position de la virgule dans le produit et non en apprenant une règle de plus. Voici des exemples de l'utilisation de l'estimation pour déterminer la position de la virgule dans un produit.

Opération		Estimation		Produit
				(puisque les chiffres 1, 2 et 5 se retrouvent dans cet ordre dans le produit)
5 × 25	⟶	5 groupes de 25 donc 125	⟶	125
5 × 2,5	⟶	5 groupes de 2, soit environ 10	⟶	12,5
5 × 0,25	⟶	C'est comme 5 pièces de 25 ¢, donc environ 1 ($).	⟶	1,25

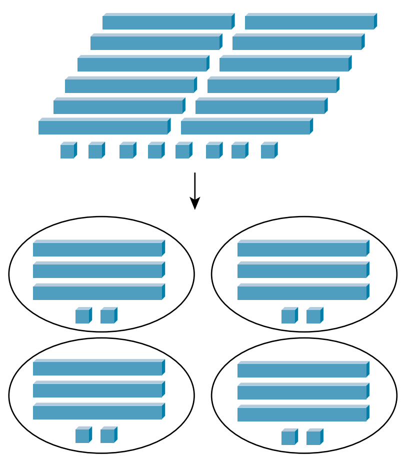
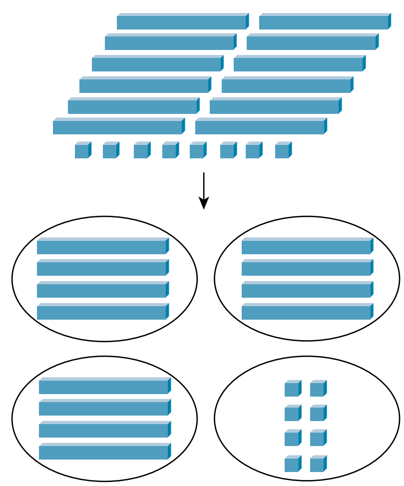
Division

Au cours de leur apprentissage, les élèves ont appris qu'une division comme 12 ÷ 3 s'effectue selon un contexte où l'on crée des groupes de 3 éléments (sens de groupement) ou selon celui où l'on crée 3 groupes égaux (sens de partage). Ces deux contextes existent aussi en présence d'une division d'un nombre décimal par un nombre naturel.

Ainsi, ayant compris ces deux sens de la division avec les nombres naturels, les élèves peuvent reconnaître que la situation selon laquelle on doit répartir équitablement 23,50 $ entre 5 amis revêt un sens de **partage** et qu'elle peut être représentée par 23,50 ÷ 5, division dont le quotient représente la grandeur d'un groupe (nombre de dollars que reçoit un ami). Ils peuvent aussi reconnaître que la situation où il s'agit de verser 23,50 litres de jus dans des contenants de 5 litres revêt un sens de **groupement** et qu'elle peut aussi être représentée par 23,50 ÷ 5. Cependant, dans ce cas, le quotient représente le nombre de groupes (nombre de contenants remplis).

Par la suite, peu importe la situation donnée (partage ou groupement), les élèves peuvent estimer que le quotient est environ 5 et ils peuvent utiliser une stratégie afin de déterminer que le quotient est égal à 4,70 $ (sens partage) ou à 4,7 pichets remplis (sens groupement). Des exemples de stratégies pour effectuer une division sont présentés dans *Énoncé 3 – Représentations des opérations* (p. 97-110).

La nature fractionnaire d'un nombre décimal a pour effet de rendre l'interprétation des quantités dans une division plus difficile qu'avec des nombres naturels comme en témoigne le tableau suivant.

	Partage	Groupement
Sens du quotient	On cherche le nombre d'éléments dans chaque groupe.	On cherche le nombre de groupes.
Problème	Des élèves s'engagent à faire 12,8 km de marche, et ce, en 4 jours. Combien de kilomètres doivent-ils faire quotidiennement s'ils souhaitent parcourir la même distance chaque jour?	Pierre veut faire une randonnée de 12,8 km en parcourant 4 km par heure. Combien d'heures lui faudra-t-il pour réaliser cette randonnée?
Opération	12,8 ÷ 4	12,8 ÷ 4
Question à poser	On partage les 12,8 km en 4 étapes de même longueur (4 groupes). Quelle est la longueur de chaque étape?	On a 12,8 km que l'on regroupe 4 km par heure (4 par groupe). Combien de groupes y aura-t-il?
Représentation	La languette représente l'unité (1 km) 	La languette représente l'unité (1 km)  Chaque groupe composé de 4 languettes représente une heure. Le dernier groupement représente huit quarantièmes ($\frac{8}{40}$) d'un groupe, ce qui est l'équivalent à deux dixièmes ($\frac{2}{10}$ ou 0,2) d'heure.
Interprétation de la représentation	Le quotient représente le nombre d'éléments par groupe, soit 3,2 éléments par groupe. Chaque jour, les élèves devront donc parcourir 3,2 km.	Le quotient représente le nombre de groupes, soit 3,2 groupes. Il lui faudra donc 3,2 heures pour faire la randonnée.

Dans une situation de partage, la compréhension du quotient est généralement assez simple puisque la partie décimale du quotient représente une partie ou une fraction d'un élément. Ainsi, dans le problème de partage précédent, il est assez clair que chaque groupe est composé de 3,2 km (3,2 éléments), soit 3 kilomètres entiers et 0,2 ($\frac{2}{10}$) d'un autre kilomètre.

Dans une situation de groupement, on compte des groupes. La partie décimale du quotient est alors plus complexe à interpréter puisque cette partie décimale représente une partie d'un groupe. Du problème de groupement précédent, les élèves peuvent comprendre le sens du quotient en effectuant une estimation à l'aide de nombres naturels. Ils peuvent alors affirmer que Pierre mettra un peu plus de 3 heures ($3 \times 4 = 12$) ou entre 3 et 4 heures pour faire la randonnée. Afin de déterminer un quotient en suivant le sens de groupement, il faut créer des groupes d'une grandeur donnée. Dans l'exemple, il s'agit de créer des groupes de 4 km. On crée 3 groupes et on se retrouve avec un autre groupe partiellement complet. Que représente cette partie d'un groupe? Dans une situation de groupement, c'est le groupe au complet qui devient l'unité qu'il faut compter. Ainsi, les 8 dixièmes d'une languette doivent être considérés comme fraction du groupe, le groupe étant composé de 4 languettes ou de 40 dixièmes de languette. Donc, les 0,8 dans ce groupe représentent alors 0,2 d'un groupe.

Le sens de partage reflète le sens le plus courant d'une division dont le dividende est un nombre décimal. De plus, comme mentionné précédemment, l'interprétation du quotient décimal est aussi plus accessible dans un contexte de partage. Il est tout de même important que les élèves soient exposés à quelques exemples de divisions qui revêtent le sens de groupement.

Tout comme ils l'ont fait avec la multiplication, les élèves peuvent découvrir, en utilisant une série d'opérations apparentées, que dans les divisions telles que $72 \div 4$, $7{,}2 \div 4$ et $0{,}72 \div 4$ les chiffres qui composent les quotients sont les mêmes, dans le même ordre, et que seule la position de la virgule est différente.

Exemple

$$\begin{tikzcd}
72 \div 4 = 18 \arrow[d, "\div 10"] \arrow[dd, bend right=60, "\div 100"'] \\
7{,}2 \div 4 = 1{,}8 \\
0{,}72 \div 4 = 0{,}18
\end{tikzcd}$$

> Si 4 personnes partagent 72 mètres de ruban également, chaque personne en reçoit 18 mètres.
>
> Si 4 personnes partagent 7,2 mètres de ruban également, chaque personne en reçoit 1,8 mètre.
> Puisque par rapport à 72 mètres, il y a 10 fois moins de mètres de ruban à partager, chaque personne en reçoit 10 fois moins.
>
> Si 4 personnes partagent 0,72 mètre de ruban également, chaque personne en reçoit 0,18 mètre.
> Puisque par rapport à 72 mètres, il y a 100 fois moins de mètres de ruban à partager, chaque personne en reçoit 100 fois moins.

Les élèves ont déjà vu que pour effectuer une multiplication comme 4 × 12,8, ils peuvent estimer la réponse (p. ex., le produit sera près de 48, car 4 × 12 = 48), effectuer la multiplication comme s'il s'agissait de nombres naturels (4 × 128) pour obtenir le produit 512, puis placer la virgule à l'endroit approprié (51,2), en utilisant l'estimation comme indicateur de l'ordre de grandeur. Ils peuvent procéder de façon semblable pour effectuer des divisions.

Exemple 1

On cherche à effectuer 32,4 ÷ 3.

On sait que la réponse est près de 10, car 30 ÷ 3 = 10.

On effectue la division comme s'il s'agissait de nombres naturels (324 ÷ 3) pour obtenir le quotient 108.

Ensuite on place la virgule à l'endroit approprié, soit 10,8, sachant que la réponse est près de 10.

Note : Puisque **32,4** est 10 fois plus petit que **324**, le quotient de 32,4 ÷ 3 (10,8) est 10 fois plus petit que le quotient de 324 ÷ 3 (108).

Exemple 2

On cherche à effectuer 0,388 ÷ 4.

Pour estimer, on peut penser que l'on a environ 400 millièmes à diviser par 4, ce qui donne environ 100 millièmes (0,100). On peut aussi penser que l'on a environ 40 centièmes à diviser par 4, ce qui donne environ 10 centièmes (0,10) ou même que l'on a environ 4 dixièmes à diviser par 4, ce qui donne environ 1 dixième (0,1).

On effectue la division 388 ÷ 4 pour obtenir 97.

On place la virgule à l'endroit approprié, soit 0,097, car on sait que la réponse est près de 0,100 ou 0,10 ou 0,1.

Note : Au cycle moyen, lorsqu'on présente des problèmes de division aux élèves, il faut s'assurer que les réponses ne comportent pas un nombre infini de décimales, ni un trop grand nombre de décimales (p. ex., 123,62 ÷ 6 = 20,6033333…; 31,65 ÷ 8 = 3,95625). Il est préférable de s'en tenir à des réponses comportant un maximum de trois décimales. Pour ce faire, on peut procéder à rebours afin de choisir des nombres appropriés. Par exemple, on pense à la situation suivante :

Pendant ses vacances, Valérie veut effectuer un trajet de 15,3 km en une semaine. Elle décide de parcourir la même distance chaque jour pendant 7 jours. Quelle distance parcourra-t-elle chaque jour?

Avec une calculatrice, on détermine que 15,3 ÷ 7 = 2,185714… On décide qu'il est préférable de modifier les données du problème pour obtenir comme réponse 2,2. Pour connaître le dividende, il suffit de calculer 7 × 2,2. On obtient 15,4.
La situation est alors modifiée comme suit :

Pendant ses vacances, Valérie veut effectuer un trajet de 15,4 km en une semaine. Elle décide de parcourir la même distance chaque jour pendant 7 jours. Quelle distance parcourra-t-elle chaque jour?

Énoncé 2 – Relations entre les opérations

Comprendre les propriétés des opérations et les relations entre ces opérations permet de les utiliser avec plus de souplesse.

> *L'utilisation des propriétés des opérations et des relations entre les opérations nous permet de construire des phrases numériques et de les manipuler avec souplesse de manière à résoudre des équations et à simplifier des calculs.*
>
> (Department of Education and Training of Western Australia, 2005, p. 66, traduction libre)

Les élèves doivent être en mesure de manipuler les nombres décimaux dans le cadre de différentes situations et de résoudre des problèmes en utilisant les opérations appropriées. Pour ce faire, ils doivent miser sur leur compréhension des propriétés des opérations et des relations entre ces opérations.

Dans ce qui suit, il est d'abord question des liens entre les opérations ainsi que des stratégies de calcul mental. Les relations entre les opérations sont importantes dans le développement de l'habileté à calculer mentalement puisqu'elles sont utilisées, consciemment ou inconsciemment, en situation de calcul mental. Ensuite, la division sera utilisée afin de démontrer le lien entre une fraction et un nombre décimal.

Liens entre les opérations

Les liens entre les opérations d'addition, de soustraction, de multiplication et de division sont les mêmes qu'elles soient effectuées avec des nombres naturels, des fractions ou des nombres décimaux. Les élèves ont déjà acquis une compréhension de certains de ces liens.

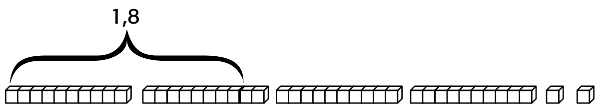
Par exemple, la soustraction est l'inverse de l'addition et la division est l'inverse de la multiplication. La compréhension de ces relations ne se résume pas à l'habileté à les énoncer; elle comprend aussi l'habileté à les reconnaître et à les utiliser. L'enseignant ou l'enseignante peut aider les élèves à approfondir la compréhension de ces relations en profitant des situations impliquant les opérations avec les nombres décimaux.

Exemple 1

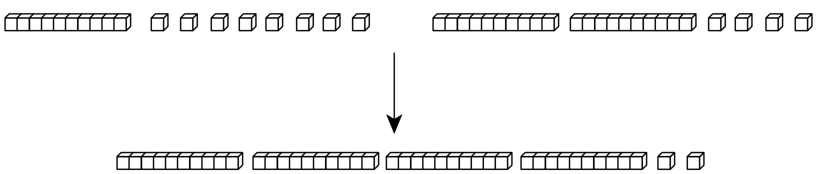
Lisa doit parcourir 4,2 km. Elle a déjà parcouru 1,8 km. Quelle distance lui reste-t-il à parcourir?

Ce genre de situation permet de montrer la relation entre la soustraction et l'addition (la soustraction est l'inverse de l'addition).

On peut utiliser du matériel de base dix où une languette représente 1 km. Ainsi, 4 languettes et 2 petits cubes placés en ligne droite représentent 4,2 km. On identifie ensuite la représentation de 1,8 km et on constate qu'il reste 2,4 km à parcourir.



De façon symbolique, on a donc 4,2 km – 1,8 km = 2,4 km. Pour vérifier ce résultat, on regroupe les représentations des deux distances partielles pour confirmer qu'elles donnent bien 4,2 km.



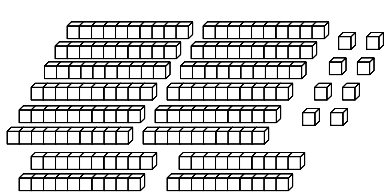
De façon symbolique, on a 1,8 km + 2,4 km = 4,2 km. On peut conclure que si 4,2 – 1,8 = 2,4, alors 1,8 + 2,4 = 4,2.

Exemple 2

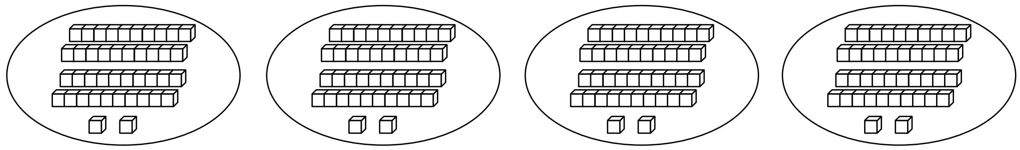
Il faut séparer 16,8 m de ruban en 4 sections de même longueur. De quelle longueur sera chaque section?

Ce genre de situation permet de montrer la relation entre la multiplication et la division (la multiplication est l'inverse de la division).

On peut utiliser du matériel de base dix où une languette représente 1 m.



On partage le matériel en 4 groupes pour obtenir : 16,8 ÷ 4 = 4,2.



Ainsi, on détermine que chaque section sera de 4,2 m. Pour vérifier, on peut remarquer qu'on se retrouve devant 4 groupes de 4,2, et que 4 × 4,2 = 16,8.

Exemple 3

Quel est le produit de 5 × 3,6?

Ce genre de situation permet de montrer de façon informelle la distributivité de la multiplication sur l'addition.

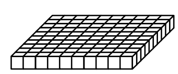
Pour calculer 5 × 3,6, on peut décomposer 3,6 en 3 + 0,6, calculer 5 × 3, puis 5 × 0,6 et additionner ensuite les résultats. On obtient comme réponse finale 18 (15 + 3). Pour développer leur sens des opérations, il est important que les élèves sachent qu'ils peuvent effectuer la multiplication en décomposant un nombre et appliquer la multiplication à chacun des termes séparément.

Exemple 4

Une classe a ramassé 50 sacs de pissenlits. Elle recevra 0,06 $ par sac. Combien d'argent recevra-t-elle en tout?

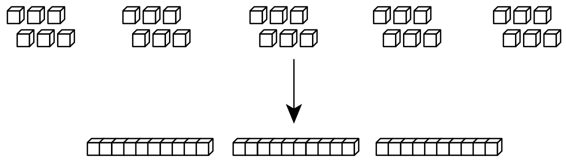
Ce genre de situation permet d'utiliser de façon informelle l'associativité de la multiplication.

On cherche à calculer 50 × 0,06. On peut prendre une planchette pour représenter l'unité.

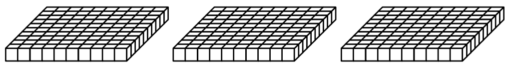


On doit donc calculer la valeur de 50 groupes de 6 centièmes.

Or, on ne formera pas nécessairement 50 groupes avec du matériel concret. Après avoir formé 5 groupes, on peut constater que ces 5 groupes forment 3 dixièmes (5 × 0,06 = 0,3).



Puisque 5 groupes forment 3 dixièmes, 50 groupes formeront 10 fois plus, soit 30 dixièmes, ou 3 unités.



On aurait pu aussi effectuer l'opération en raisonnant comme suit : 10 groupes de 0,06 $ donnent 0,60 $ et ensuite reconnaître que pour 50 groupes, il en faut 5 fois plus, donc 3,00 $. Ceci démontre que si l'expression 50 × 0,06 est remplacée par 10 × 5 × 0,06, le produit peut être déterminé en effectuant 10 × (5 × 0,06) ou 5 × (10 × 0,06). Au cycle moyen, il n'est pas nécessaire que les élèves expriment symboliquement cette propriété; l'important est d'en comprendre l'utilisation.

CALCUL MENTAL

La vie quotidienne présente de nombreuses occasions d'effectuer des opérations sur les nombres décimaux. Par exemple, les achats et les mesures font appel aux nombres décimaux. L'habileté à estimer et l'habileté à calculer mentalement sont des caractéristiques du sens du nombre et du sens des opérations. Diverses stratégies de calcul mental peuvent être utilisées dont l'arrondissement, la décomposition et l'utilisation de repères. Voici quelques exemples de leur utilisation en situation de calcul mental.

Arrondissement

Exemple 1

Annie doit acheter une douzaine d'œufs (2,77 $), un sac de 4 litres de lait (4,77 $), un pain (2,33 $), un melon (2,99 $) et un pot de sauce (3,65 $). Elle n'a que 20 $. A-t-elle assez d'argent?

Afin de savoir si elle a assez d'argent, elle peut :

- arrondir les nombres au nombre naturel supérieur (3 $ + 5 $ + 3 $ + 3 $ + 4 $ = 18 $);
- arrondir au dollar près (3 $ + 5 $ + 2 $ + 3 $ + 4 $ = 17 $);
- arrondir au 0,50 $ près (3 $ + 5 $ + 2,50 $ + 3 $ + 3,50 $ = 17 $).

Chaque arrondissement effectué lui permet de conclure qu'elle a assez d'argent.

Exemple 2

La classe de Carla veut acheter 6 pizzas qui coûtent 11,85 $ chacune (taxes incluses). Les élèves ont recueilli 71,50 $. Ont-ils assez d'argent pour acheter les pizzas?

Afin de savoir s'ils ont assez d'argent, ils peuvent :

- arrondir le coût d'une pizza à 12 $. Ils estiment alors le prix à environ 72 $ (6 × 12 $);
- décider de calculer le résultat avec exactitude étant donné que l'estimation est très près de 71,50 $. Lors de l'estimation, ils ont ajouté 0,15 $ par pizza, soit 0,90 $.

0,15 + 0,15 + 0,15 + 0,15 + 0,15 + 0,15

0,30 + 0,30 + 0,30

0,90

Les pizzas coûteront 71,10 $ (72 $ – 0,90 $), donc ils ont assez d'argent.

Décomposition

Exemple 1

À la suite d'une vente-débarras, les parents annoncent à leurs trois enfants qu'ils peuvent se partager la somme de 96,45 $. Combien d'argent chaque enfant recevra-t-il?

En décomposant 96,45 $ (90 $ + 6 $ + 0,45 $), les enfants reconnaissent que chacun recevra exactement 32,15 $ (30 $ + 2 $ + 0,15 $).

Exemple 2

Hubert fabrique des petits bracelets et les vend 2,35 $ chacun. Une amie décide de lui en acheter 4. Combien doit-elle payer?

En décomposant 2,35 $ (2 $ + 0,25 $ + 0,10 $), Hubert reconnaît qu'elle doit lui remettre 9,40 $ (8 $ + 1 $ + 0,40 $).

Utilisation de repères

Exemple 1

Afin d'estimer le coût de 4 jouets à 0,62 $ l'unité, on peut utiliser le nombre repère 0,50 $ et conclure que le coût s'élève à un peu plus de 2 $ (4 × 0,50 $).

Exemple 2

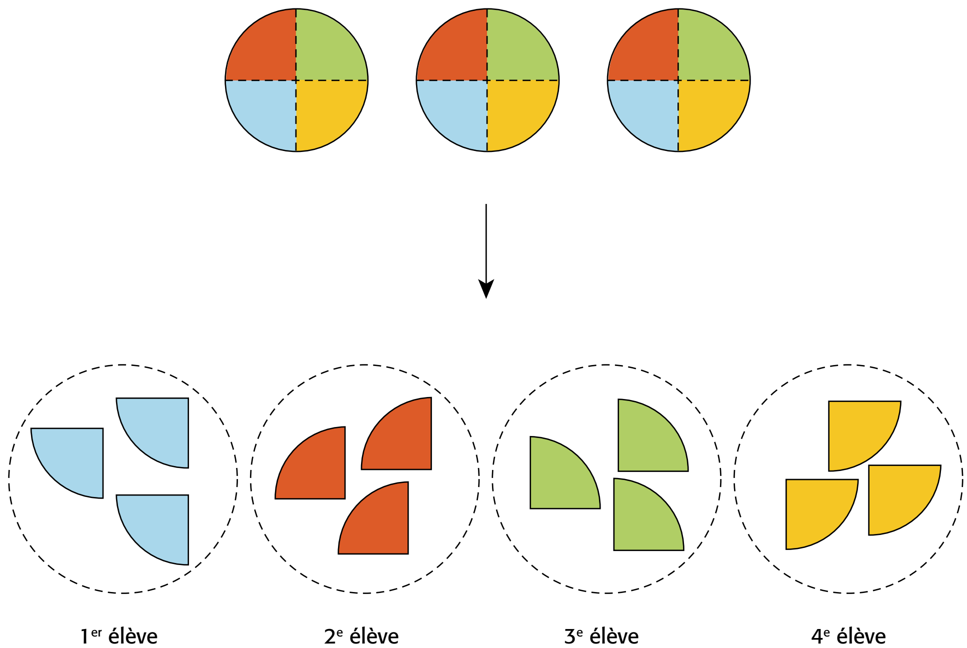
Si un élève cherche la somme 1,30 + 0,65 + 0,25, il peut représenter chaque nombre en utilisant une pièce de 25 ¢ comme repère. Il calcule mentalement la somme 5 pièces (1,25 $) + 2 pièces (0,50 $) +1 pièce (0,25 $), soit 8 pièces de 25 ¢ ou 2 $. Il détermine alors que la somme 1,30 + 0,65 + 0,25 est un peu plus de 2.

RELATION ENTRE UNE FRACTION, UN NOMBRE DÉCIMAL ET UNE DIVISION

Il est possible de démontrer que $\frac{3}{4} = 0{,}75$ en montrant que $\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$ et que $\frac{75}{100} = 0{,}75$. Il est aussi possible de le démontrer par l'entremise de la division. Cela permet de créer et d'entretenir des liens entre trois concepts, soit la division, la fraction qui est la réponse de la division et la notation décimale qui est à la fois la réponse de la division et un nombre équivalent à la fraction.

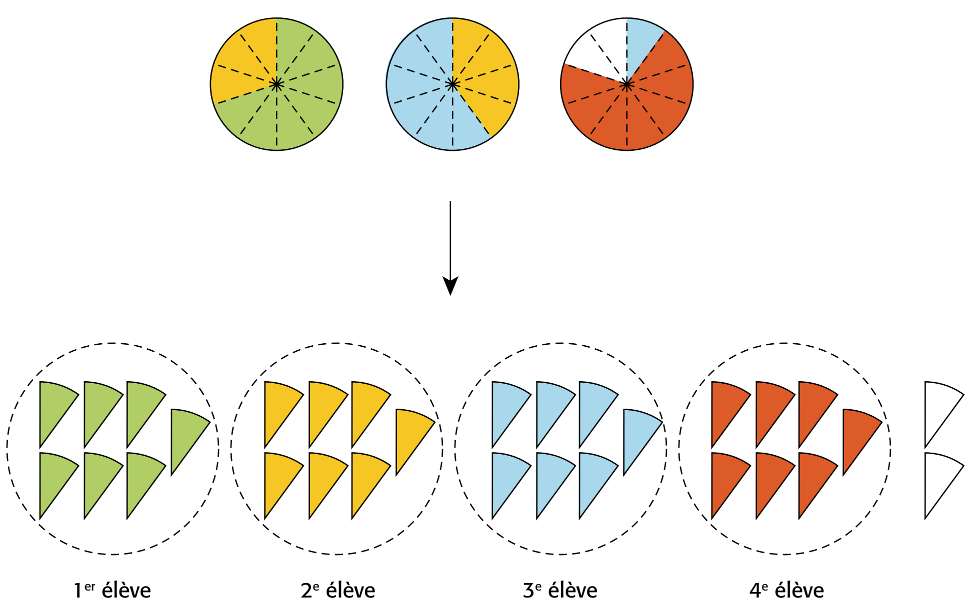
Dans l'enseignement des fractions, on apprend que le résultat d'une division comme 3 ÷ 4 peut être exprimé par une fraction, soit $\frac{3}{4}$. Par exemple, 4 enfants veulent partager 3 pizzas. Combien de pizzas chacun reçoit-il?

Il s'agit d'une situation de division selon le sens de partage, soit la division de 3 objets en 4 groupes. Les élèves coupent la première pizza en quarts et chacun reçoit un quart. Ils font de même avec les deux autres pizzas.

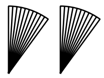


Chacun reçoit ainsi $\frac{3}{4}$ d'une pizza. Donc, $3 \div 4 = \frac{3}{4}$.

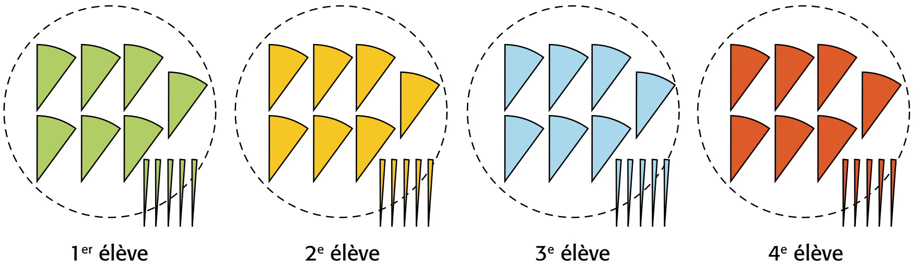
On peut aussi montrer que $3 \div 4 = 0{,}75$. Dans le système décimal, on divise les quantités par une puissance de 10, par exemple par 10, par 100 ou par 1000. Supposons, dans cette situation, que l'on coupe chacune des pizzas en 10 morceaux. On obtient alors 30 morceaux (30 dixièmes de pizza). Chaque élève reçoit donc 7 morceaux, soit 0,7 de pizza, et il en reste 2 morceaux, soit 0,2 de pizza.



Puisqu'on travaille dans le système décimal, on coupe les deux morceaux qui restent (0,2 de pizza) en 10. On obtient donc 20 morceaux qui représentent 20 centièmes (0,20) de pizza.



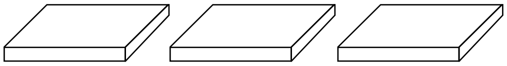
Les élèves se les partagent. Chacun reçoit 5 de ces morceaux, soit 5 centièmes (0,05). En tout, chaque élève reçoit 7 dixièmes (0,7) et 5 centièmes (0,05), soit 0,75 d'une pizza.



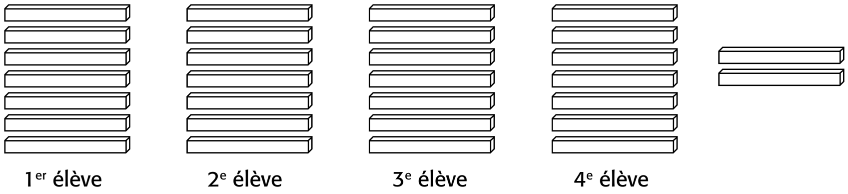
Donc, $3 \div 4 = 0,75$.

On aurait pu s'y prendre d'une façon différente. Lorsqu'on coupe chacune des 3 pizzas en 10 morceaux, on constate qu'il y a 30 morceaux en tout et qu'il est impossible de les partager équitablement. On coupe donc chacune des pizzas en 100 morceaux, c'est-à-dire en 100 centièmes. On a donc un total de 300 morceaux (300 centièmes de pizza). Puisque $300 \div 4 = 75$, chacun reçoit 75 morceaux, soit 75 centièmes. Donc, $3 \div 4 = 0,75$.

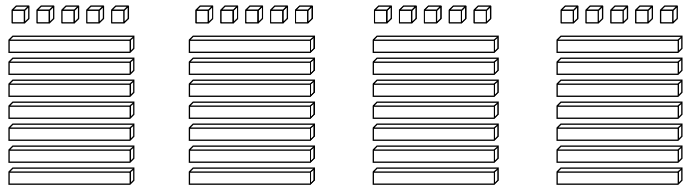
On peut aussi modeler la division à l'aide de matériel de base dix pour représenter un tel partage. Par exemple, 4 élèves veulent partager 3 pizzas. On utilise trois planchettes pour représenter les pizzas.



Pour les partager, on coupe chaque planchette en dix. Il y a 30 dixièmes de planchette. Chaque élève en reçoit 7 et il en reste 2.

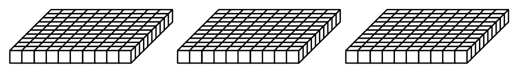


On coupe chacun des deux dixièmes en 10. On obtient donc 20 centièmes de planchette. Chaque élève reçoit donc 5 centièmes.



En tout, chaque élève reçoit 7 dixièmes et 5 centièmes, soit 0,75 de pizza. Donc, $3 \div 4 = 0{,}75$.

Comme pour le modèle circulaire, on aurait pu couper chaque planchette en 100 centièmes dès le départ, pour un total de 300 centièmes.



Puisque $300 \div 4 = 75$, chaque élève reçoit 75 centièmes. Donc, $3 \div 4 = 0{,}75$.

Pour approfondir la relation entre une fraction, un nombre décimal et une division, il est préférable, afin qu'on puisse clairement suivre le partage, de s'en tenir à des divisions dont le diviseur est 2, 3, 4 et 5 et dont le quotient est un nombre décimal à une ou deux décimales.

Après avoir effectué quelques exemples de partage à l'aide de matériel concret ou semi-concret, les élèves peuvent ensuite explorer la relation à l'aide de la calculatrice. Il est cependant important, même si l'opération est effectuée en utilisant la calculatrice, de maintenir des discussions quant au lien avec le sens de la division dont le résultat est exprimé en notation décimale. Sinon, l'utilisation de la calculatrice devient un simple exercice exempt de sens. Les élèves peuvent voir, en utilisant la calculatrice, que les quotients $2 \div 4$, $3 \div 6$, $15 \div 30$ et même $50 \div 100$ sont équivalents (0,5). Ils peuvent aussi reconnaître l'équivalence entre les fractions $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{15}{30}$ et $\frac{50}{100}$ qui peuvent toutes être exprimées par le nombre décimal 0,5.

Énoncé 3 - Représentations des opérations

Connaître une variété de stratégies pour effectuer les opérations permet de les utiliser avec efficacité selon le contexte.

> *Il faut pouvoir passer aisément des fractions aux nombres décimaux et aux pourcentages. Il faut posséder un sens du nombre et un sens des opérations plus solides que jamais, de manière à pouvoir estimer et effectuer des calculs précis mentalement.*
>
> (Fosnot et Dolk, 2002, p. 101, traduction libre)

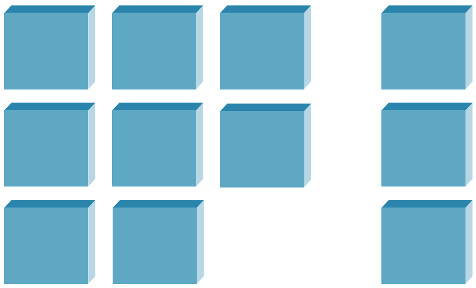
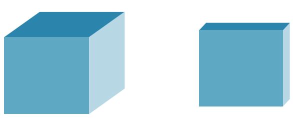
Le processus d'apprentissage des opérations est long et complexe. Il est nécessaire de fournir aux élèves des occasions d'exprimer leur compréhension à l'aide de représentations concrètes (p. ex., matériel de base dix) et semi-concrètes (p. ex., droite numérique, dessin) avant de passer aux représentations symboliques (p. ex., algorithmes). Pour bien apprendre à utiliser un algorithme, les élèves doivent en assimiler les étapes et pouvoir les expliquer en les représentant de façon concrète ou semi-concrète. Ce n'est que lorsque cette compréhension est acquise que l'algorithme devient un outil de calcul rapide et puissant et non plus une série de procédures apprises par cœur que l'on utilise de façon mécanique.

Comme il est expliqué dans le fascicule 1 (*Nombres naturels*) du présent guide (voir p. 117), l'élève qui a un bon sens des opérations peut, dans une situation donnée, choisir les opérations requises, évaluer la pertinence de donner une réponse exacte ou une approximation, choisir et utiliser une stratégie efficace de calcul, comprendre les processus en jeu et interpréter les résultats. Le développement de ces compétences fait partie intégrante de l'apprentissage des opérations sur les nombres décimaux. Dans la présente section, il sera question de représentations d'additions, de soustractions, de multiplications et de divisions impliquant des nombres décimaux.

ADDITION

Pour additionner efficacement des nombres décimaux, les élèves doivent comprendre la valeur de position des chiffres qui composent chacun des nombres et en tenir compte dans leurs calculs. Ils doivent aussi reconnaître que la virgule est un repère qui permet d'identifier la valeur de position des chiffres. Lors d'une addition, pour assurer la correspondance des valeurs de position, on peut aligner les virgules. Pour les élèves qui ont un bon sens de l'addition et de la valeur de position, l'alignement de la virgule n'est pas une règle à mémoriser, mais une façon de tenir compte des valeurs de position.

Lorsqu'on additionne des nombres décimaux, le concept de regroupement est utilisé tout comme lors de l'addition de nombres naturels. Par exemple, tout comme l'on peut ajouter 3 centaines à 8 centaines pour former 11 centaines, on peut ajouter 3 dixièmes à 8 dixièmes pour former 11 dixièmes. Or, puisque le système décimal ne permet pas d'inscrire deux chiffres dans une même position, les élèves doivent comprendre le concept de regroupement, comme l'illustre le tableau ci-après.

Addition de nombres naturels	Addition de nombres décimaux
8 centaines + 3 centaines = 11 centaines (Le petit cube représente l'unité.) 	8 dixièmes + 3 dixièmes = 11 dixièmes (La languette représente l'unité.) 
Le système décimal ne permet pas d'inscrire deux chiffres dans une même position. unités de mille — centaines — dizaines — unités __ 11 0 0	Le système décimal ne permet pas d'inscrire deux chiffres dans une même position. unités — dixièmes __ , 11
Puisque 10 centaines peuvent être regroupées en 1 millier, on a un millier et 1 centaine.  La quantité « 11 centaines » s'écrit 1 100.	Puisque 10 dixièmes peuvent être regroupés en 1 unité, on a une unité et 1 dixième.  La quantité « 11 dixièmes » s'écrit 1,1.

Le matériel de base dix et le tapis de valeur de position sont une aide précieuse. Avec ce matériel, les quantités de même valeur sont réunies de façon explicite, par exemple, les centièmes sont additionnés avec les centièmes. Lorsque les élèves travaillent avec du matériel de base dix, ils utilisent leurs connaissances de la valeur de position et, de ce fait, ils approfondissent le concept de regroupement, en transférant ce concept qu'ils appliquaient aux nombres naturels à des situations impliquant des nombres décimaux. Les élèves reconnaissent alors que peu importe la valeur de position, chaque fois que 10 éléments se retrouvent dans une position, ils sont remplacés par 1 groupe de 10 qui est placé dans la position à sa gauche. L'utilisation de ce type de matériel accroît la compréhension des élèves et leur fait découvrir des algorithmes pour l'addition de nombres décimaux.

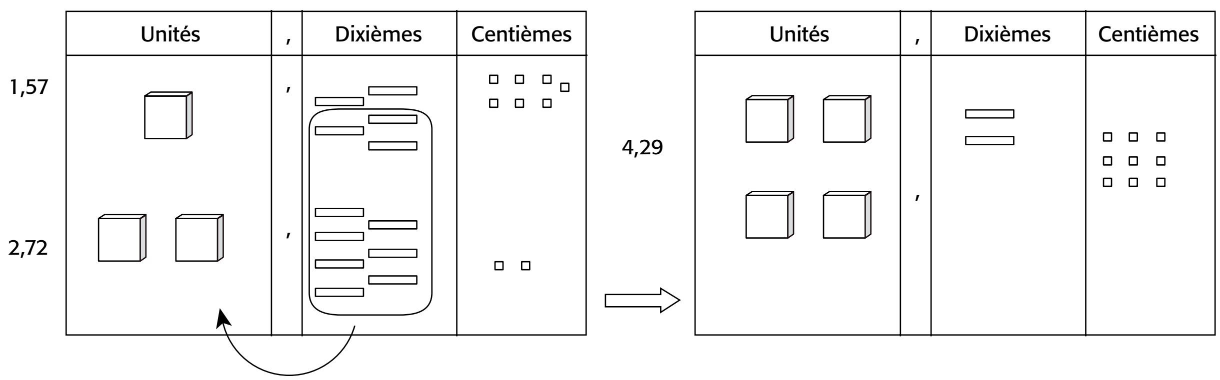
À partir de leur connaissance des stratégies d'addition des nombres naturels et de leur compréhension des nombres décimaux, les élèves peuvent les additionner à l'aide de matériel de base dix, d'une droite numérique, d'un algorithme personnel ou de l'algorithme usuel. Il est important que l'enseignant ou l'enseignante amène les élèves à établir des liens entre ces stratégies afin de consolider l'addition de nombres décimaux. Voici différentes stratégies d'addition de deux nombres décimaux, par exemple :

1,57 + 2,72

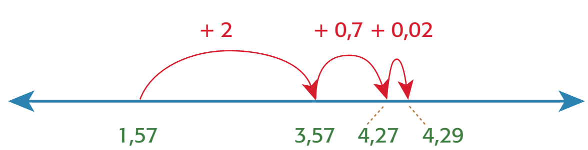
Afin d'estimer la somme, il est possible de raisonner comme suit : 1,57 + 2,72, c'est à peu près 2 + 3, donc environ 5.

- Addition à l'aide de matériel de base dix

Pour additionner les deux quantités, on représente chacun des deux nombres à l'aide de matériel de base dix sur un tapis de valeur de position. En réunissant le matériel, on obtient 3 unités, 12 dixièmes et 9 centièmes. On regroupe 10 dixièmes qu'on échange contre 1 unité. On a alors 4 unités, 2 dixièmes et 9 centièmes, soit 4,29.



- Addition à l'aide d'une droite numérique



1,57 + 2,72 = 1,57 + 2 + 0,7 + 0,02

1,57 + 2,72 = 4,29

- Addition à l'aide d'un algorithme personnel

Par exemple, les nombres sont décomposés selon les valeurs de position.

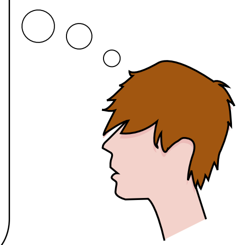
1,57 + 2,72

0,07 + 0,02 = 0,09

0,5 + 0,7 = 1,2

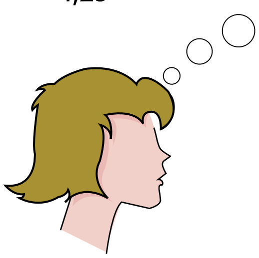
1 + 2 = 3

1. 7 centièmes plus 2 centièmes, ça donne 9 centièmes (0,09).
2. 5 dixièmes plus 7 dixièmes, ça donne 12 dixièmes, ce qui est équivalent à 1 unité et 2 dixièmes (1,2).
3. 1 unité plus 2 unités, ça donne 3 unités.
4. Alors 1,57 + 2,72, c'est 0,09 +1,2 + 3, soit 4,29.


Raisonnement de l'élève

- Addition à l'aide de l'algorithme usuel

$$\begin{array}{r} {}^{1}1{,}57 \\ +2{,}72 \\ \hline 4{,}29 \end{array}$$


Raisonnement de l'élève

1. 7 centièmes plus 2 centièmes, ça donne 9 centièmes. J'écris un 9 en bas dans la colonne des centièmes.
2. 5 dixièmes plus 7 dixièmes, ça donne 12 dixièmes. J'échange 10 dixièmes contre 1 unité. J'ai donc 1 unité et 2 dixièmes. J'écris un 2 en bas dans la colonne des dixièmes et un petit 1 en haut dans la colonne des unités.
3. 1 unité plus 1 unité plus 2 unités, ça donne 4 unités. J'écris un 4 en bas dans la colonne des unités.
4. En tout, il y a 4 unités et 29 centièmes.

SOUSTRACTION

Au cours de la soustraction, il est important, comme il l'était dans le cas de l'addition, de tenir compte de la valeur de position des chiffres qui composent les nombres. Les stratégies pour soustraire les nombres décimaux sont essentiellement les mêmes que celles utilisées pour soustraire les nombres naturels. Voici quelques exemples de stratégies de soustraction.

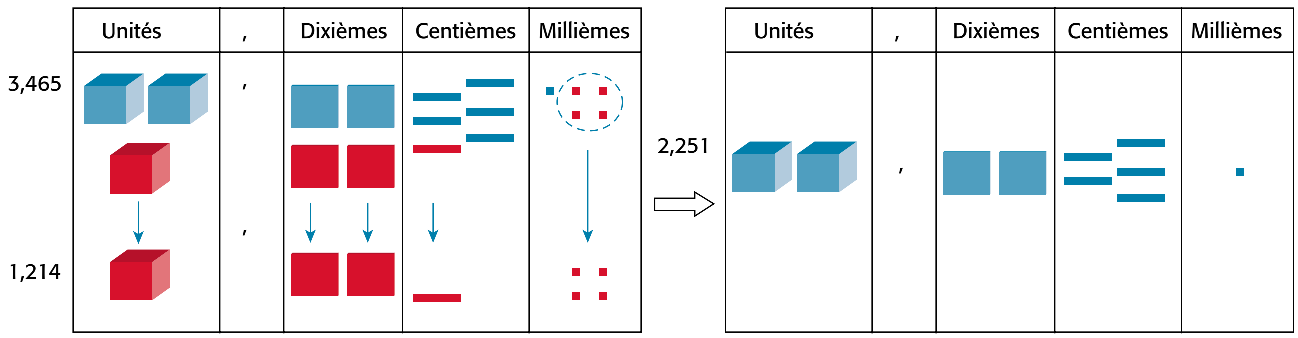
- Soustraction à l'aide de matériel de base dix

Lorsqu'ils utilisent du matériel concret pour représenter une soustraction, les élèves peuvent réellement manipuler les quantités. Pour déterminer une différence, ils peuvent comparer une quantité à une autre ou retirer une quantité d'une autre. En outre, les élèves découvrent, en utilisant ce matériel, qu'il est parfois nécessaire d'effectuer des échanges pour pouvoir déterminer plus facilement la différence entre les quantités.

Exemple de comparaison

3,465 – 1,214

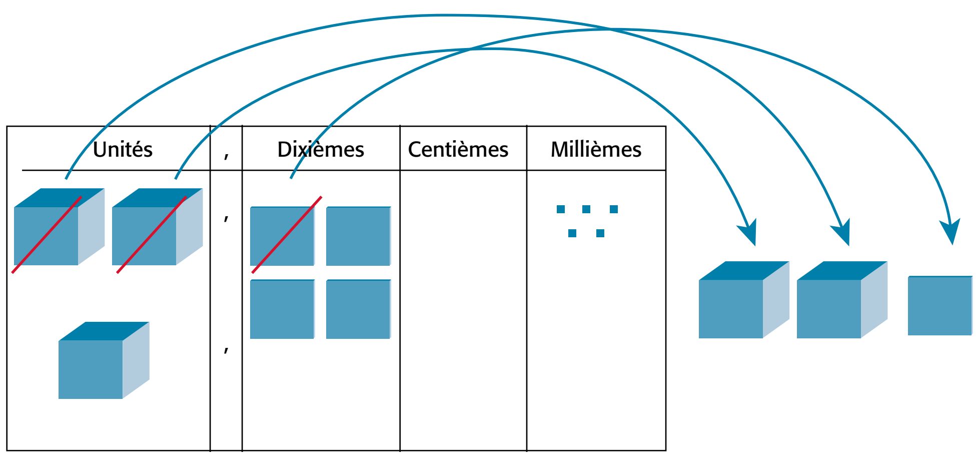
On représente chaque nombre à l'aide de matériel de base dix et on apparie les quantités semblables (en rouge) dans chaque position. La différence est représentée par les quantités qui restent dans le nombre 3,465 (en bleu). Ainsi, on obtient 3,465 – 1,214 = 2,251.



Exemple de retrait

3,405 – 2,1

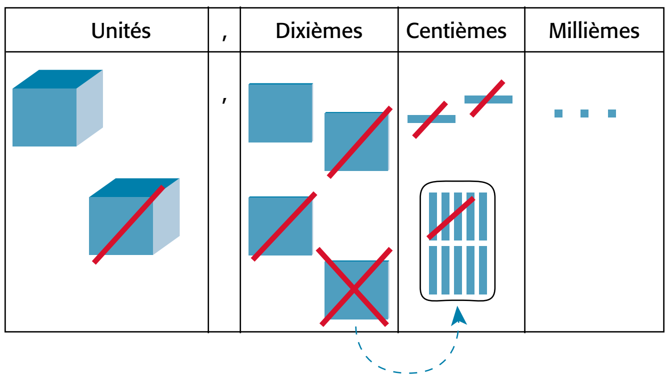
On représente le nombre 3,405 à l'aide de matériel de base dix. Ensuite, on retire l'équivalent du nombre 2,1. Il reste alors sur le tapis la différence entre les deux nombres, soit 1,305.



Exemple d'échange

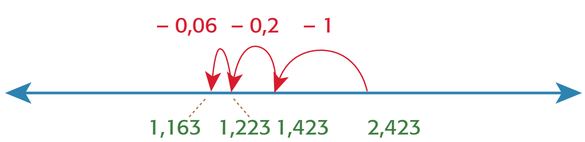
2,423 – 1,26

On représente le nombre 2,423 à l'aide de matériel de base dix. En voulant utiliser la stratégie de retrait pour effectuer la soustraction, on se rend compte qu'il n'y a que 2 centièmes sur le tapis alors qu'on doit retirer 6 centièmes. Dans ce cas, on échange 1 dixième contre 10 centièmes. On retire ensuite l'équivalent du nombre 1,26.



Il reste alors sur le tapis, la différence entre les deux nombres, soit 1,163.

- Soustraction à l'aide d'une droite numérique



$$2{,}423 - 1{,}26 = 2{,}423 - 1 - 0{,}2 - 0{,}06$$

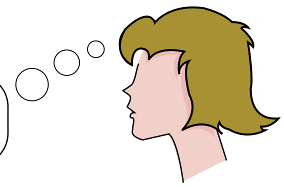
$$2{,}423 - 1{,}26 = 1{,}163$$

- Soustraction à l'aide d'un algorithme personnel

2,423 – 1,26

2,423 – 1 = 1,423
1,423 – 0,2 = 1,223
1,223 – 0,06 = 1,163

J'ai décomposé le 2ᵉ nombre et j'ai enlevé les quantités selon les valeurs de position.

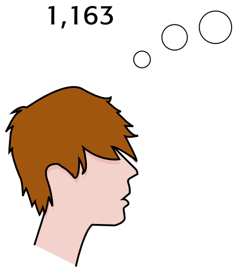


Raisonnement de l'élève

- Soustraction à l'aide de l'algorithme usuel

L'algorithme usuel permet aussi d'effectuer une soustraction avec des nombres décimaux. Cependant, il faut s'assurer de faire correspondre les valeurs de position.

$$\begin{array}{r} 2{,}\overset{3}{\cancel{4}}\overset{1}{2}3 \\ -\ 1{,}260 \\ \hline 1{,}163 \end{array}$$



Raisonnement de l'élève

1. 3 centièmes moins 0 centième, c'est 3 centièmes.
2. Il est impossible de retirer 6 centièmes de 2 centièmes, alors j'échange 1 dixième contre 10 centièmes. Il me reste alors 3 dixièmes et j'ai maintenant 12 centièmes. 12 centièmes moins 6 centièmes, c'est 6 centièmes.
3. 3 dixièmes moins 2 dixièmes, c'est 1 dixième.
4. 2 unités moins 1 unité, c'est 1 unité.
5. La différence entre les deux nombres est alors de 1,163.

MULTIPLICATION

Lorsque les élèves représentent la multiplication d'un nombre décimal par un nombre naturel de façon concrète ou semi-concrète (p. ex., à l'aide de matériel de base dix, d'une droite numérique, d'une disposition rectangulaire), ils saisissent mieux le sens de la multiplication. Les stratégies pour multiplier les nombres décimaux sont essentiellement les mêmes que celles utilisées pour multiplier les nombres naturels. Voici différentes stratégies de multiplication d'un nombre décimal par un nombre naturel, par exemple :

3 × 1,34

Afin d'estimer le produit, il est possible de raisonner comme suit : 1,34 se situe entre 1 et 2; donc 3 × 1,34, c'est entre 3 (3 × 1) et 6 (3 × 2).

- Multiplication à l'aide de matériel de base dix

Voici deux représentations possibles de cette multiplication à l'aide de matériel de base dix, soit en représentant trois fois chacun des chiffres du nombre décimal (Figure 1), soit en représentant trois fois tout le nombre décimal (Figure 2). Peu importe la représentation utilisée, on obtient une représentation concrète composée de 3 unités, 9 dixièmes et 12 centièmes. On regroupe 10 centièmes pour former 1 dixième. On a maintenant 10 dixièmes que l'on regroupe pour obtenir 1 unité. On a donc 4 unités et 2 centièmes (Figure 3). Donc, 3 × 1,34 = 4,02.

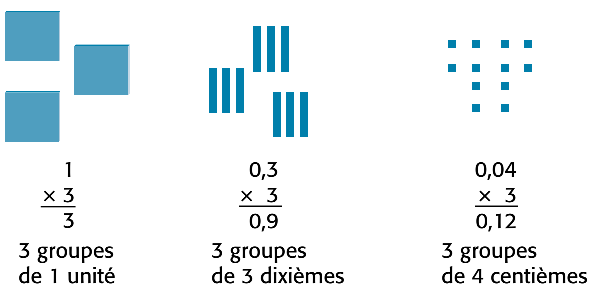


Figure 1

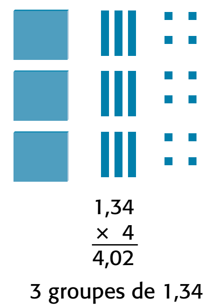
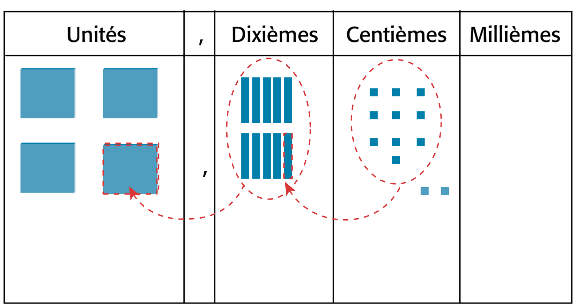


Figure 2



4,02

Figure 3

- Multiplication à l'aide d'une addition répétée

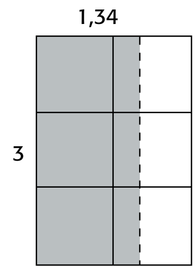
Le produit peut aussi être déterminé en additionnant le nombre décimal le nombre de fois demandé.

$$3 \times 1{,}34 = 1{,}34 + 1{,}34 + 1{,}34$$

$$3 \times 1{,}34 = 4{,}02$$

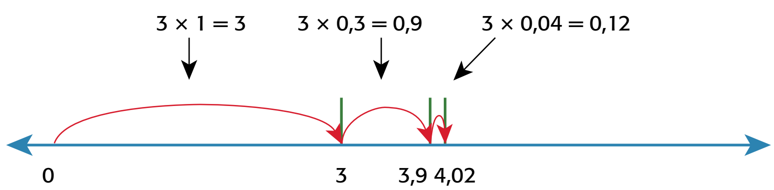
- Multiplication à l'aide d'une disposition rectangulaire

La multiplication est représentée par 3 rangées contenant chacune 1,34 carré ombré.



Il y a 3 carrés ombrés et 3 fois 0,34 de carré ombré. Pour déterminer le produit 3 × 0,34, les élèves peuvent utiliser l'addition répétée (0,34 + 0,34 + 0,34) ou déterminer que 3 × 34 = (3 × 30) + (3 × 4) = 102 et placer la virgule au bon endroit, sachant d'après la disposition rectangulaire que la réponse est près de 1. Ils obtiennent alors 3 + 1,02, soit 4,02.

- Multiplication à l'aide d'une droite numérique



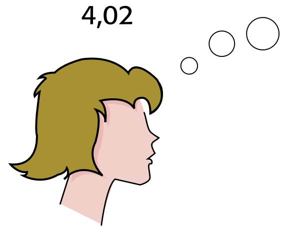
$$3 \times 1{,}34 = (3 \times 1) + (3 \times 0{,}3) + (3 \times 0{,}04)$$

$$3 \times 1{,}34 = 4{,}02$$

- Multiplication à l'aide d'un algorithme personnel

Par exemple, les calculs sont effectués en partant de la gauche.

$$\begin{array}{r} 1{,}34 \\ \times 3 \\ \hline 3 \\ 0{,}9 \\ +\,0{,}12 \\ \hline 4{,}02 \end{array}$$

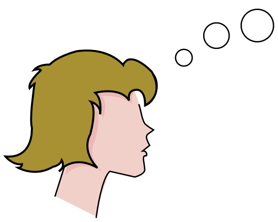


Raisonnement de l'élève

1. J'ai 3 groupes de 1 unité. J'écris 3 au bas, dans la colonne des unités.
2. J'ai 3 groupes de 3 dixièmes, ce qui fait 9 dixièmes. J'écris 0,9 au bas.
3. J'ai 3 groupes de 4 centièmes, ce qui fait 12 centièmes. J'écris cela en bas.
4. J'additionne les réponses partielles. J'obtiens 2 centièmes, 10 dixièmes que j'échange contre 1 unité, plus les 3 unités précédentes.
5. En tout, j'ai 4 unités et 2 centièmes, soit 4,02.

Par exemple, les calculs sont effectués selon les valeurs de position.

$3 \times 1 = 3$
$3 \times 0{,}3 = 0{,}9$
$3 \times 0{,}04 = 0{,}12$
$3 \times 1{,}34 = 3 + 0{,}9 + 0{,}12$
$3 \times 1{,}34 = 4{,}02$

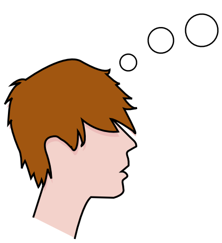


1. J'ai 3 fois 1 unité, ce qui fait 3 unités (3).
2. J'ai 3 fois 3 dixièmes, ce qui fait 9 dixièmes (0,9).
3. J'ai 3 fois 4 centièmes, ce qui fait 12 centièmes (0,12).
4. J'ai 9 dixièmes plus 1 dixième, ce qui donne 1 unité.
5. En tout, j'ai 4 unités et 2 centièmes, soit 4,02.

Raisonnement
de l'élève

- Multiplication à l'aide de l'algorithme usuel de la multiplication

$$\begin{array}{r} {}^{1}1{}^{1}{,}34 \\ \times\ 3 \\ \hline 4{,}02 \end{array}$$



1. 3 fois 4 centièmes, c'est 12 centièmes.
   J'échange 10 centièmes contre 1 dixième que j'inscris en haut, en petit, dans la colonne des dixièmes et que je compterai plus tard. Il me reste 2 centièmes.

   J'inscris 2 au bas, dans la colonne des centièmes.
2. 3 fois 3 dixièmes, c'est 9 dixièmes. J'ai aussi 1 dixième qui vient du regroupement, pour un total de 10 dixièmes. J'échange 10 dixièmes contre 1 unité que j'inscris en haut, en petit, dans la colonne des unités et que je compterai plus tard. Il me reste 0 dixième. J'inscris 0 au bas dans la colonne des dixièmes.
3. 3 fois 1 unité, c'est 3 unités. J'ai aussi 1 unité qui vient du regroupement pour un total de 4 unités. J'inscris 4 au bas, dans la colonne des unités.
4. En tout, j'obtiens 4 unités et 2 centièmes, soit 4,02.

Raisonnement
de l'élève

Note : Dans le cas de l'algorithme usuel, il est important que les élèves n'apprennent pas une procédure par cœur, mais qu'ils comprennent chacune des étapes de la procédure et qu'ils puissent l'expliquer et l'associer à une représentation concrète ou semi-concrète.

DIVISION

Il est possible d'effectuer la division d'un nombre décimal par un nombre naturel en utilisant diverses stratégies, stratégies qui sont essentiellement les mêmes que celles utilisées dans les situations de divisions avec des nombres naturels. Cependant, il est important que les élèves interprètent correctement le résultat. Pour ce faire, ils doivent se référer à l'estimation faite au préalable afin de s'assurer de l'ordre de grandeur du quotient. Ils doivent aussi se référer à la situation-problème afin de s'assurer du sens à donner au quotient, à savoir que le résultat obtenu représente la taille des groupes ou qu'il représente le nombre de groupes. Les élèves doivent aussi comprendre et être en mesure d'expliquer la stratégie retenue pour effectuer l'opération.

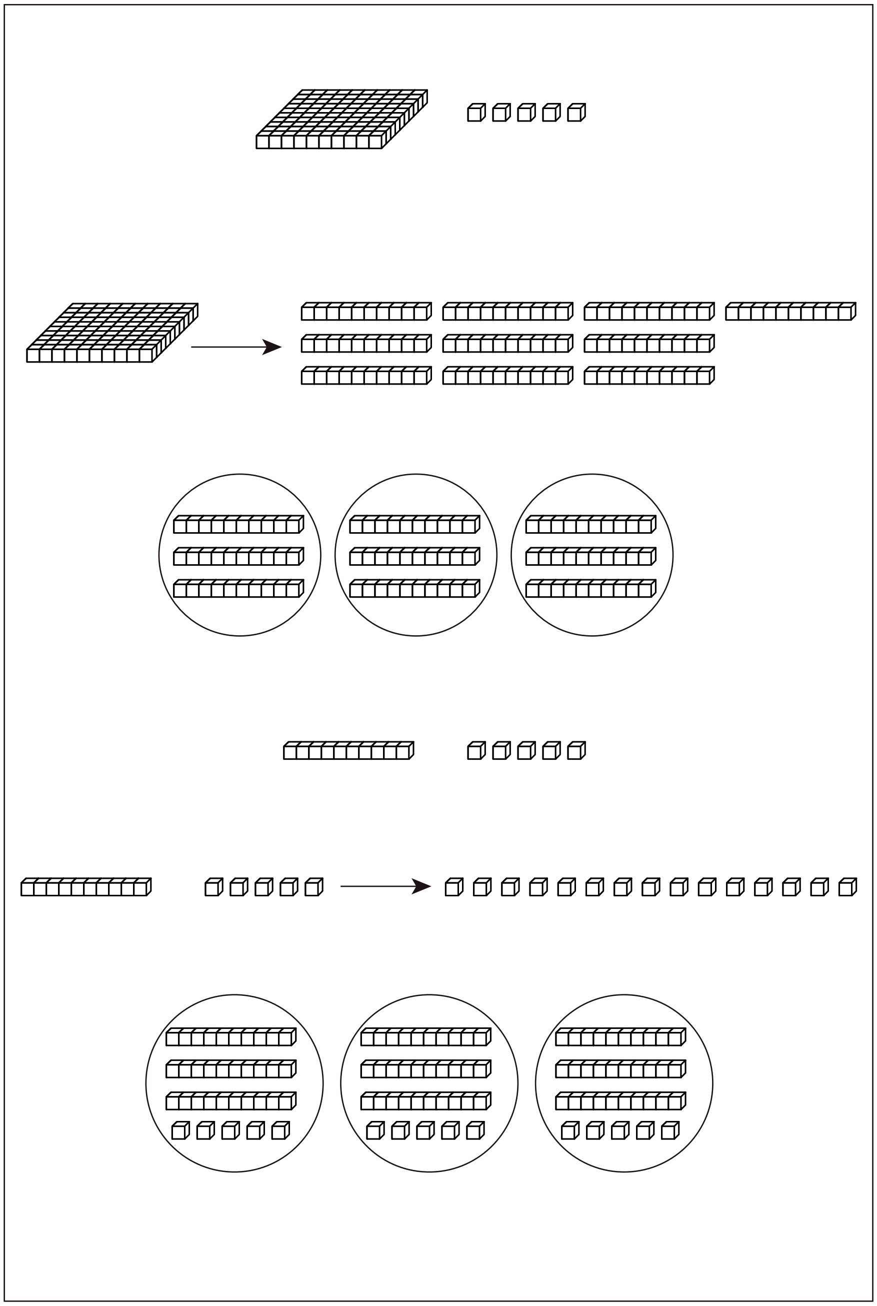
Souvent, lorsque la division d'un nombre décimal représente le sens de groupement, l'opération n'est pas effectuée selon ce sens puisque représenter un raisonnement de groupement exige la création et l'interprétation d'une partie d'un groupe (voir p. 84-85), ce qui rend la démarche plus difficile à saisir. La division est alors le plus souvent effectuée en suivant un raisonnement de partage. Voici différentes stratégies de division, selon le sens de partage, d'un nombre décimal par un nombre naturel, par exemple :

$$\boxed{\mathbf{0{,}105 \div 3}}$$

Afin d'estimer le quotient, il est possible de raisonner comme suit : 105 millièmes c'est près de 100 millièmes, et 100 millièmes ÷ 3, c'est un peu plus que 33 millièmes (0,033); donc 105 millièmes ÷ 3, c'est aussi un peu plus que 33 millièmes (0,033).

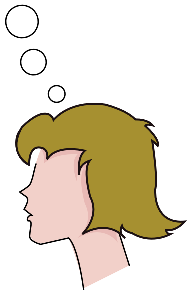
- Division à l'aide de matériel de base dix

Note : Le gros cube représente l'unité.



J'ai 0,105 représenté par 1 dixième et 5 millièmes, que je dois partager en 3 groupes.

1. Il est difficile de partager 1 dixième en 3. Je l'échange donc contre 10 centièmes.
2. Je place ensuite 3 centièmes dans chacun des 3 groupes. Il me reste alors 1 centième et 5 millièmes.
3. Il est difficile de partager 1 centième en 3. Je l'échange donc contre 10 millièmes. J'ai alors 15 millièmes en tout.
4. Je place 5 millièmes dans chaque groupe. Il ne me reste plus rien. Chaque groupe reçoit donc 3 centièmes et 5 millièmes, soit 0,035.



Raisonnement de l'élève

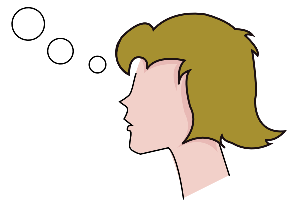
- Division à l’aide d’un algorithme personnel

$$\begin{array}{r|l} 0{,}105 & 3 \\ \cline{2-2} -\underline{0{,}090} & 0{,}030 \\ 0{,}015 & \\ -\underline{0{,}015} & \underline{0{,}005} \\ 0 & 0{,}035 \end{array}$$

OU

$$\begin{array}{r|l} 3\overline{)0{,}105} & \\ -\underline{0{,}090} & 0{,}030 \\ 0{,}015 & \\ -\underline{0{,}015} & \underline{0{,}005} \\ 0 & 0{,}035 \end{array}$$

1. Il y a 105 millièmes. Je remets 30 millièmes à chaque groupe. J’enlève alors les 90 millièmes qui ont été distribués.
2. Il reste 15 millièmes. Je remets 5 autres millièmes à chaque groupe. J’enlève donc les 15 millièmes qui restaient.
3. Chaque groupe est alors composé de 35 millièmes, soit 0,035.



Raisonnement de l’élève

- Division à l’aide de l’algorithme usuel

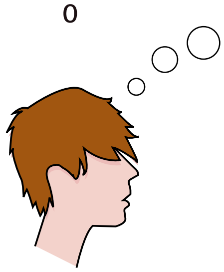
$$\begin{array}{r} 0{,}035 \\ 3\overline{)0{,}105} \\ -\underline{0{,}09} \\ 0{,}015 \\ -\underline{0{,}015} \\ 0 \end{array}$$

OU

$$\begin{array}{r|l} 0{,}105 & 3 \\ \cline{2-2} -\underline{0{,}09} & 0{,}035 \\ 0{,}015 & \\ -\underline{0{,}015} & \\ 0 & \end{array}$$

J’ai 105 millièmes (0,105) que je dois partager en 3 groupes.

1. Je commence par examiner les unités. Il n’y en a pas, donc j’inscris 0 et une virgule afin d’indiquer que dans le quotient il n’y aura pas d’unités. J’examine alors le chiffre dans la position des dixièmes. J’ai 1 dixième.
2. N’ayant que 1 dixième, je ne peux placer 1 dixième dans chacun des 3 groupes. Donc, j’inscris 0 pour indiquer qu’il n’y aura pas de dixièmes dans le quotient. Cependant, je remarque que 1 dixième c’est équivalent à 10 centièmes.
3. Je cherche alors à partager 10 centièmes en 3 groupes. J’enlève 9 centièmes (3 fois 3 centièmes) puisque je place 3 centièmes dans chaque groupe. J’inscris 3 dans la position des centièmes dans le quotient.
4. Il me reste 1 centième. Je ne peux pas placer 1 centième dans chacun des 3 groupes. Toutefois, je constate que 1 centième c’est équivalent à 10 millièmes. Ces 10 millièmes combinés aux 5 millièmes donnent 15 millièmes en tout.
5. Je partage alors les 15 millièmes en 3 groupes (3 fois 5 millièmes). J’enlève donc 15 millièmes. J’inscris 5 dans la position des millièmes dans le quotient. Il ne me reste plus rien. Le quotient est donc 0,035.



Raisonnement de l’élève

ÉTABLIR DES LIENS

> *Les élèves doivent se rendre compte que « … les mathématiques sont beaucoup plus qu'un ensemble de notions théoriques et pratiques isolées. Les enseignantes et enseignants encouragent les élèves à découvrir de quelles façons les mathématiques sont reliées à leurs expériences quotidiennes afin de leur permettre d'en comprendre l'utilité et la pertinence, à l'école et ailleurs. »*
>
> (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005, p. 19)

Afin de faciliter l'apprentissage des concepts liés aux nombres décimaux et aux pourcentages, l'enseignant ou l'enseignante doit fournir aux élèves des occasions d'établir des liens entre ces concepts et :

- des expériences de la vie quotidienne;
- des concepts dans les autres domaines de mathématiques;
- des concepts dans les autres matières;
- différentes professions.

Voici quelques exemples d'activités qui permettent de créer des liens ainsi que des exemples de professions qui demandent une bonne connaissance des nombres décimaux et des pourcentages.

Liens avec des expériences de la vie quotidienne

Exemple 1 : Et Dewey, lui?

Cette activité permet aux élèves d'approfondir leur connaissance des nombres décimaux en lisant et en comparant les indices de classification Dewey.

Il existe plusieurs systèmes de classification. Celui employé pour la classification des livres dans une bibliothèque a été élaboré par l'Américain Melvil Dewey en s'inspirant du système décimal. Dans ce système, tous les livres sont classés, selon leur sujet, par un nombre composé de plusieurs chiffres appelé **indice** (indice de classification Dewey), suivi de lettres et de chiffres (chiffre d'auteur) qui définissent plus précisément chaque livre. Ce système fait en sorte que tous les livres qui portent sur un même sujet donné sont regroupés dans la même section de la bibliothèque. L'indice de classification Dewey répartit l'ensemble des sujets en dix grandes classes comme suit :

000	Généralités
100	Philosophie et psychologie
200	Religion
300	Sciences sociales
400	Langues
500	Sciences
600	Technologie
700	Arts et divertissement
800	Littérature
900	Géographie et histoire

Note : On peut rencontrer une classe sous diverses appellations similaires d'une source à l'autre. Par exemple, la classe 700 est parfois nommée *Arts et divertissements, Beaux-arts et arts décoratifs* ou *Arts, loisirs et sports.*

Chacun des chiffres suivant la position des centaines correspond à une subdivision qui précise davantage le sujet du livre à l'intérieur de la grande classe. Par exemple, l'indice d'un livre sur le football est 796.334 en raison des subdivisions suivantes :

700	Arts et divertissement
790	Loisirs
796	Sports
796.3	Jeux de ballon
796.33	Jeux de pieds
796.334	Football

Note : Le système de classification Dewey utilise le point décimal et non la virgule décimale. En outre, l'indice d'un livre ne contient pas toujours 6 chiffres.

Il n’est pas nécessaire que les élèves connaissent en détail le système décimal Dewey, mais l’habileté à comparer des nombres décimaux représentés dans les indices les aidera à retrouver plus facilement un livre sur les rayons d’une bibliothèque puisque les livres y sont placés en ordre croissant d’indice. Ainsi, un ouvrage ayant l’indice 611.43 est placé après le livre 611.34. Pour dénicher, par exemple, le livre comportant l’indice 611.347, les élèves doivent d’abord découvrir la section des 600 (Technologie) dans la bibliothèque, puis localiser où se trouvent les volumes dans les 610, ensuite la sous-section 611. Ils poursuivent de cette façon avec chacune des décimales 3, 4 et 7. Chacun des chiffres qui composent l’indice de gauche à droite permet de rétrécir l’aire de recherche. Il est possible que plusieurs livres possèdent le même indice. Dans ce cas, on aura recours au chiffre d’auteur. Toutes les bibliothèques qui utilisent le système Dewey classifient les livres en fonction des indices.

Comme activité, l’enseignant ou l’enseignante apporte en classe plusieurs livres de la bibliothèque de l’école et demande aux élèves de les placer dans l’ordre qu’ils occuperaient sur un rayon. Ils doivent alors se servir de leur aptitude à comparer les nombres décimaux et les placer en ordre croissant d’indice. Par la suite, l’enseignant ou l’enseignante invite la classe à se rendre à la bibliothèque de l’école et demande aux élèves de replacer des livres au bon endroit sur les rayons.

Exemple 2 : La monnaie exacte, s.v.p.

Cette activité permet aux élèves de faire le lien entre les nombres décimaux et la monnaie.

Selon leur année d’études, les élèves du cycle moyen doivent estimer, compter et enregistrer des montants d’argent en pièces de monnaie et en billets jusqu’à 10 000 $. Ils doivent aussi être aptes à calculer la monnaie à rendre ou qui doit leur être rendue à la suite d’un achat.

Dans cette activité, les élèves font appel à leur sens du nombre et à leur sens des opérations. Elle leur permet en outre de s’exercer à rendre la monnaie en partant d’une somme d’argent, plutôt que d’utiliser la soustraction. Il s’agit donc de partir du montant de l’achat et de compléter la différence en prenant des pièces et des billets afin d’atteindre le montant remis. Cette stratégie, en plus d’être efficace, permet aux deux personnes impliquées dans la transaction de s’assurer de l’exactitude de la monnaie rendue. Elles n’ont pas à calculer le montant total à remettre ou à recevoir, puisque cette stratégie n’implique pas l'algorithme de soustraction. De ce fait, beaucoup moins d'erreurs sont commises à la remise de la monnaie.

Pour cette activité, l'enseignant ou l'enseignante prépare un tableau affichant des articles et leur prix (voir l'annexe A, p. 125) et des enveloppes contenant différents montants d'argent, soit sous forme de chèque-cadeau, soit sous forme de pièces de monnaie et de billets. Il ou elle modèle d'abord un achat avec un ou une élève, ainsi que l'échange d'argent qui s'ensuit.

L'enseignant ou l'enseignante se tient à la caisse et l'élève devient l'acheteur ou l'acheteuse. À partir du montant d'argent dans l'enveloppe, l'élève doit réfléchir et se poser des questions telles que :

– « Qu'est ce que je vais acheter avec cet argent? »

– « Quel sera le montant approximatif de mes achats? »

– « Quelles pièces dans mon enveloppe vais-je utiliser pour payer mes achats? »

– « Environ quelle somme d'argent me sera remise? »

De son côté, la personne à la caisse doit aussi réfléchir et se poser des questions telles que :

– « Quel est le montant total de la facture? »

– « Quelle est la monnaie à rendre? »

– « Avec quelles pièces est-ce que je peux rendre la monnaie? »

Exemple A

Pour un achat totalisant 12,35 $, l'élève paie avec un billet de 20 $.

Pièces et billets remis par la personne à la caisse :		$\xrightarrow{5\ ¢}$		$\xrightarrow{10\ ¢}$		$\xrightarrow{2 \times 25\ ¢}$		$\xrightarrow{2\ \$}$		$\xrightarrow{5\ \$}$	
Montants annoncés par la personne à la caisse :	12,35 $		12,40 $		12,50 $		13 $		15 $		20 $

Exemple B

Pour un achat totalisant 21,17 $, l'élève paie avec un billet de 50 $.

Pièces et billets remis par la personne à la caisse :		3 × 1 ¢ →		5 ¢ →		3 × 25 ¢ →		1 $ →		2 $ →		5 $ →		20 $ →	
Montants annoncés par la personne à la caisse :	21,17 $		21,20 $		21,25 $		22 $		23 $		25 $		30 $		50 $

Exemple C

Pour un achat totalisant 79,81 $, l'élève paie avec chèque-cadeau de 100 $.

Pièces et billets remis par la personne à la caisse :		4 × 1 ¢ →		5 ¢ →		10 ¢ →		20 $ →	
Montants annoncés par la personne à la caisse :	79,81 $		79,85 $		79,90 $		80 $		100 $

Une fois l'activité modelée, l'enseignant ou l'enseignante groupe les élèves par deux, distribue des enveloppes et des tiroirs-caisses à chaque équipe et leur demande de jouer tour à tour un rôle dans des situations d'achat.

Cette activité peut être entreprise régulièrement en petits groupes ou en groupe classe. Les situations d'achat, les montants dans les enveloppes ainsi que le prix des articles à acheter peuvent varier selon l'année d'études. Par exemple, l'enseignant ou l'enseignante peut octroyer aux élèves un montant d'argent fictif pour faire l'achat d'équipements sportifs pour l'école ou pour décorer la chambre de leur rêve. L'utilisation de catalogues périmés, de réclames publicitaires, de renseignements venant d'Internet aidera les élèves à collecter l'information nécessaire pour faire l'exercice de façon crédible.

En 6^{e} année, les élèves peuvent approfondir leur compréhension des pourcentages en résolvant des problèmes reliés à des situations impliquant de l'argent.
Par exemple :

– « Quel est le coût total d'un objet de 4,50 $ auquel on doit ajouter une taxe de 10 %? »

– « Quel montant d'argent représente une réduction de 25 % sur un article à 9 $? »

– « Vaut-il mieux acheter un article à 15 $ avec 50 % de réduction ou le même article à 20 $ avec 60 % de réduction? »

Liens avec des concepts dans les autres domaines de mathématiques

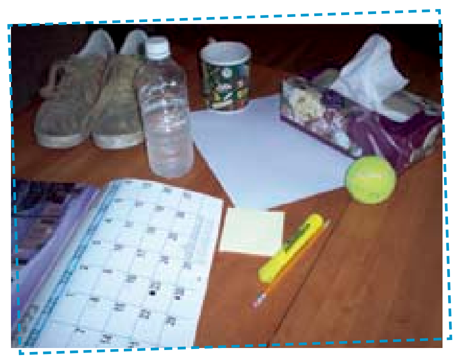
Exemple 1 : Dans quelle classe est-il?

Cette activité intègre des concepts en numération et sens du nombre ainsi qu'en traitement de données et probabilité.

Afin d'être plus efficaces dans la formulation de questions de sondage, la construction de divers diagrammes et la gestion de données, les élèves doivent apprendre à déterminer des critères de classement.

Pour développer cette habileté chez les élèves, l'enseignant ou l'enseignante leur montre 10 objets divers et leur demande de trouver des critères de classement autres que la couleur ou la forme, lesquels ont déjà été abordés au primaire. Ils doivent ensuite trouver la fraction de chaque sous-ensemble (p. ex., $\frac{3}{10}$ des objets sont en plastique, ce qui équivaut à 0,3 ou 30 %). La notation employée dépend de l'année d'études. Un classement parmi 10 objets permet aux élèves d'établir facilement un lien entre une fraction, un nombre décimal et le pourcentage correspondant.

Par exemple, l'enseignant ou l'enseignante présente un ensemble de 10 objets, soit une balle de tennis, un crayon, une bouteille d'eau, un surligneur, des papillons adhésifs, une paire de souliers, une feuille de papier, un calendrier, une boîte de papiers-mouchoirs et une tasse.



Il ou elle demande ensuite aux élèves de trouver un critère de classement et de déterminer la fraction, le nombre décimal ou le pourcentage que le sous-ensemble représente. Voici deux exemples.

- Le crayon et le surligneur servent tous les deux à écrire ou à dessiner, alors $\frac{2}{10}$, 0,2 ou 20 % des objets servent à écrire ou à dessiner.
- Les papillons adhésifs, la feuille de papier et le calendrier servent de support à l'écriture, donc $\frac{3}{10}$ ou 0,3 ou 30 % des objets servent de support à l'écriture.

Il existe plusieurs autres critères de classement comme la texture, le matériel de confection, la masse, l'utilité. Au cycle moyen, les critères n'ont pas à être observables comme le sont la couleur et la taille.

Cette activité de classement peut être répétée durant l'année avec différents objets, qu'un groupe d'élèves est responsable de choisir. Le nombre d'objets peut passer à 20, 25 ou même 50. Selon l'année d'études, les élèves appliquent les relations d'équivalence pour déterminer la fraction, le nombre décimal ou le pourcentage. Par exemple, si 13 des 20 objets sont en plastique, ils peuvent déterminer que $\frac{13}{20}$, $\frac{65}{100}$, 0,65 ou 65 % des objets sont en plastique; si 10 des 25 objets ou $\frac{10}{25}$ des objets sont retirés de l'ensemble, ils peuvent dire qu'il s'agit aussi de $\frac{2}{5}$, de 0,4 ou de 40 % des objets.

Pour pousser plus loin l'activité, un groupe d'élèves peut classer un ensemble d'objets selon un critère choisi. Par exemple, ils peuvent annoncer que $\frac{4}{10}$ ou 0,4 ou 40 % des objets, soit la boîte de papiers-mouchoirs, le surligneur, le calendrier et le crayon ont quelque chose en commun. Les autres élèves essaient alors de trouver quel critère a été choisi pour effectuer le classement (ces 4 objets comportaient du lettrage). Précisons que plusieurs critères peuvent être acceptés.

Exemple 2 : La mesure en décimale

Cette activité intègre des concepts en numération et sens du nombre ainsi qu'en mesure.

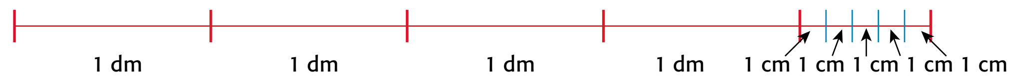
Tout au long de leur parcours scolaire, les élèves utilisent différentes unités de mesure conventionnelles pour estimer, déterminer et enregistrer des mesures. Or, au cycle moyen, ces mesures deviennent de plus en plus précises et sont exprimées à l'aide de nombres décimaux. Puisque le système métrique est un système à base dix, les élèves doivent bien comprendre les concepts de nombre décimal et de valeur de position, ainsi que les relations entre les unités de mesure (p. ex., 1 mm est 10 fois plus petit que 1 cm, 1 m est 100 fois plus grand que 1 cm) pour être capables de s'en servir adéquatement.

La conversion d'une mesure en une autre est souvent ardue pour certains élèves, particulièrement lorsque le résultat de la conversion est un nombre décimal. De plus, les élèves ont beaucoup de mal à exprimer une mesure en utilisant une seule unité de mesure. Par exemple, ils ont tendance à dire « 1 mètre et 15 centimètres » plutôt que « 1 et 15 centièmes de mètre » et à écrire « 1 m 15 cm » plutôt que « 1,15 m ».

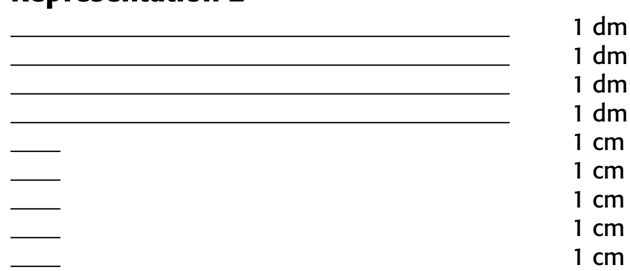
La présente activité vise à amener les élèves à exprimer une mesure à l'aide d'une seule unité de mesure. Elle mise sur la compréhension des relations entre les unités de mesure et sur la valeur de position plutôt que sur l'utilisation de procédures (p. ex., déplacer la virgule vers la gauche ou vers la droite selon les unités retenues).

L'enseignant ou l'enseignante montre une corde aux élèves et indique sa longueur en utilisant deux unités de mesure distinctes (p. ex., 4 dm et 5 cm). Ensuite, il ou elle trace au tableau des segments représentant ces unités de mesure. Voici deux exemples de représentations.

Représentation 1



Représentation 2

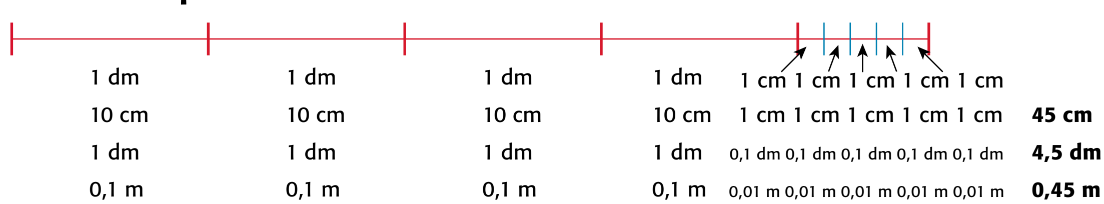


Il ou elle invite alors les élèves à exprimer la longueur de la corde de différentes façons à l'aide d'une seule unité de mesure.

Note : Des mètres séparés en décimètres et en centimètres, des décimètres séparés en centimètres et en millimètres sont des représentations visuelles utiles pour acquérir une compréhension conceptuelle des unités de mesure.

L'enseignant ou l'enseignante invite ensuite les élèves à partager leur réponse et à la justifier en utilisant la représentation au tableau. Voici deux exemples de ce qu'ils pourraient écrire.

Représentation 1



Représentation 2

Diverses unités de mesure	Unité de mesure utilisée cm	dm	m
1 dm	10 cm	1 dm	0,1 m
1 dm	10 cm	1 dm	0,1 m
1 dm	10 cm	1 dm	0,1 m
1 dm	10 cm	1 dm	0,1 m
1 cm	1 cm	0,1 dm	0,01 m
1 cm	1 cm	0,1 dm	0,01 m
1 cm	1 cm	0,1 dm	0,01 m
1 cm	1 cm	0,1 dm	0,01 m
1 cm	1 cm	0,1 dm	0,01 m
	45 cm	4,5 dm	0,45 m

Par la suite, l'enseignant ou l'enseignante présente d'autres situations similaires et poursuit avec des situations comportant plusieurs unités de mesure distinctes, par exemple, une corde dont la longueur est de 3 mètres, 2 décimètres et 5 centimètres (3,25 m).

Modèle de longueur :
3 mètres + 2 décimètres + 5 centimètres

Unité de mesure choisie	L'unité précède la virgule	Décomposition					Lien avec le système décimal en fonction de l'unité de mesure choisie
	---------------------	**3 m**	+	**2 dm**	+	**5 cm**	**3 m + 2 dm + 5 cm**
cm	325,0 cm	300 cm	+	20 cm	+	5 cm	3 centaines de cm + 2 dizaines de cm + 5 cm
dm	32,5 dm	30 dm	+	2 dm	+	0,5 dm	3 dizaines de dm + 2 dm + 5 dixièmes de dm
m	3,25 m	3 m	+	0,2 m	+	0,05 m	3 m + 2 dixièmes de m + 5 centièmes de m

Note : Il importe également que les élèves comprennent que la conversion n'affecte en rien la longueur de l'objet en question; il s'agit de différentes représentations d'une même longueur.

Liens avec des concepts dans les autres matières

Exemple 1 : Précision dans la construction

Cette activité intègre des concepts en numération et sens du nombre, en sciences et technologie, en études sociales ainsi qu'en français.

L'enseignant ou l'enseignante propose aux élèves de suivre le processus de résolution de problèmes technologiques décrit dans le programme-cadre de sciences et technologie (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2007, p. 20 et 21) pour fabriquer un objet et écrire ensuite la marche à suivre pour que la construction puisse être reproduite.

Note : Le programme-cadre de sciences et technologie exige que les élèves du cycle moyen fabriquent des objets, que ce soit un instrument d'optique simple, une structure à ossature pouvant supporter une charge, un système mécanique ayant une fonction spécifique ou un objet qui peut voler. Ils peuvent aussi construire d'autres objets dans le cadre d'autres matières. Par exemple, les élèves construisent une maquette d'une habitation (une maison égyptienne, une chaumière, un igloo) afin de comprendre le mode de vie de divers peuples.

L'enseignant ou l'enseignante présente le projet de création d'un objet en définissant un problème ou un besoin, et met à la disposition des élèves de la documentation sur diverses procédures de construction. À partir de leurs lectures, les élèves planifient et construisent leur prototype, ce qui nécessite l'utilisation de mesures impliquant des nombres décimaux, car dans le quotidien les mesures se limitent rarement aux nombres entiers.

Une autre étape de la démarche de résolution de problèmes technologiques est la mise à l'essai et l'évaluation. Les élèves peuvent mesurer l'efficacité de leur objet et la comparer à celle des autres. Par exemple, une structure à ossature réussie peut soutenir une grande masse. Il n'est pas nécessaire d'utiliser les unités de mesure conventionnelles, comme les grammes, pour vérifier la solidité. La masse que la structure peut soutenir peut être déterminée à l'aide d'unités de mesure non conventionnelles (p. ex., un pont qui peut soutenir la masse de 4 paquets de 100 feuilles et celle de 35 feuilles, soit une masse totale de 4,35 paquets de 100 feuilles).

La dernière étape de la démarche de résolution de problèmes technologiques consiste en la communication des résultats. L'enseignant ou l'enseignante invite alors les élèves à rédiger une marche à suivre afin que leur construction puisse être reproduite. Au cours de la rédaction des étapes de construction, les élèves doivent transmettre les mesures avec une grande précision, d'où l'utilisation de nombres décimaux.

La photo ci-contre, montre un élève vérifiant les mesures des murs de sa chaumière avant de les transcrire dans sa marche à suivre présentée ci-dessous.

Fabrication d'une chaumière

Matériel : ciseaux, carton épais, raphia beige, papier de bricolage brun, bâtonnets de bois, règle, décoration imitant des roches, bâtonnet de colle, fusil à colle ou ruban adhésif

Pour les murs

1. Coupe quatre rectangles mesurant_____ sur _____ dans du carton épais pour faire les murs.
2. Dans un des murs, coupe trois côtés d'une porte, soit le bas de ______, la hauteur de _____ et le haut de ______. La porte reste fixée au mur par le côté qui n'est pas coupé.
3. Décore les murs pour que ça ressemble à des roches.
4. Rassemble les quatre murs avec de la colle ou du ruban adhésif pour former un prisme sans base.
5. Colle des bâtonnets de bois sur la porte pour que ça ressemble à une porte en bois.
6. Fais des fenêtres si tu veux.

Pour le toit

1. Coupe un grand rectangle mesurant ____ sur _____ dans du carton épais pour faire le toit.
2. Plie ce rectangle au milieu pour faire deux rectangles de mêmes dimensions.
3. Décore le toit avec du raphia pour que ça ressemble à un toit de paille.
4. Fixe le toit aux murs avec de la colle ou du ruban adhésif.
5. Découpe dans du papier de bricolage brun, pour imiter le bois, deux triangles isocèles dont deux côtés mesurent ______ et l'autre mesure ________.
6. Colle un triangle de chaque côté du toit pour remplir les espaces.

Te voilà propriétaire d'une belle chaumière!

Exemple 2 : Pour en savoir un peu plus

Cette activité intègre des concepts en numération et sens du nombre, en éducation physique et santé ainsi qu'en français.

Aujourd'hui, les jeunes sont bombardés d'informations. Une lecture critique d'extraits d'articles ou de dépliants informatifs et publicitaires contribue au développement du jugement et rend les élèves aptes à prendre des décisions éclairées pour leur santé.

L'enseignant ou l'enseignante demande aux élèves de lire des extraits de divers documents (voir l'annexe B, p. 126) et les incite à réfléchir aux données chiffrées qui y sont présentées en leur posant des questions telles que :

Extrait A

– « Il y a 10 % d'écart entre les garçons et les filles. Est-ce beaucoup? »

– « En prenant notre classe comme modèle, combien de filles et de garçons ne sont pas suffisamment actifs, selon ces résultats? »

Extrait B

– « L'extrait aurait pu se lire : "Depuis 1981, le taux d'obésité chez les enfants est passé de 5 % à 16,6 % chez les garçons et de 5 % à 14,6 % chez les filles." Quel effet produit l'ajout du terme *triplé*? »

– « Si on triple le nombre 5, on arrive à 15. Pourquoi le terme *triplé* est-il utilisé? »

– « Pourquoi les données 16,6 % et 14,6 % sont-elles présentées? »

Extrait C

– « Est-ce que la majorité des Canadiens croient que les enfants et les jeunes consacrent trop de temps à des activités non physiques? »

– « Environ quelle fraction de la population canadienne partage cette opinion? »

Extrait D

– « Pourquoi l'auteur a-t-il calculé les grammes au centième près? »

– « De quoi est principalement composée la pomme? »

Extrait E

– « Que représente le nombre décimal 2,4 dans l'extrait?

– « Quel est l'avantage pour le lecteur que cette quantité soit exprimée à l'aide d'un nombre décimal (2,4 millions) au lieu d'un nombre naturel (2 400 000)? »

– « Combien d'adultes ont eu recours aux banques alimentaires en 1995? »

Extrait F

– « Pourquoi utilise-t-on l'expression *la plupart* dans l'extrait? »

– « Quel pourcentage de Canadiens utilisent la soie dentaire quotidiennement? »

Extrait G

– « Que signifient les expressions *2,7 fois plus* et *2,5 fois plus* dans cet extrait? »

– « Pourquoi utilise-t-on un nombre décimal dans ces expressions? »

Extrait H

– « Quelle est la plus grande part : 1 pour 6 en 2025 ou 1 pour 10 en 2000? »

– « Au rythme actuel, de combien de millions le nombre de décès dus au tabagisme augmentera-t-il en 25 ans? »

Extrait I

– « Pourquoi un produit marqué "sans sucres" peut-il contenir du sucre? »

– « Qu'est-ce qui pourrait peser environ 0,5 g? »

– « Pourquoi ne pas avoir utilisé des milligrammes comme unité de mesure? »

Extrait J

– « À partir de ces statistiques, est-il possible de dire combien de jeunes piétons de 10 à 14 ans sont décédés? »

– « Que représente le 27,5 %? »

Liens avec des professions

Dans le cadre de la mise en œuvre de la politique *Des choix qui mènent à l'action : Politique régissant le programme d'orientation et de formation au cheminement de carrière dans les écoles élémentaires et secondaires de l'Ontario*, l'enseignant ou l'enseignante doit aider les élèves « … à identifier dans le milieu communautaire les emplois et les professions connexes aux matières étudiées à l'école » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 1999, p. 8). Pour ce faire, il ou elle peut profiter de toutes les occasions pour mettre en évidence les professions qui nécessitent un bon sens des nombres décimaux et des pourcentages, et un bon sens des opérations. Le tableau ci-après présente des exemples de telles professions.

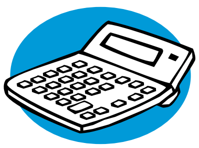
Exemple de profession	Courte description du travail
Caissier ou caissière	Il ou elle se sert d'une caisse enregistreuse, d'un lecteur optique ou d'autre matériel pour consigner et recevoir les paiements de clients qui achètent des produits et des services. Ainsi, il ou elle exécute des transactions monétaires avec les clients en tenant compte de divers pourcentages tels que les taxes et les réductions.
Météorologiste	Il ou elle fait des analyses et des prévisions météorologiques, élabore des modèles mathématiques météorologiques et fait des recherches. Dans ses tâches, il ou elle effectue diverses mesures qui sont souvent exprimées en notation décimale et exprime des prévisions météorologiques en pourcentage.
Statisticien ou statisticienne	Il ou elle mène des enquêtes et applique des méthodes statistiques pour donner des renseignements dans divers champs d'activité. Les résultats des enquêtes sont souvent exprimés en pourcentage afin de fournir de l'information par rapport à l'ensemble de la population.
Assureur ou assureure	Il ou elle évalue les demandes relatives aux polices d'assurance en fonction des risques, des primes, de l'étendue de la couverture et d'autres conditions stipulées dans le contrat d'assurance en consultant des rapports médicaux, des tables de taux et d'autres documents de référence. Dans l'accomplissement de ces tâches, il ou elle utilise régulièrement des nombres décimaux et des pourcentages.
Dynamiteur ou dynamiteuse	Il ou elle lit les instructions ou les schémas, détermine l'emplacement des trous de mines, leur profondeur et leur diamètre, et effectue des essais sur le terrain afin de déterminer le type et la quantité d'explosifs requis. Dans un tel métier, les mesures sont souvent exprimées en nombres décimaux, car la précision est importante.
Scientifique	Il ou elle prend des mesures qui sont souvent exprimées en nombres décimaux. Selon le domaine d'expertise, il peut s'agir par exemple, de mesures de longueur, de masse, de température, de pression. Souvent, il ou elle doit calculer différents rapports et taux qui sont exprimés en pourcentage.
Commis de bibliothèque	Il ou elle reçoit les livres et autres documents de la bibliothèque et les range sur les rayons. Il ou elle doit connaître les nombres décimaux, car généralement le système de classification Dewey est utilisé dans les bibliothèques. Il ou elle doit aussi connaître les pourcentages, car les statistiques relatives aux différentes activités dans une bibliothèque (p. ex., circulation des livres) sont souvent exprimées sous cette forme.

ANNEXE A

Liste des prix d'articles

stylo à bille — 18 ¢

planchette à pince — 1,44 $



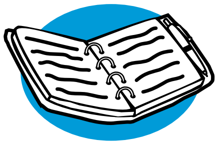
calculatrice — 8,95 $

crayon — 21 ¢

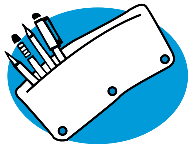
porte-crayons — 1,89 $

chevalet — 15,40 $

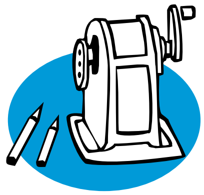
pinceau — 1,68 $



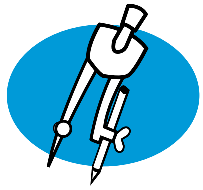
agenda — 5,25 $



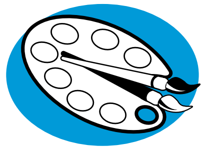
trousse à crayons — 2,89 $



taille-crayon — 3,22 $



compas — 4,25 $



nécessaire à peinture à l'eau — 6,01 $

nécessaire à peinture à l'huile — 9,93 $

papier à dessin — 4,31 $

ANNEXE B

Pour en savoir un peu plus

A

Les filles font moins d'activité physique que les garçons : 38 % des filles et 48 % des garçons sont considérés comme étant suffisamment actifs pour en tirer des bienfaits optimaux sur le plan de la santé.

Source : Institut canadien de la recherche sur la condition physique et le mode de vie, *Sondage indicateur de l'activité physique en 2000*, [En ligne], [www.phac-aspc.gc.ca/pau-uap/guideap/enfants_jeunes/outils/fiche4.html] (Consulté le 19 février 2008).

B

Depuis 1981, [...] le taux d'obésité chez les enfants a triplé, de 5 % à 16,6 % chez les garçons et de 5 % à 14,6 % chez les filles.

Source : Rapport du Journal de l'Association médicale canadienne (nov. 2000, janv. 2001) [En ligne], [www.phac-aspc.gc.ca/pau-uap/guideap/enfants_jeunes/outils/fiche4.html] (Consulté le 19 février 2008).

C

Les Canadiens, dans une proportion de 78 %, estiment que les enfants et les jeunes consacrent trop de temps à des activités non physiques, comme regarder la télévision et utiliser l'ordinateur.

Source : Sondage Environics de la Société de pédiatrie du Canada, le 13 mars 2002, [En ligne], [www.phac-aspc.gc.ca/pau-uap/guideap/enfants_jeunes/outils/fiche4.html] (Consulté le 19 février 2008).

D

Pour 100 grammes, une pomme contient 52 calories, 85,56 g d'eau, 13,81 g de glucides, 0,26 g de protéines, 0,17 g de lipides, ainsi que plusieurs vitamines et minéraux.

Source : ligne-en-ligne, *Fiche signalétique de l'aliment*, [En ligne], [www.ligne-en-ligne.com/aliment-pomme-crue-avec-peau-1696.html] (Consulté le 19 février 2008).

E

En 1995, 2,4 millions de Canadiens et de Canadiennes, dont 900 000 enfants, ont eu recours aux banques alimentaires.

Source : Santé Canada, *Éléments de réflexion : les écoles et la nutrition*, [En ligne], [www.hc-sc.gc.ca/fn-an/nutrition/child-enfant/food_thought_schools-reflection_aliments_ecole_f.html] (Consulté le 19 février 2008).

F

[En 2005], la plupart des Canadiens (70 %) utilisent la soie dentaire, mais seulement la moitié d'entre eux le font quotidiennement.

Source : L'Association dentaire canadienne, *Statistiques dentaires*, [En ligne], [www.cda-adc.ca/fr/cda/news_events/statistics/default.asp] (Consulté le 19 février 2008).

G

La fumée secondaire contient plus de matières dangereuses que la fumée inhalée. Elle contient 2,7 fois plus de nicotine, 70 % plus de goudron et un niveau de monoxyde de carbone 2,5 fois plus élevé.

Source : Association pulmonaire, [En ligne], [www.lungsareforlife.ca/] (Consulté le 19 février 2008) (traduction libre).

H

Alors que 4,2 millions d'individus sont décédés en 2000 des conséquences du tabagisme, ce chiffre devrait au rythme actuel de croissance atteindre 10 millions de morts en 2025 (tous pays confondus), ce qui représente une part de 1 pour 6 en 2025 contre 1 pour 10 en 2000.

Source : Conférence des Nations Unies sur le commerce et le développement (CNUCED), *Politiques économiques*, [En ligne], [www.unctad.org/infocomm/francais/tabac/ecopol.htm] (Consulté le 19 février 2008).

I

Sur les étiquettes des aliments, l'allégation « sans sucres » signifie que l'aliment contient moins de 0,5 g de sucres et de 5 calories par portion.

Source : Association canadienne du diabète et les diététistes du Canada, *Allégations relatives au sucre*, [En ligne], [faitesprovisiondesainealimentation.ca/pdf/FR_BW_FAQ.pdf] (Consulté le 19 février 2008).

J

En 2001, les pertes de vie des piétons représentaient 12 % de toutes celles des usagers de la route. De ce pourcentage, celui des pertes de vie du groupe des piétons de 10 à 14 ans était le plus élevé (27,5 %).

Source : Transport Canada, *Pertes de vie et blessures chez les piétons, 1992-2001*, [En ligne], [www.tc.gc.ca/securiteroutiere/tp2436/rs200401/rs200401f.pdf] (Consulté le 19 février 2008).

CHEMINEMENT DE L'ÉLÈVE

Les élèves poursuivent leur apprentissage en numération et sens du nombre en s'appuyant sur les connaissances acquises au cours des années précédentes et sur l'acquisition d'un nouveau vocabulaire et de nouvelles habiletés.

Le tableau 1 ci-après présente une synthèse du vocabulaire relatif aux nombres décimaux et aux pourcentages à l'étude au cycle primaire et une progression du vocabulaire à acquérir au cours de la 4^{e} à la 6^{e} année. L'acquisition du vocabulaire à une année d'études en particulier sous-entend son utilisation au cours des années suivantes.

Le tableau 2 ci-après présente une synthèse des habiletés relatives aux nombres décimaux et aux pourcentages à l'étude au cycle primaire et une progression des habiletés à développer au cours de la 4^{e} à la 6^{e} année. Il est important de reconnaître qu'il s'agit d'énoncés qui représentent l'habileté. Le programme-cadre présente des précisions reliées à ces habiletés.

Tableau de progression 1 - Vocabulaire

		Synthèse du cycle primaire		4e année	5e année	6e année
Vocabulaire	**Sens du nombre**	• Unité • Dizaine • Centaine • Regroupement • Nombre • Chiffre • Symbole • Nombre en lettres • Nombre en chiffres • Nom des nombres de 1 à 99 • Un tout • Partie d'un tout • Ensemble • Partie d'un ensemble • Fraction	• Estimation • Arrondissement • Comparaison • Plus que • Moins que • Plus grand que • Plus petit que • Supérieur à • Inférieur à • Égal à • Égalité • Équivalence • Ordre croissant • Ordre décroissant • Dollar • Cent • Pièce de monnaie • Billet	• Dixième • Numérateur • Dénominateur • Nombre décimal	• Centième • Nombres décimaux équivalents	• Millième • Pourcentage
Vocabulaire	**Sens des opérations**	• Opération • Addition (ajout, réunion) • Terme • Somme • Total • Soustraction (retrait, comparaison) • Différence • Fait numérique • Multiplication (ensemble de groupes égaux, comparaison) • Addition répétée • Produit • Multiple • Facteur	• Division (partage, groupement) • Soustraction répétée • Diviseur • Dividende • Quotient • Reste • Opération inverse • Commutativité • Calcul mental • Estimation	• Distributivité • Associativité		

Note : Plusieurs termes de la synthèse du cycle primaire ont été assimilés dans un contexte de nombres naturels et seront utilisés au cycle moyen dans un contexte de nombres décimaux et de pourcentages.

Tableau de progression 2 - Habiletés

		Synthèse du cycle primaire	4^{e} année	5^{e} année	6^{e} année
Habiletés	**Sens du nombre**	**Estimer, compter, enregistrer** et **représenter** des montants d'argent en pièces de monnaie et en billets jusqu'à 100 $.	**Décrire** des relations qui existent dans la composition d'un nombre naturel inférieur à 10 001 et d'un nombre décimal. **Représenter, comparer** et **ordonner** des nombres décimaux jusqu'aux dixièmes. **Lire** et **écrire** en lettres et en chiffres les nombres décimaux jusqu'aux dixièmes. **Explorer** la relation entre les fractions et les nombres décimaux. **Estimer, compter** et **enregistrer** des montants d'argent en pièces de monnaie et en billets jusqu'à 500 $. **Lire** et **écrire** des montants d'argent jusqu'à 500 $.	**Distinguer** les relations qui existent entre des nombres naturels, des fractions et des nombres décimaux. **Représenter, comparer** et **ordonner** des nombres décimaux jusqu'aux centièmes. **Lire** et **écrire** en lettres et en chiffres les nombres décimaux jusqu'aux centièmes. **Arrondir** des nombres décimaux au dixième près pour faire des estimations et des opérations de calcul mental. **Établir** et **expliquer** la relation entre un nombre décimal et une fraction dont le dénominateur est 10 ou 100, et vice versa. **Estimer, compter** et **enregistrer** des montants d'argent en pièces de monnaie et en billets jusqu'à 1 000 $. **Lire** et **écrire** des montants d'argent jusqu'à 1 000 $.	**Analyser** et **expliquer** les relations qui existent entre des nombres naturels, des fractions et des nombres décimaux. **Représenter, comparer,** et **ordonner** des nombres décimaux jusqu'aux millièmes. **Lire** et **écrire** en lettres et en chiffres des nombres décimaux jusqu'aux millièmes. **Arrondir** des nombres décimaux au centième près pour faire des estimations et des opérations de calcul mental. **Démontrer** l'équivalence de nombres décimaux. **Établir** et **expliquer** les relations entre les fractions, les nombres décimaux et les pourcentages. **Convertir** en pourcentage un nombre décimal ou une fraction dont le dénominateur est un diviseur de 100, et vice versa. **Estimer, compter** et **enregistrer** des montants d'argent en pièces de monnaie et en billets jusqu'à 10 000 $. **Lire** et **écrire** des montants d'argent jusqu'à 10 000 $.

		Synthèse du cycle primaire	4^e année	5^e année	6^e année
Habiletés	**Sens des opérations**	**Estimer** et **calculer** la somme et la différence de montants d'argent jusqu'à 100 $.	**Estimer** et **calculer** la somme et la différence de nombres décimaux. **Expliquer** les stratégies utilisées ainsi que les démarches effectuées pour résoudre divers problèmes d'addition et de soustraction avec des nombres décimaux. **Estimer** et **calculer** la monnaie à rendre jusqu'à 500 $ à la suite d'un achat quelconque.	**Multiplier** et **diviser** mentalement des nombres décimaux par 10, par 100 et par 1 000. **Estimer** et **vérifier** le produit et le quotient d'un nombre décimal jusqu'aux centièmes par un nombre naturel à un chiffre. **Expliquer** les stratégies utilisées ainsi que les démarches effectuées pour résoudre divers problèmes de multiplication et de division de nombres décimaux. **Estimer** et **calculer** la monnaie à rendre jusqu'à 1 000 $ à la suite d'un achat quelconque.	**Additionner** et **soustraire** des nombres décimaux jusqu'aux millièmes. **Multiplier** et **diviser** des nombres décimaux jusqu'aux millièmes par un nombre naturel à un chiffre. **Formuler** des problèmes avec des nombres naturels et des nombres décimaux comprenant au moins deux opérations arithmétiques. **Expliquer** les stratégies utilisées ainsi que la démarche effectuée pour résoudre divers problèmes comportant des nombres décimaux. **Estimer** et **vérifier** des sommes d'argent jusqu'à 10 000 $.

SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

Aperçu

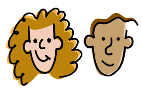
Cette section présente, pour chacune des années d'études du cycle moyen, une situation d'apprentissage en lien avec les nombres décimaux et les pourcentages, et les grandes idées en numération et sens du nombre. Ce sont des situations de résolution de problèmes engageantes qui suscitent le questionnement et la réflexion. En outre, elles contribuent au développement de l'habileté à communiquer et à formuler un bon argument mathématique. Chacune des situations d'apprentissage est riche en contenu mathématique. Afin d'être en mesure d'anticiper les difficultés que pourraient éprouver les élèves et de planifier ses interventions, il est préférable de résoudre le problème avant de le présenter aux élèves.

Toutes les situations d'apprentissage présentées sont structurées en trois temps : avant l'apprentissage (mise en train), pendant l'apprentissage (exploration) et après l'apprentissage (objectivation/échange mathématique). Elles sont suivies de suggestions d'adaptations pour faciliter ou enrichir la tâche, d'une activité de suivi à la maison et de quelques activités supplémentaires que l'enseignant ou l'enseignante pourrait utiliser comme prolongement.

Dans un contexte d'enseignement par la résolution de problèmes, l'enseignant ou l'enseignante a recours à l'étayage et à des stratégies de questionnement efficaces afin d'inciter les élèves à réfléchir et à développer leurs propres stratégies de résolution de problèmes. Pour plus de détails au sujet du rôle de l'enseignant ou de l'enseignante dans un contexte de résolution de problèmes, voir le *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 6e année*, fascicule 2 (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006, p. 27).

Dans la présentation des situations d’apprentissage, les icônes suivantes sont utilisées afin de faciliter le repérage de certains renseignements.

Légende

Icônes d’ordre organisationnel		Icônes d’ordre pédagogique	
	Travail individuel		Observations possibles
	Travail en équipe		Mise au point à l’intention de l’enseignant ou de l’enseignante
	Travail en groupe classe		Pistes de questionnement
	Durée approximative		

Situation d'apprentissage, 4e année

La coudée

GRANDE IDÉE : SENS DU NOMBRE

SOMMAIRE

Dans cette situation d'apprentissage, les élèves découvrent la relation entre les fractions et les nombres décimaux en mesurant des bandes de papier à l'aide d'une unité de mesure non conventionnelle. Par la suite, ils représentent des nombres décimaux jusqu'aux dixièmes de diverses façons.

INTENTION PÉDAGOGIQUE

Cette situation d'apprentissage a pour but d'amener les élèves :

- à établir le lien entre les fractions dont le dénominateur est dix et leur représentation en notation décimale;
- à comprendre le sens d'un nombre décimal;
- à développer et à utiliser des stratégies de résolution de problèmes.

Matériel

- transparent de l'annexe 4.1
- trousses (1 par équipe, voir *Avant l'apprentissage*)
- monnaie en plastique
- ciseaux
- papier de bricolage
- réglettes
- matériel de base dix
- cubes emboîtables
- papier quadrillé

ATTENTES ET CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Attentes

L'élève doit pouvoir :

- décrire des relations qui existent dans la composition d'un nombre naturel inférieur à 10 001 et d'un nombre décimal;
- identifier et représenter les nombres naturels jusqu'à 10 000, les fractions simples et les nombres décimaux jusqu'aux dixièmes dans divers contextes.

Contenus d'apprentissage

L'élève doit :

– explorer la relation entre les fractions et les nombres décimaux (p. ex., $\frac{1}{10} = 0,1$);

– comparer et ordonner des nombres décimaux jusqu'aux dixièmes.

Durée approximative de la situation d'apprentissage : **90 minutes**

CONTEXTE

Au cours des années d'études précédentes, les élèves ont acquis le sens des demis, des tiers et des quarts en tant que parties d'un tout ou parties d'un ensemble. En 4e année, ils approfondissent leur compréhension des fractions et explorent la relation entre les fractions décimales et les nombres décimaux jusqu'aux dixièmes.

PRÉALABLES

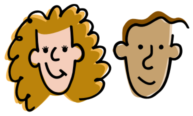
Pour être en mesure de réaliser cette situation d'apprentissage, les élèves doivent pouvoir :

- représenter des fractions en tant que parties d'un tout;
- comparer des fractions ayant un dénominateur commun.

VOCABULAIRE MATHÉMATIQUE

Fraction, dénominateur, numérateur, nombre décimal, dixième, entier, dizaine, partie entière, partie décimale.

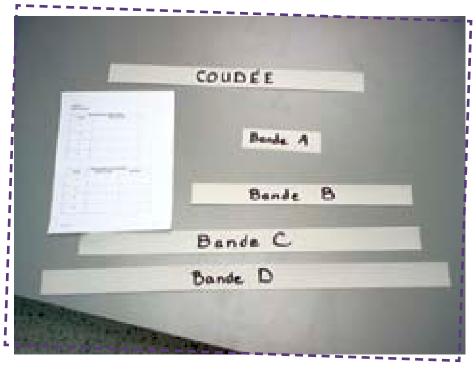
AVANT L'APPRENTISSAGE (MISE EN TRAIN)



équipes de 2

environ
40 minutes

Confectionner à l'avance des trousses contenant cinq bandes de papier identifiées (« Coudée », « Bande A », « Bande B », « Bande C » et « Bande D ») et une copie de l'annexe 4.1 (*Mesure des bandes*). Prévoir une trousse pour chaque équipe de deux élèves.



Note : Les bandes de papier, qui peuvent être découpées par exemple sur des feuilles non lignées d'un bloc de conférence, doivent avoir exactement les longueurs précisées dans le tableau ci-dessous.

Bande	Longueur
Coudée	50 cm
Bande A	15 cm
Bande B	40 cm
Bande C	60 cm
Bande D	70 cm

Présenter la coudée en tant qu'unité de mesure comme suit :

Aujourd'hui, nous allons utiliser une unité de mesure très ancienne, une unité dont se servaient les Romains il y a plus de 2 000 ans. Cette unité de mesure s'appelle la « coudée ». Avez-vous une idée de ce qu'elle pouvait représenter?

À l'origine, la coudée représentait la distance entre le coude et l'extrémité de la main. Par conséquent, sa longueur variait d'une personne à l'autre. C'est pourquoi, avec le temps, la coudée a été standardisée pour correspondre à cette longueur (montrer la coudée).

Estimer les dimensions (longueur, largeur ou hauteur) de quelques objets ou la taille de quelques élèves à l'aide de cette unité de mesure (p. ex., le pupitre mesure à peu près une coudée et demie de largeur; Sergio mesure environ 3 coudées).

Grouper les élèves par deux et distribuer à chaque équipe une trousse. Expliquer que la première tâche consiste à mesurer les bandes A, B, C et D à l'aide de la coudée et à inscrire le résultat dans le tableau *Mesure des bandes – Première tentative* de l'annexe 4.1. Regarder le tableau avec eux afin de s'assurer qu'ils comprennent bien la tâche à accomplir et les inviter à commencer la prise des mesures. Préciser qu'ils ne doivent pas utiliser de règle.

Lorsque les équipes ont terminé la tâche, faire une mise en commun rapide en compilant quelques mesures dans le premier tableau du transparent de l'annexe 4.1. Demander aux élèves d'expliquer les stratégies de mesure utilisées.

Exemple

Mesure des bandes – Première tentative			
Bande	**Mesure en coudée**		
A	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$
B	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{5}{6}$
C	1 et $\frac{1}{5}$	1 et $\frac{1}{4}$	1 et $\frac{2}{10}$
D	1 et $\frac{2}{5}$	1 et $\frac{1}{2}$	1 et $\frac{2}{4}$

Note : Dans cette tâche, le but n'est pas de déterminer la mesure exacte des bandes, mais plutôt d'inciter les élèves à évaluer chaque mesure en coudée et à l'exprimer à l'aide d'une fraction.

S'assurer que les élèves ont compris l'importance des fractions, en posant des questions telles que :

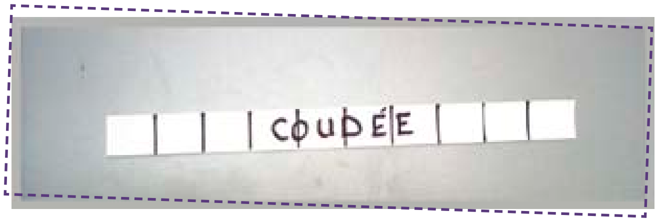
– « Comment avez-vous fait pour mesurer les bandes puisqu'elles étaient plus petites ou plus grandes que la coudée? » (*On a effectué des estimations* ou *on a plié la bande en parties égales pour déterminer la fraction de la coudée.*)

– « Pourquoi avez-vous utilisé des fractions? »

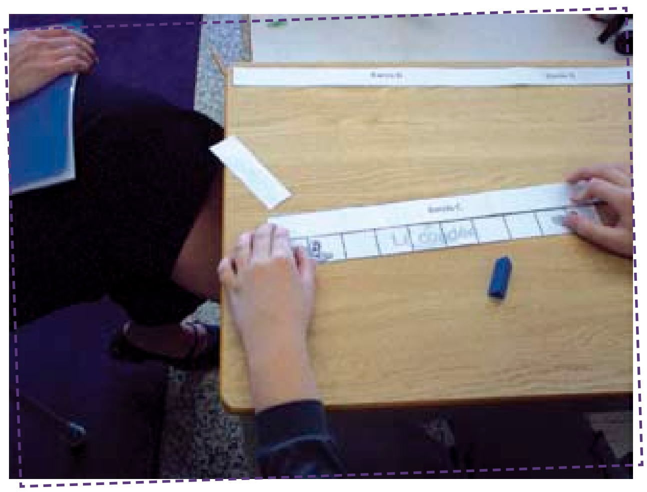
– « Pourquoi y a-t-il tant de réponses différentes? » (*Toutes les équipes n'ont pas opté pour le même fractionnement* ou *il est difficile d'obtenir des mesures précises parce que la coudée n'est pas graduée en plus petites unités de mesure*.)

– « Qu'est-ce qui pourrait rendre la tâche plus facile? » (*Graduer la coudée comme l'est une règle*.)

Inviter les élèves à diviser la coudée en 10 parties égales, soit 10 sections de 5 cm. Leur permettre d'utiliser une règle pour effectuer cette division.



Leur demander de reprendre la mesure de chaque bande en utilisant la coudée divisée en dixièmes et de l'inscrire dans la deuxième colonne du tableau *Mesure des bandes – Deuxième tentative* de l'annexe 4.1.



Une fois le travail terminé, inviter des élèves à proposer leurs mesures en coudée et les inscrire dans le deuxième tableau du transparent de l'annexe 4.1.

Exemple

Mesure des bandes – Deuxième tentative		
Bande	**Mesure en coudée**	**Ma notation**
A	$\frac{3}{10}$	
B	$\frac{8}{10}$	
C	1 et $\frac{2}{10}$	
D	1 et $\frac{4}{10}$	

Faire remarquer que les mesures prises par les différentes équipes sont maintenant très semblables, puisqu'elles ont été prises avec des coudées divisées en 10 parties égales, soit en dixièmes. Souligner que plus l'unité de mesure est fractionnée, plus la mesure est précise (p. ex., si la coudée était divisée en centièmes, la mesure serait encore plus précise) et que pour décrire la mesure de façon uniforme, il faut standardiser le fractionnement (p. ex., en dixièmes).

Faire ressortir l'importance du système décimal et sa notation. Par exemple, dire aux élèves :

> *Au cours de cette deuxième tentative, vous avez mesuré les bandes avec la coudée divisée en dixièmes. Ces fractions sont tellement importantes que les mathématiciens et les mathématiciennes ont créé une notation spéciale qui permet de représenter les mesures* ***sans utiliser la notation fractionnaire****. Avant d'examiner cette notation, inscrivez vos mesures dans la troisième colonne de votre tableau en inventant votre propre notation. Si certains connaissent déjà la notation convenue par les mathématiciens et les mathématiciennes pour représenter les dixièmes, vous pouvez aussi l'utiliser.*

Inviter quelques élèves à partager leur suggestion de notation avec la classe (p. ex., bande C : 1*2, 1#2, 1^2). Si aucune équipe ne s'est servie de la notation décimale, ajouter les mesures en notation décimale (p. ex., bande C : 1,2). Prendre les mesures écrites sous la forme décimale pour expliquer le fonctionnement de la notation décimale.

Note : En français, on utilise la virgule pour séparer la partie entière de la partie décimale d'un nombre alors qu'en anglais, on utilise le point (.). Le chiffre qui se trouve immédiatement à droite de la virgule dans un nombre décimal correspond au numérateur d'une fraction exprimée en dixièmes.

Exemple

$1,\boxed{8}$ huit dixièmes d'unité $1\frac{\boxed{8}}{10}$

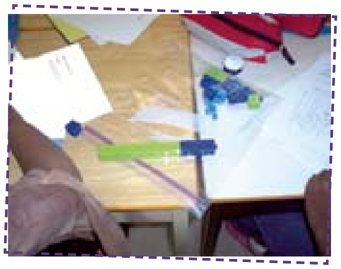
Indiquer aux élèves que le nombre 1,8 se lit « un et huit dixièmes » et non « un virgule huit ». Souligner la différence entre « dizaine » (dix fois plus grand que l'unité) et « dixième » (dix fois plus petit que l'unité) en signalant leur similitude phonétique.

PENDANT L'APPRENTISSAGE (EXPLORATION)

équipes de 2

environ **30 minutes**

Grouper les élèves en équipe de deux et leur demander de représenter les nombres 0,7 et 1,3 de deux façons différentes, sans utiliser le même matériel. Préciser qu'ils peuvent les représenter à l'aide de matériel concret ou de dessins.



Mettre à la disposition des élèves le matériel nécessaire (p. ex., réglettes, monnaie en plastique, papier quadrillé, papier de bricolage, cubes emboîtables, matériel de base dix). Allouer suffisamment de temps pour leur permettre d'accomplir la tâche. Circuler dans la classe et observer les stratégies utilisées par les élèves. Intervenir au besoin afin d'aider certaines équipes à cheminer, sans toutefois leur montrer de façon explicite comment faire. Préciser qu'ils doivent être en mesure d'expliquer leur représentation. Voici quelques exemples de représentation que les élèves pourraient proposer.

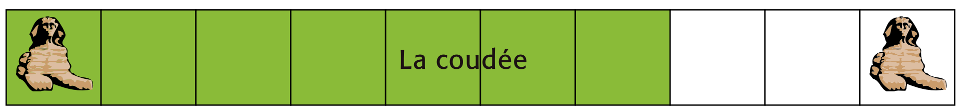
Représentations de 0,7

Exemple 1

Si la pièce de 10 ¢ représente l'unité, les sept pièces de 1 ¢ représentent sept dixièmes de l'unité.

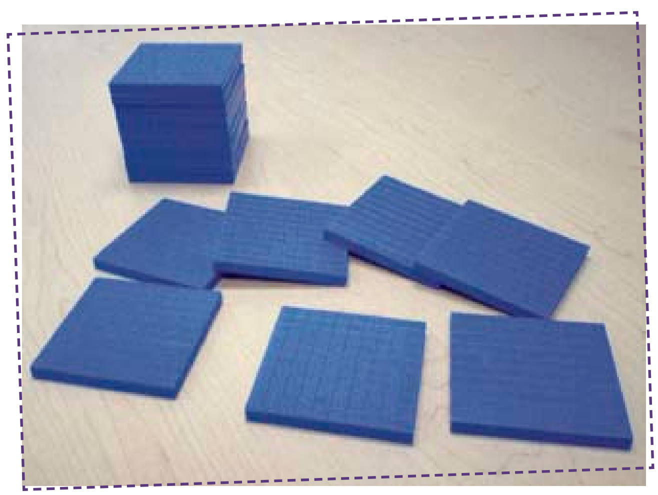
Exemple 2

Si la coudée représente l'unité, les sept carrés verts représentent sept dixièmes de l'unité.



Exemple 3

Si le gros cube représente l'unité, sept planchettes représentent sept dixièmes de l'unité.



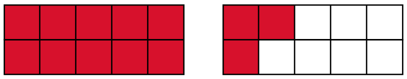
Représentations de 1,3

Exemple 1

Si le dollar représente l’unité, les pièces suivantes représentent une unité et trois dixièmes.

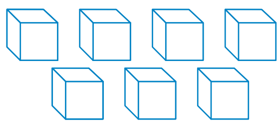
Exemple 2

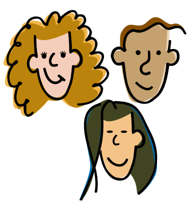
Si le rectangle représente l’unité, les parties en rouge représentent une unité et trois dixièmes.



Exemple 3

Si la réglette orange représente l’unité, le matériel suivant représente une unité et trois dixièmes.

Observations possibles	Interventions possibles
Une équipe ne sait pas par où commencer.	Demander aux élèves d'expliquer ce qu'ils doivent représenter. S'assurer qu'ils prononcent correctement les nombres (p. ex., sept dixièmes). Répéter en mettant l'accent sur le mot « dixième » afin que les élèves puissent faire le lien entre le terme « sept dixièmes », les notations 0,7 et $\frac{7}{10}$, et la visualisation de 7 parties d'un tout divisé en 10 parties. Leur suggérer des touts qu'ils pourraient utiliser.
Une équipe représente 0,7 à l'aide de 7 objets. 	Les amener à reconnaître qu'ils doivent préciser l'unité. Discuter avec eux en leur disant par exemple : « Je vois sept cubes, donc vous avez représenté 7 entiers. Expliquez-moi pourquoi vous dites qu'il s'agit de sept dixièmes. » (*C'est sept dixièmes d'un ensemble de dix petits cubes ou c'est sept dixièmes d'une languette*.)



environ
20 minutes

APRÈS L'APPRENTISSAGE (OBJECTIVATION/ÉCHANGE MATHÉMATIQUE)

Placer devant la classe deux tables, soit une pour chaque nombre (0,7 et 1,3), et inviter chaque équipe à installer une de leurs représentations sur la table correspondante. Demander aux élèves de circuler autour des tables pour voir les représentations.

Choisir quelques-unes des représentations du premier nombre (0,7) et inviter les équipes qui les ont créées à venir à tour de rôle les expliquer.

Animer un échange mathématique en posant des questions telles que :

– « Est-ce que d'autres équipes ont utilisé cette représentation? »

– « Est-ce que cette représentation démontre bel et bien sept dixièmes? »

– « Pouvez-vous justifier l'exactitude de cette représentation? »

– « Quelle est l'unité dans cette représentation? »

– « Qu'y a-t-il de similaire entre les représentations? »

– « Pourquoi 7 pièces de 1 ¢, 7 pièces de 10 ¢ et 7 pièces de 1 $ ont-elles pu être utilisées pour représenter sept dixièmes? »

Note : Faire ressortir qu'ils représentent sept dixièmes de différents touts. Donc 7 pièces de 1 ¢, représentent 0,7 de la valeur d'une pièce de 10 ¢; 7 pièces de 10 ¢ représentent 0,7 de la valeur de 1 $ et 7 pièces de 1 $ représentent 0,7 de la valeur d'un billet de 10 $. Ainsi, ces trois représentations de 0,7 démontrent l'importance de préciser le tout (l'unité).

Effectuer la même démarche pour les représentations du nombre 1,3.

S'assurer de faire ressortir les points suivants au cours de l'échange mathématique :

- La partie décimale d'un nombre décimal jusqu'aux dixièmes peut être représentée par une fraction dont le dénominateur est 10 (0,7 c'est $\frac{7}{10}$; 1,3 c'est 1 et $\frac{3}{10}$).
- La virgule sépare la partie entière de la partie décimale.
- Un nombre décimal se lit en utilisant le mot « et » et non le mot « virgule » (p. ex., 1,4 se lit « un et quatre dixièmes »).
- Lorsqu'on utilise un nombre décimal, il importe de préciser quel est le tout ou l'unité.

ADAPTATIONS

L'activité peut être modifiée pour répondre aux différents besoins des élèves.

Pour faciliter la tâche	Pour enrichir la tâche
• fournir les unités à utiliser pour les représentations.	• demander aux élèves de représenter et de comparer une fraction et un nombre décimal (p. ex., $\frac{1}{2}$ et 0,4). • demander aux élèves de représenter les deux nombres (0,7 et 1,3) en utilisant des unités de mesure de longueur du système métrique (p. ex., 7 mm = 0,7 cm; 7 dm = 0,7 m; 1,3 cm = 13 mm).

SUIVI À LA MAISON

Demander aux élèves de relever des nombres décimaux jusqu'aux dixièmes, dans les journaux ou sur les étiquettes de produits alimentaires par exemple, et de les expliquer à un membre de la famille. Le lendemain, animer une discussion portant sur les nombres qu'ils ont trouvés.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 1

Bingo des nombres décimaux

Préparer des cartons sur lesquels sont inscrits en lettres, en notation décimale et en notation fractionnaire les nombres de un dixième à neuf dixièmes. Placer les cartons dans un sac.

Demander aux élèves de remplir une grille de 3 × 3 avec des nombres de un dixième à neuf dixièmes au choix, écrits soit en lettres, en notation décimale ou en notation fractionnaire.

Exemple

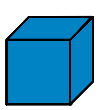
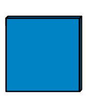
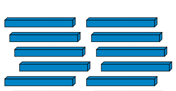
0,9	$\frac{3}{10}$	sept dixièmes
trois dixièmes	$\frac{4}{10}$	0,8
0,6	un dixième	$\frac{7}{10}$

Retirer un carton du sac et le lire en le montrant aux élèves. Leur expliquer que si une des trois représentations de ce nombre figure sur leur grille, ils doivent la recouvrir avec un jeton. S'il y a plus d'une représentation de ce nombre sur leur grille, ils doivent en recouvrir une seule au choix. Préciser que le jeu se poursuit ainsi jusqu'à ce qu'un ou une élève réussisse à recouvrir toutes les cases de sa grille; à ce moment-là, il ou elle remporte la partie.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 2

Si…

Placer des pièces du matériel de base dix dans un sac. Retirer une ou plusieurs pièces et poser des questions en fonction des pièces retirées.

Exemple de pièces retirées du sac	Exemple de question
Une languette 	– « Si cette languette est l'unité, comment représente-t-on un dixième? » (*Le petit cube représente un dixième de languette.*)
Un gros cube 	– « Si ce gros cube est l'unité, comment représente-t-on un dixième? » (*La planchette représente un dixième du gros cube*.)
Une planchette 	– « Si cette planchette représente une dizaine, comment représente-t-on quatre dixièmes? » (*Puisque la planchette représente la dizaine, la languette est l'unité. Alors, quatre petits cubes représentent quatre dixièmes de languette.*)
Douze languettes 	– « Si une languette représente le dixième de l'unité, que représentent ces douze languettes. » (*Puisque la languette représente le dixième de l'unité, la planchette est l'unité. Alors, les 12 languettes représentent 1,2 planchette.*)

Demander aux élèves de représenter les réponses à l'aide de symboles, d'illustrations, du matériel de base dix ou de mots.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 3

Quel nombre est le plus près de la cible?

Cette activité se fait en groupe de deux à l'aide de deux dés à jouer. Un ou une élève détermine la cible en roulant un premier dé, puis le second dé. Le chiffre sur le premier dé représente le nombre d'unités et le chiffre sur le deuxième dé, le nombre de dixièmes (p. ex., un 4 suivi d'un 6 donnerait 4,6). Ensuite, chaque élève roule les deux dés et doit utiliser les chiffres sur les dés pour créer son nombre (p. ex., en obtenant 6 et 3 avec les dés, il ou elle pourrait créer 6,3 ou 3,6). Chaque élève nomme son nombre puis ensemble, ils déterminent lequel des deux nombres est le plus près de la cible. Pour ce faire, ils peuvent utiliser diverses représentations des nombres (p. ex., matériel concret, droite numérique) ou une calculatrice. L'élève dont le nombre est le plus près de la cible remporte un point. Les élèves refont la même chose neuf autres fois et celui ou celle qui a accumulé le plus de points gagne la partie.

ANNEXE 4.1

Mesure des bandes

Mesure des bandes – Première tentative	
Bande	*Mesure en coudée*
A	
B	
C	
D	

Mesure des bandes – Deuxième tentative		
Bande	*Mesure en coudée*	*Ma notation*
A		
B		
C		
D		

Situation d'apprentissage, 5e année

Une nouvelle pizza

GRANDE IDÉE : SENS DES OPÉRATIONS

SOMMAIRE

Dans cette situation d'apprentissage, les élèves explorent le concept de nombres décimaux en créant un tableau de la valeur nutritive d'une nouvelle pizza.

Matériel

- annexes 5.1 et 5.2 (1 copie par élève)
- grandes feuilles de papier
- marqueurs
- matériel concret et semi-concret pour représenter des nombres décimaux

INTENTION PÉDAGOGIQUE

Cette situation d'apprentissage a pour but d'amener les élèves :

- à approfondir le sens de la quantité représentée par des nombres décimaux;
- à accroître leur sens des opérations;
- à élaborer des algorithmes personnels d'addition, de soustraction et de multiplication de nombres décimaux.

ATTENTES ET CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Attentes

L'élève doit pouvoir :

- identifier et représenter les nombres naturels jusqu'à 100 000, les fractions impropres et les nombres décimaux jusqu'aux centièmes dans divers contextes;
- résoudre des problèmes reliés aux quatre opérations étudiées en utilisant diverses stratégies ou des algorithmes personnels.

Contenus d'apprentissage

L'élève doit :

– arrondir des nombres décimaux au dixième près pour faire des estimations et des opérations de calcul mental;

– multiplier et diviser mentalement des nombres décimaux par 10, par 100 et par 1 000;

– estimer et vérifier le produit et le quotient, à l'aide de matériel concret ou illustré, d'un nombre décimal jusqu'aux centièmes par un nombre naturel à un chiffre;

– expliquer les stratégies utilisées ainsi que les démarches effectuées pour résoudre divers problèmes de multiplication et de division de nombres naturels et décimaux.

Durée approximative de la situation d'apprentissage : **120 minutes**

CONTEXTE

En 4e année, les élèves ont appris à estimer et à calculer la somme et la différence de nombres décimaux à l'aide de matériel concret et semi-concret. En 5e année, ils poursuivent leur apprentissage des opérations sur les nombres décimaux en participant à des activités de consolidation de stratégies d'addition et de soustraction avec les nombres décimaux, et à des activités d'élaboration de stratégies personnelles de multiplication d'un nombre décimal par un nombre naturel.

PRÉALABLES

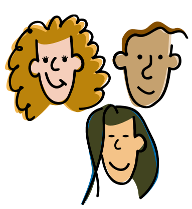
La présente situation d'apprentissage permet aux élèves de développer des stratégies de calcul mental, puis d'estimer et de vérifier le produit d'un nombre décimal jusqu'aux centièmes par un nombre naturel à un chiffre.

Pour être en mesure de réaliser cette situation d'apprentissage, les élèves doivent :

- comprendre le sens des nombres décimaux jusqu'aux centièmes;
- pouvoir lire, représenter et interpréter des nombres décimaux;
- reconnaître la multiplication en tant qu'addition répétée;
- connaître et être capables d'utiliser diverses stratégies pour additionner, soustraire et multiplier des nombres naturels.

VOCABULAIRE MATHÉMATIQUE

Nombre décimal, estimer, nombre entier, dixième, centième.



environ
30 minutes

AVANT L'APPRENTISSAGE (MISE EN TRAIN)

Présenter la situation suivante aux élèves :

Dans cette situation d'apprentissage, il sera question de la confection d'une nouvelle pizza. Pour exécuter la tâche, vous allez devoir travailler avec des tableaux de la valeur nutritive de divers aliments. Examinons-en un ensemble avant de commencer.

Distribuer une copie de l'annexe 5.1 (*Tableaux de la valeur nutritive*) à chaque élève et expliquer brièvement les diverses composantes des tableaux. Examiner avec eux la valeur nutritive d'un aliment. Lire quelques nombres décimaux et leur demander ce qu'ils signifient. Par exemple, en lisant le tableau de la valeur nutritive du pain pita blanc, on constate que cet aliment contient 1,2 g de lipides (se lit « un gramme et deux dixièmes de lipides »), ce qui veut dire que dans une portion de pain pita blanc, il y a un gramme plus deux dixièmes d'un gramme de lipides (gras). Rappeler aux élèves qu'un dixième représente une partie d'un gramme séparé en dix.

Poursuivre la présentation de la situation en ces termes :

> *Un pizzaïolo, personne qui confectionne des pizzas, vous invite à créer de nouvelles pizzas qu'il pourrait ajouter à son menu. Afin que ces pizzas répondent au goût de sa clientèle, il a déjà sélectionné les aliments dont elles doivent être composées. De plus, puisque ses clients et clientes accordent de plus en plus d'importance à la valeur nutritive des aliments, il veut que chaque nouvelle pizza soit accompagnée d'une fiche d'information alimentaire.*

Distribuer une copie de l'annexe 5.2 (*Nouvelle pizza*) à chaque élève, préciser la tâche à accomplir et faire un survol des aliments dont la nouvelle pizza doit être composée.

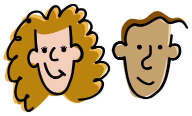
Prévenir les élèves qu'au cours de l'échange mathématique, ils devront présenter et justifier leur création et les stratégies employées pour effectuer les calculs. Insister sur le fait qu'il importe de réfléchir au sens des nombres et d'effectuer des estimations au préalable plutôt que d'appliquer des algorithmes au hasard.

S'assurer que les élèves ont bien compris la tâche à accomplir en posant des questions telles que :

– « Qui peut décrire la tâche à effectuer dans ses propres mots? »

– « De quels aliments doit être composée la nouvelle pizza? »

– « Combien de calories doit-elle contenir? »

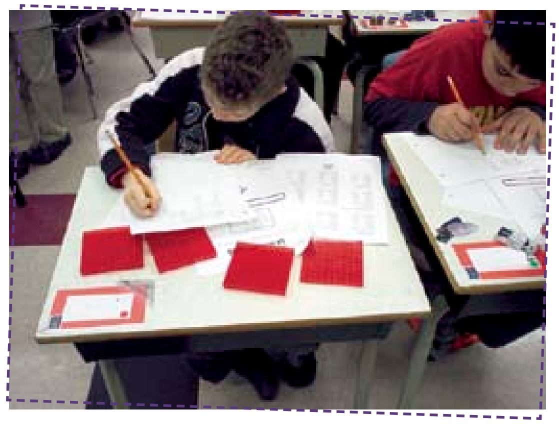


équipes de 2

environ
60 minutes

PENDANT L'APPRENTISSAGE (EXPLORATION)

Grouper les élèves par deux. Mettre à leur disposition du matériel concret et semi-concret pour effectuer les calculs [p. ex., monnaie en plastique, matériel de base dix, cubes emboîtables, droites numériques, tapis de valeur de position, gabarits de nombres décimaux (p. 70-71)].



Circuler parmi les équipes et observer le travail de chacune. Inviter les élèves à se pencher sur la vraisemblance des résultats des opérations. Intervenir au besoin afin d'aider certaines équipes à cheminer, sans toutefois leur présenter de façon explicite comment effectuer les calculs.

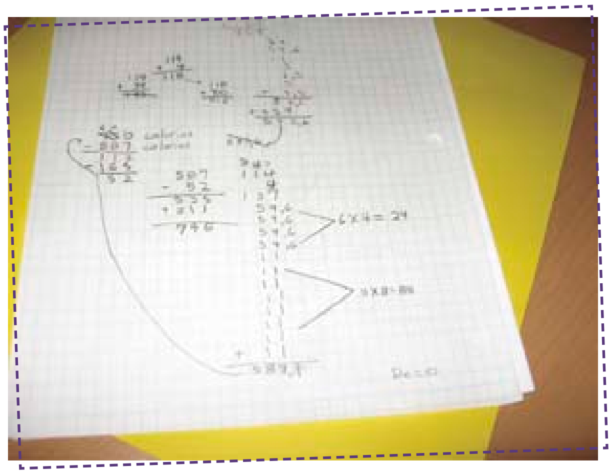
Les élèves devraient commencer par calculer la teneur totale en calories, en lipides et en glucides des garnitures (voir tableau suivant).

Garnitures	Calories	Lipides	Glucides
2 bouquets de chou-fleur	6	0,46 g	2,66 g
3 bouquets de brocoli	19,5	0 g	5,19 g
10 olives	50	6 g	0,4 g
7 champignons en tranches	31,5	1,75 g	5,81 g
2 rondelles de pepperoni	109,2	9,9 g	0,8 g
8 rondelles de courgette	88	0 g	1,6 g
Total	**304,2**	**18,11 g**	**16,46 g**

Note : La teneur totale en calories, en lipides et en glucides que les élèves inscriront sur la fiche d'information alimentaire devra aussi tenir compte de la teneur de ces composantes dans la pâte, la sauce et le fromage choisis.

Observations possibles	Interventions possibles
Les élèves oublient de tenir compte du nombre de calories que la pizza doit compter ou interprètent mal cette consigne.	Poser des questions telles que : – « D'après vous, votre pizza respecte-t-elle la consigne quant au nombre de calories qu'elle doit compter? » – « Que pouvez-vous faire pour que la pizza compte environ 700 calories? »
Les élèves ont recours exclusivement à l'addition répétée pour effectuer une multiplication.	Poser des questions telles que : – « Comment pourriez-vous effectuer ce calcul autrement? » – « Que feriez-vous si les quantités n'avaient pas de partie décimale? »
Les élèves multiplient, mais arrivent à des résultats inexacts et invraisemblables.	Poser des questions telles que : – « Est-ce que ces résultats sont vraisemblables compte tenu des quantités en jeu? » – « Quel devrait être approximativement le résultat de ce calcul? » Leur suggérer d'effectuer les calculs à l'aide de matériel concret ou semi-concret.

Une fois la tâche terminée, distribuer à chaque équipe des marqueurs et des grandes feuilles de papier sur lesquelles les élèves transcriront des éléments mathématiques à présenter lors de l'échange mathématique. Assigner aux différentes équipes des éléments à préparer tels que le raisonnement qui a guidé leur démarche et l'organisation du travail, la démarche reliée au calcul du nombre total de calories, des stratégies d'addition et de multiplication de nombres décimaux, des stratégies mises en place pour respecter les consignes et des stratégies utilisées pour vérifier la vraisemblance des réponses.



Allouer suffisamment de temps aux élèves pour se préparer à l'échange mathématique. Leur rappeler qu'ils doivent aussi présenter le tableau de la valeur nutritive de la pizza créée.

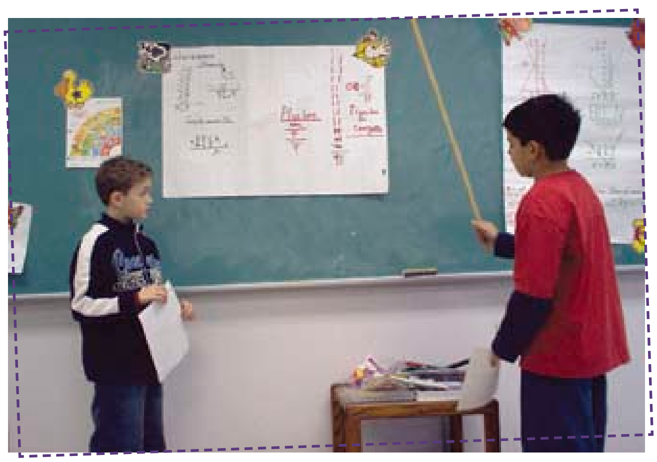
APRÈS L'APPRENTISSAGE (OBJECTIVATION/ÉCHANGE MATHÉMATIQUE)

Inviter des équipes à venir, à tour de rôle, présenter leur travail. S'assurer que tous les éléments mathématiques à mettre en évidence font l'objet d'une présentation. Inciter les élèves à ajouter des commentaires en animant l'échange à l'aide de questions telles que :

- « Qui peut expliquer la démarche de ce groupe? »
- « Pour effectuer une addition ou une multiplication, est-ce qu'il y a d'autres stratégies possibles? Sont-elles applicables à n'importe quelle addition ou multiplication? »
- « Est-ce que d'autres équipes ont employé la même stratégie? »
- « À quel moment de la démarche avez-vous commencé vos calculs? »
- « De quelle façon cette stratégie de calcul est-elle similaire à celle de l'autre équipe? »
- « Y a-t-il une autre façon de vérifier la vraisemblance de cette réponse? »

environ
30 minutes

S'assurer que les élèves saisissent bien l'importance d'estimer le résultat d'un calcul avant de l'effectuer, et ce, afin d'en établir l'ordre de grandeur. Par la suite, la vraisemblance du résultat calculé peut être vérifiée en le comparant avec l'estimation. Faire ressortir aussi la variété de stratégies personnelles utilisées pour effectuer les calculs.



ADAPTATIONS

L'activité peut être modifiée pour répondre aux différents besoins des élèves.

Pour faciliter la tâche	Pour enrichir la tâche
• demander de calculer seulement deux composantes dans le tableau de la valeur nutritive (p. ex., nombre de calories et de grammes de lipides); • leur suggérer de mettre en évidence, à l'aide d'un marqueur, les données importantes dans les tableaux de la valeur nutritive.	• élargir l'éventail de choix (p. ex., permettre aux élèves de déterminer eux-mêmes les portions des garnitures à mettre sur la pizza); • ajouter une consigne par rapport aux quantités de grammes de lipides et de glucides recherchées.

SUIVI À LA MAISON

À la maison, les élèves peuvent préparer une collation composée de quelques aliments (p. ex., salade de fruits, barre granola, yogourt, tranches de fromage, biscuits) et déterminer le nombre de calories ainsi que le nombre de grammes de lipides, de glucides et de protéines qu'elle compte. Ensuite, ils peuvent discuter de la valeur nutritive de leur collation avec un membre de la famille.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 1

Le sac à surprise

Distribuer à chaque équipe formée de deux élèves, un sac contenant des pièces de matériel de base dix (soit quelques planchettes, de 10 à 20 languettes et de 20 à 30 petits cubes) ainsi qu'un tableau de valeur de position comme illustré ci-dessous.

Tableau de valeur de position

Dizaines	Unités	,	Dixièmes

Préciser que pour l'activité la languette représente une unité. La planchette représente alors une dizaine (10 languettes) et le petit cube, un dixième (0,1 de languette). Expliquer aux élèves qu'ils doivent :

- piger, à tour de rôle, avec les deux mains une quantité de pièces du sac;
- mettre les pièces pigées en commun et les placer sur le tableau de valeur de position à l'endroit approprié;

- effectuer les regroupements possibles (p. ex., remplacer 10 petits cubes par 1 languette ou 10 languettes par une planchette);
- noter et nommer la quantité obtenue en nombre décimal, dessiner sa représentation et déterminer le nombre fractionnaire correspondant.

Variante

Chaque élève pige une quantité de pièces du sac et inscrit la quantité obtenue en notation décimale. Ensuite, ils calculent la somme des deux nombres ou leur différence.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 2

Capitaine, veux-tu?

Présenter la situation suivante aux élèves :

Aujourd'hui, vous allez participer à une course un peu spéciale. Chaque participant ou participante doit parcourir un trajet de 10 mètres en effectuant au moins une fois chacune des foulées présentées dans le tableau ci-dessous.

Foulée	Longueur
Pas de géant	1,3 m
Pas de souris	0,27 m
Saut de grenouille	0,5 m
Bond de kangourou	2,36 m

Avant de commencer, vous devez planifier les étapes de votre trajet. Chaque étape représente un déplacement équivalant à une ou plusieurs fois une même foulée. Au terme de toutes les étapes, vous ne devez pas dépasser la ligne d'arrivée de plus de 1 mètre. Vous devez calculer la distance parcourue à chaque étape ainsi que la distance totale parcourue après chacune des étapes.

Exemple

	Étape 1	Étape 2	Étape 3	Étape 4
Foulées	8 sauts de grenouille	1 bond de kangourou	2 pas de géant	6 pas de souris
Distance parcourue à chaque étape	4 m	2,36 m	2,6 m	1,62 m
Distance totale parcourue après chaque étape	4 m	6,36 m	8,96 m	10,58 m

Allouer suffisamment de temps pour que les élèves puissent planifier leur trajet. Grouper les élèves par trois, nommer un ou une capitaine par équipe, puis expliquer le fonctionnement du jeu :

Le ou la capitaine est le maître du jeu. Les deux autres élèves lui demandent, à tour de rôle, la permission d'entreprendre une étape de son trajet, en disant par exemple : « Capitaine, veux-tu que je fasse 8 sauts de grenouille pour avancer de 4 mètres? » À ce moment, le ou la capitaine roule un dé et donne sa réponse en fonction du nombre obtenu sur le dé : si le nombre est 1, 2, 3 ou 4, il ou elle accepte; sinon, il ou elle refuse.

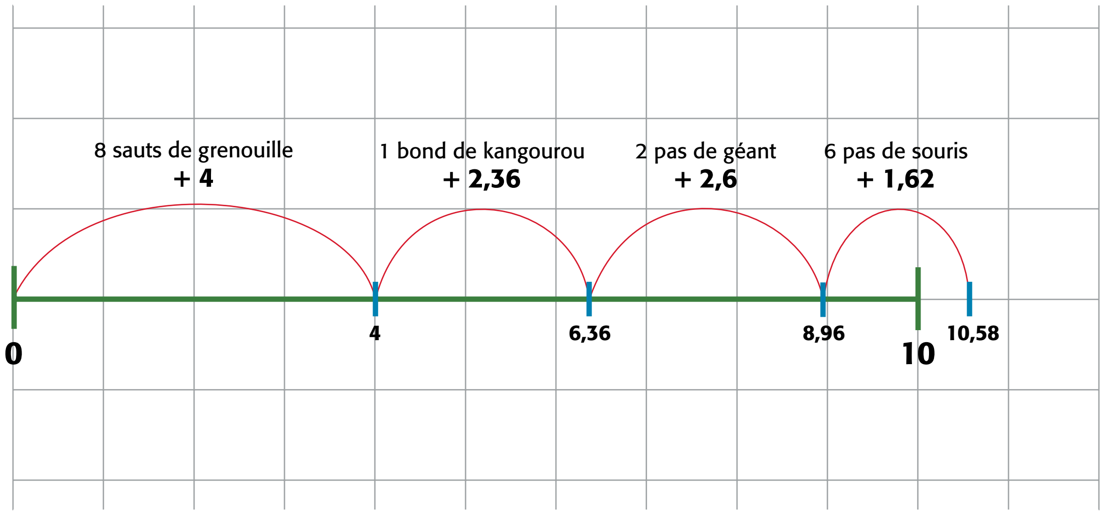
Si la demande est acceptée, le participant ou la participante franchit la distance prévue et indique la distance totale parcourue depuis la ligne de départ. En cas de refus, il ou elle ne bouge pas et doit attendre au prochain tour pour refaire la même demande.

Le ou la capitaine a également la responsabilité de vérifier, au besoin à l'aide de la calculatrice, les calculs effectués par le participant ou la participante. S'il y a erreur, le ou la capitaine ordonne au participant ou à la participante de retourner à la case départ.

La première personne à franchir la ligne d'arrivée (10 mètres) est déclarée vainqueur.

Le trajet peut être effectué en déplaçant un pion sur un ruban, en indiquant les distances sur une droite numérique ou en effectuant réellement le trajet. Allouer suffisamment de temps pour permettre aux élèves de jouer les deux rôles (capitaine et participant ou participante).

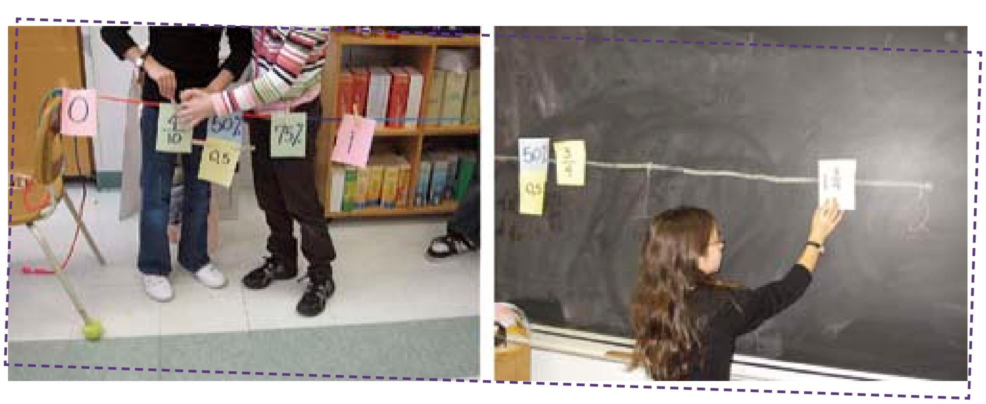
Exemple



ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 3

La corde à linge

Inscrire des fractions, des nombres fractionnaires, des nombres naturels et des nombres décimaux sur des cartes éclair. Placer deux cartes sur une corde à linge (ou sur une droite numérique). Demander à un ou à une élève de venir choisir au hasard une carte éclair et de la placer sur la corde à linge (ou la droite numérique) en tenant compte de l'ordre et de l'espace entre les nombres. Lorsque l'élève place sa carte, il ou elle doit justifier son choix d'emplacement et répondre aux questions qui peuvent lui être posées. Poursuivre l'activité en invitant tour à tour d'autres élèves à effectuer la même démarche.



ANNEXE 5.1

Tableaux de la valeur nutritive

Pâtes

Pain pita blanc

Valeur nutritive par pita (60 g)	
Teneur	
Calories	165
Lipides	1,2 g
Glucides	33 g
Fibres	1,2 g
Protéines	5,43 g
Vitamine A	0 g
Vitamine C	0 g
Calcium	0,52 g

Pain pita de blé entier

Valeur nutritive par pita (60 g)	
Teneur	
Calories	170
Lipides	1,4 g
Glucides	35 g
Fibres	4,8 g
Protéines	6,33 g
Vitamine A	0 g
Vitamine C	0 g
Calcium	0,11 g

Tortilla de blé

Valeur nutritive par pita (35 g)	
Teneur	
Calories	114
Lipides	2,34 g
Glucides	19,1 g
Fibres	1,1 g
Protéines	3,22 g
Vitamine A	0 g
Vitamine C	0 g
Calcium	0,14 g

Sauces

Sauce tomate

Valeur nutritive par ½ tasse (125 ml)	
Teneur	
Calories	39
Lipides	0 g
Glucides	9 g
Fibres	1,8 g
Protéines	2 g
Vitamine A	1,27 g
Vitamine C	8 mg

Salsa

Valeur nutritive par ½ tasse (125 ml)	
Teneur	
Calories	40
Lipides	0 g
Glucides	10 g
Fibres	3 g
Protéines	0 g
Vitamine A	1,1 g
Vitamine C	0,3 mg

Sauce béchamel

Valeur nutritive par ½ tasse (125 ml)	
Teneur	
Calories	132
Lipides	14 g
Glucides	12 g
Fibres	0,5 g
Protéines	10,2 g
Vitamine A	1,47 mg
Vitamine C	0,02 mg

ANNEXE 5.1 (suite)

Fromages

Cheddar

Valeur nutritive	
par ½ tasse (125 ml)	
Teneur	
Calories	211
Lipides	17,2 g
Glucides	1,2 g
Fibres	0 g
Protéines	13 g
Vitamine A	0,56 mg
Vitamine C	0 g

Féta

Valeur nutritive	
par ½ tasse (125 ml)	
Teneur	
Calories	216
Lipides	17 g
Glucides	3 g
Fibres	0 g
Protéines	12 g
Vitamine A	0,37 mg
Vitamine C	0 g

Mozzarella

Valeur nutritive	
par ½ tasse (125 ml)	
Teneur	
Calories	157
Lipides	0,67 g
Glucides	2 g
Fibres	0 g
Protéines	15 g
Vitamine A	0,36 mg
Vitamine C	0 g

Garnitures

Chou-fleur

Valeur nutritive	
par bouquet	
Teneur	
Calories	3
Lipides	0,23 g
Glucides	1,33 g
Fibres	0,21 g
Protéines	0,46 g
Vitamine A	0,11 mg
Vitamine C	0,04 mg

Brocoli

Valeur nutritive	
par bouquet	
Teneur	
Calories	6,5
Lipides	0 g
Glucides	1,73 g
Fibres	0,73 g
Protéines	1,1 g
Vitamine A	0,61 mg
Vitamine C	2,9 mg

Olive

Valeur nutritive	
par olive	
Teneur	
Calories	5
Lipides	0,6 g
Glucides	0,04 g
Fibres	0,15 g
Protéines	0 g
Vitamine A	0,18 mg
Vitamine C	0 g

Champignon

Valeur nutritive	
par champignon	
Teneur	
Calories	4,5
Lipides	0,25 g
Glucides	0,83 g
Fibres	0,23 g
Protéines	0,33 g
Vitamine A	0 g
Vitamine C	0 g

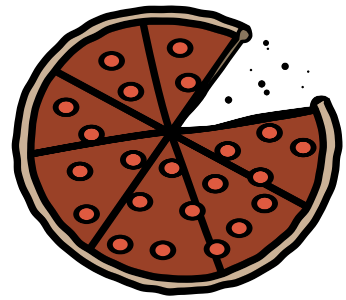
Pepperoni

Valeur nutritive	
par rondelle	
Teneur	
Calories	54,6
Lipides	4,95 g
Glucides	0,4 g
Fibres	0 g
Protéines	2,4 g
Vitamine A	0 g
Vitamine C	0 g

Courgette

Valeur nutritive	
par rondelle	
Teneur	
Calories	11
Lipides	0 g
Glucides	0,2 g
Fibres	0,12 g
Protéines	0,1 g
Vitamine A	0,02 mg
Vitamine C	0,06 mg

ANNEXE 5.2



Nouvelle pizza

1. Inventez une nouvelle pizza en suivant les consignes données par le pizzaïolo : « Votre pizza doit être composée de tous les aliments inscrits dans la liste ci-dessous et compter environ 700 calories. »

Liste d'aliments

☐	1 portion de pâte (au choix)
☐	1 portion de sauce (au choix)
☐	1 portion de fromage (au choix)
☐	2 bouquets de chou-fleur
☐	3 bouquets de brocoli
☐	10 olives
☐	7 champignons en tranches
☐	2 rondelles de pepperoni
☐	8 rondelles de courgette

La pizza doit compter environ **700 calories.**

2. Remplissez la fiche d'information alimentaire suivante afin de renseigner la clientèle de la pizzeria sur les aliments dont la nouvelle pizza est composée et sur sa valeur nutritive.

ANNEXE 5.2 (suite)

Fiche d'information alimentaire

Nom de la pizza : ______________________________

Pâte : ______________________________

Sauce : ______________________________

Fromage : ______________________________

Garnitures : 2 bouquets de chou-fleur

3 bouquets de brocoli

10 olives

7 champignons en tranches

2 rondelles de pepperoni

8 rondelles de courgette

Valeur nutritive par pizza
Teneur
Calories
Lipides
Glucides

Situation d'apprentissage, 6e année

Visez juste!

GRANDE IDÉE : SENS DU NOMBRE

SOMMAIRE

Dans cette situation d'apprentissage, les élèves explorent le concept de pourcentage dans le contexte d'un jeu d'adresse.

INTENTION PÉDAGOGIQUE

Cette situation d'apprentissage a pour but d'amener les élèves :

- à comprendre le sens du pourcentage;
- à établir des liens entre les fractions, les nombres décimaux et les pourcentages;
- à convertir en pourcentage un nombre décimal ou une fraction dont le dénominateur est 100;
- à développer des stratégies de résolution de problèmes.

Matériel

- sacs de haricots secs
- récipient (p. ex., panier, poubelle, bac de recyclage)
- annexe 6.1 (1 copie par élève)
- transparent de l'annexe 6.1
- annexes 6.2, 6.3, 6.4, 6.5 (1 copie par équipe)

ATTENTE ET CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Attente

L'élève doit pouvoir analyser et expliquer les relations qui existent entre des nombres naturels, des fractions et des nombres décimaux dans divers contextes.

Contenus d'apprentissage

L'élève doit :

- déterminer des fractions équivalentes à l'aide de différentes stratégies (p. ex., matériel de manipulation, dessin, tableau);
- établir et expliquer les relations entre les fractions, les nombres décimaux et les pourcentages;
- convertir en pourcentage un nombre décimal ou une fraction dont le dénominateur est un diviseur de 100, et vice versa (p. ex., $\frac{2}{5} = \frac{40}{100} = 40$ %, $0{,}18 = \frac{18}{100} = 18$ %).

Durée approximative de la situation d'apprentissage : **85 minutes**

CONTEXTE

Au cours des années d'études précédentes, les élèves ont établi, dans divers contextes, des relations entre les nombres naturels, les fractions et les nombres décimaux. En 6e année, ils développent une compréhension du concept de pourcentage et établissent des liens entre les fractions, les nombres décimaux et les pourcentages.

PRÉALABLES

La présente situation d'apprentissage permet aux élèves de développer un sens des pourcentages en reconnaissant qu'il est possible de représenter une même quantité à l'aide d'un pourcentage, d'une fraction et d'un nombre décimal.

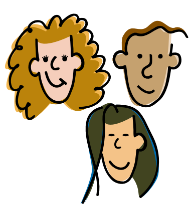
Pour être en mesure de réaliser cette situation d'apprentissage, les élèves doivent :

- pouvoir déterminer des fractions équivalentes;
- comprendre la relation entre les fractions décimales et les nombres décimaux (jusqu'aux centièmes).

VOCABULAIRE MATHÉMATIQUE

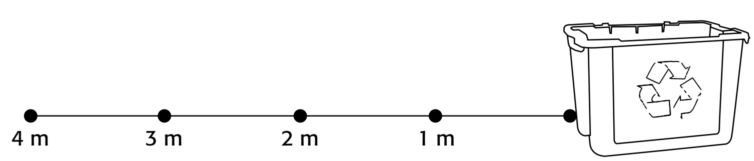
Nombre décimal, fraction, fractions équivalentes, fraction décimale, centième et pourcentage.

AVANT L'APPRENTISSAGE (MISE EN TRAIN)



environ
30 minutes

Au préalable, placer un récipient (p. ex., panier, poubelle, bac de recyclage) devant la classe et indiquer avec du ruban-cache les points situés à 1 mètre, à 2 mètres, à 3 mètres et à 4 mètres de ce récipient, comme illustré ci-dessous.



Expliquer aux élèves qu'ils exploreront le concept de pourcentage à l'aide du jeu d'adresse *Visez juste!* Préciser que ce jeu consiste à tenter de lancer un sac de haricots secs dans un récipient à partir d'une distance donnée. Projeter le transparent de l'annexe 6.1 (*Visez juste!*), tableau dans lequel le nombre de lancers réussis sera inscrit au fur et à mesure. Inviter :

- 5 élèves à effectuer chacun ou chacune 1 lancer à partir du point situé à 1 mètre du récipient;
- 10 élèves à effectuer chacun ou chacune 1 lancer à partir du point situé à 2 mètres du récipient;
- 20 élèves à effectuer chacun ou chacune 1 lancer à partir du point situé à 3 mètres du récipient;
- 25 élèves à effectuer chacun ou chacune 1 lancer à partir du point situé à 4 mètres du récipient.

Note : Le tableau ci-dessous propose un exemple de résultats possibles et toutes les explications subséquentes sont présentées en fonction de ces résultats. Toutefois, l'enseignant ou l'enseignante devrait en tout temps travailler avec des résultats obtenus par les élèves.

Exemple

Distance du récipient	**Nombre de lancers**	**Nombre de lancers réussis**	**Résultat en fraction**			
1 m	5	4				
2 m	10	7				
3 m	20	13				
4 m	25	13				

Distribuer, à chaque élève, une copie de l'annexe 6.1 (*Visez juste!*) afin qu'ils puissent y transcrire les résultats obtenus. Remplir la 4^e^ colonne, *Résultat en fraction*, avec eux.

Demander aux élèves de comparer les résultats obtenus en fonction de la distance à partir de laquelle les lancers sont effectués. Les amener à constater la difficulté que peut représenter la comparaison des résultats, puisque les dénominateurs diffèrent d'une situation à l'autre. Leur demander ensuite d'inscrire le titre *Résultat en fraction* (*en centièmes*) dans la 5e colonne et de déterminer pour chaque fraction de la 4e colonne, la fraction équivalente en centièmes.

Note : Pour déterminer une fraction équivalente en centièmes, les élèves pourraient utiliser un raisonnement proportionnel. Par exemple, 4 lancers réussis sur 5 lancers effectués c'est équivalent à 8 lancers réussis sur 10 lancers effectués (si on double le nombre de lancers effectués, on double le nombre de lancers réussis), à 12 lancers réussis sur 15 lancers effectués, et ainsi de suite. On peut poursuivre ce raisonnement jusqu'à 80 lancers réussis sur 100 lancers effectués (20 fois plus de lancers effectués donc 20 fois plus de lancers réussis).

Exemple

Distance du récipient	Nombre de lancers	Nombre de lancers réussis	Résultat en fraction	Résultat en fraction (en centièmes)		
1 m	5	4	$\frac{4}{5}$	$\frac{80}{100}$		
2 m	10	7	$\frac{7}{10}$	$\frac{70}{100}$		
3 m	20	13	$\frac{13}{20}$	$\frac{65}{100}$		
4 m	25	13	$\frac{13}{25}$	$\frac{52}{100}$		

Ensuite, inviter les élèves à donner leurs réponses et à expliquer leurs stratégies. Poser des questions afin de comparer les fractions obtenues et les stratégies utilisées. Par exemple :

– « Comment avez-vous obtenu les fractions en centièmes? »

– « Est-ce que d'autres élèves ont utilisé la même stratégie? »

– « Y en a-t-il qui ont utilisé une stratégie différente? »

– « Quels sont les avantages d'écrire les résultats sur 100? »

– « Que signifie d'après vous le mot pourcentage? »

– « Dans quelles situations avez-vous déjà vu un pourcentage? » (*Par exemple, les taxes provinciale et fédérale imposées lors d'achats, des rabais sur des articles*…)

Amener les élèves à comprendre que les résultats obtenus dans la 5^e^ colonne, *Résultat en fraction* (*en centièmes*), peuvent aussi s'exprimer en pourcentage, ce mot signifiant tout simplement ***pour*** chaque ***cent***. Souligner, par exemple, que la fraction $\frac{80}{100}$ exprimée en pourcentage s'écrit 80 % et se lit « quatre-vingts pour cent ». Demander aux élèves d'inscrire le titre *Résultat en pourcentage* dans la 6^e^ colonne ainsi que les résultats appropriés.

Exemple

Distance du récipient	Nombre de lancers	Nombre de lancers réussis	Résultat en fraction	Résultat en fraction (en centièmes)	Résultat en pourcentage	
1 m	5	4	$\frac{4}{5}$	$\frac{80}{100}$	80 %	
2 m	10	7	$\frac{7}{10}$	$\frac{70}{100}$	70 %	
3 m	20	13	$\frac{13}{20}$	$\frac{65}{100}$	65 %	
4 m	25	13	$\frac{13}{25}$	$\frac{52}{100}$	52 %	

Amener les élèves à reconnaître que $\frac{4}{5}$, $\frac{80}{100}$ et 80 % représentent le même résultat, soit la réussite de 4 des 5 lancers. Donc, $\frac{4}{5} = \frac{80}{100} = 80$ %.

Note : Il importe de préciser le sens d'un pourcentage. Un résultat de réussite exprimé en pourcentage représente le nombre de lancers réussis par rapport à 100 essais. Par exemple, un résultat de 75 % signifie que si 100 lancers sont effectués, 75 lancers sont réussis. Cependant, insister sur le fait qu'un résultat donné en pourcentage n'implique pas qu'il y ait eu exactement 100 lancers. Toute situation qui peut être représentée par une fraction équivalente à $\frac{75}{100}$ serait possible, par exemple, 15 lancers réussis sur 20 lancers effectués ($\frac{15}{20}$) ou 150 lancers réussis sur 200 lancers effectués ($\frac{150}{200}$).

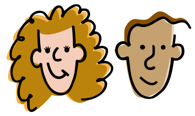
Lire ensuite à haute voix les fractions exprimées en centièmes (5e colonne) et demander aux élèves s'ils connaissent une autre façon d'écrire ces nombres. Leur faire remarquer qu'ils ont présenté les résultats des lancers en fraction et en pourcentage, mais qu'ils auraient pu aussi le faire en nombre décimal, ces trois notations différentes pouvant traduire le même résultat. Établir les relations entre un pourcentage, une fraction dont le dénominateur est 100 et le nombre décimal correspondant (p. ex., 70 % = $\frac{70}{100}$ = 0,70).

Demander aux élèves d'inscrire le titre *Résultat en nombre décimal* dans la 7e colonne ainsi que les résultats appropriés.

Exemple

Distance du récipient	Nombre de lancers	Nombre de lancers réussis	Résultat en fraction	Résultat en fraction (en centièmes)	Résultat en pourcentage	Résultat en nombre décimal
1 m	5	4	$\frac{4}{5}$	$\frac{80}{100}$	80 %	0,80
2 m	10	7	$\frac{7}{10}$	$\frac{70}{100}$	70 %	0,70
3 m	20	13	$\frac{13}{20}$	$\frac{65}{100}$	65 %	0,65
4 m	25	13	$\frac{13}{25}$	$\frac{52}{100}$	52 %	0,52

PENDANT L'APPRENTISSAGE (EXPLORATION)



équipes de 2

environ
35 minutes

Présenter la suite de la situation d'apprentissage.

Pour rendre le jeu d'adresse plus intéressant, nous allons imposer les contraintes suivantes :

- *certains des lancers effectués à une distance de 1 mètre du récipient seront faits de dos, par-dessus l'épaule;*
- *certains des lancers effectués à une distance de 2 mètres du récipient seront faits avec la main gauche pour les droitiers et avec la main droite pour les gauchers;*
- *certains des lancers effectués à une distance de 3 mètres du récipient seront faits en se tenant debout sur une jambe;*
- *certains des lancers effectués à une distance de 4 mètres du récipient seront faits en fermant un œil.*

Avant d'exécuter les lancers, vous devez effectuer quelques calculs.

Grouper les élèves par deux. Distribuer une copie des annexes 6.2, 6.3, 6.4 et 6.5 à chaque équipe. Leur expliquer la tâche à réaliser à l'aide de l'annexe 6.2 (*Lancers à une distance de 1 mètre*).

Expliquer que parmi les 5 lancers effectués à une distance de 1 mètre du récipient, 60 % doivent être faits de dos, par-dessus l'épaule. Leur préciser qu'ils doivent :

- déterminer le nombre de lancers à effectuer selon la contrainte;
- estimer le pourcentage de lancers qui seront réussis, selon une stratégie d'estimation de leur choix.

Demander aux élèves d'accomplir le travail demandé (annexes 6.2, 6.3, 6.4 et 6.5) en s'assurant de tenir compte de la contrainte dans chaque situation. Préciser qu'ils doivent garder des traces de leur travail pour pouvoir partager leur raisonnement au cours de l'échange mathématique.

Exemple

Distance du récipient	Nombre de lancers à effectuer	Pourcentage des lancers à effectuer en suivant la contrainte	Nombre décimal représentant les lancers à effectuer en suivant la contrainte	Fraction des lancers à effectuer en suivant la contrainte	Nombre de lancers à effectuer en suivant la contrainte	Estimation du pourcentage de réussite
1 m	5	60 %	0,60	$\frac{60}{100}$	3	70 %

Montrez comment vous avez obtenu vos résultats.

$60\ \% = \frac{60}{100}$

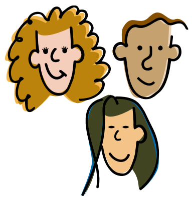
$$\frac{60}{100} \overset{\div 10}{=} \frac{6}{10} \overset{\div 2}{=} \frac{3}{5}$$

Justifiez l'estimation du pourcentage de réussite à l'aide d'explications, de dessins ou de calculs.

Le pourcentage de lancers réussis pour les lancers effectués à une distance de 1 mètre lors de la mise en train était de 80 %. Avec la contrainte, il devrait être inférieur. J'estime donc que le pourcentage de réussite sera d'environ 70 %.

Note : Vous devez pouvoir exposer votre raisonnement à la classe au cours de l'échange mathématique.

Observations possibles	Interventions possibles
Une équipe ne sait pas comment convertir 60 % en fraction.	Poser des questions telles que : – « Que représente 60 %? » – « À quel dénominateur d'une fraction un pourcentage fait-il penser? » Établir le lien entre le pourcentage et la fraction correspondante, soit 60 % ➔ 60 pour cent ➔ $\frac{60}{100}$.
Une équipe ne peut déterminer combien des 5 lancers doivent être effectués de dos, par-dessus l'épaule.	Modéliser un raisonnement proportionnel. Expliquer par exemple, pourquoi la situation où 60 lancers sur 100 doivent être effectués de dos, par-dessus l'épaule, équivaut à celle où 30 lancers sur 50 doivent l'être (les deux quantités sont divisées par 2). Leur demander ensuite : – « Pouvez-vous trouver une autre situation équivalente? » – « Quelle est la situation équivalente si seulement 5 lancers sont effectués? »
Une équipe ne comprend pas ce qui doit être fait dans la dernière colonne.	Leur rappeler que lors de la mise en train, 4 des 5 lancers effectués à une distance de 1 mètre avaient été réussis, ce qui correspondait en pourcentage à 80 %. Leur dire qu'ils doivent maintenant estimer le pourcentage probable de réussite de ces lancers en tenant compte de la contrainte.
Une équipe ne sait pas comment convertir $\frac{1}{5}$ en pourcentage.	Demander aux élèves de trouver des fractions équivalentes à $\frac{1}{5}$ (p. ex., $\frac{2}{10}$, $\frac{4}{20}$). Leur demander ensuite ce que représente un pourcentage afin de faire ressortir que celui-ci peut être représenté par une fraction ayant un dénominateur de 100.



APRÈS L'APPRENTISSAGE (OBJECTIVATION/ÉCHANGE MATHÉMATIQUE)

Demander à quelques équipes de présenter la stratégie utilisée pour traiter les lancers effectués à une distance de 1 mètre et de justifier leur estimation.

environ
20 minutes

Note : Lors de l'échange mathématique, le choix des équipes est très important, puisque c'est par l'entremise des présentations que les élèves pourront comparer leurs stratégies de conversion entre un pourcentage, un nombre décimal et une fraction à celles des autres élèves et objectiver leur apprentissage.

Après chaque présentation, inciter les autres élèves à enrichir l'échange mathématique en posant des questions et en faisant des observations pertinentes. Au besoin, les aider en posant des questions telles que :

- « Est-ce une stratégie efficace? Pourquoi? »
- « Pouvez-vous expliquer dans vos mots la stratégie qui vient d'être présentée? »
- « Est-ce que d'autres élèves ont utilisé cette stratégie? »
- « De quelle autre façon ces résultats auraient-ils pu être trouvés? »
- « Cette estimation est-elle raisonnable? Pourquoi? »
- « Est-ce que quelqu'un a obtenu la même estimation, mais en utilisant un raisonnement différent? »
- « Est-ce que d'autres ont des estimations différentes? »

Par la suite, inviter 5 élèves à venir exécuter chacun et chacune un lancer à partir du point situé à 1 mètre du récipient en respectant la nouvelle consigne : 3 élèves effectuent un lancer en suivant la contrainte et deux, sans la suivre. Déterminer le pourcentage de réussite et le comparer aux pourcentages de réussite estimés par les élèves.

Reprendre la même démarche pour les trois autres séries de lancers (annexes 6.3, 6.4 et 6.5).

Note : Mettre l'accent sur le sens d'un pourcentage et faire ressortir diverses stratégies de conversion :

- conversion d'une fraction en nombre décimal (p. ex., $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$ ou $2 \div 5 = 0,4$);
- conversion d'un nombre décimal en fraction décimale (p. ex., $0,45 = \frac{45}{100}$; $0,7 = \frac{7}{10}$; $0,325 = \frac{325}{1\,000}$);
- conversion d'une fraction en pourcentage (p. ex., $\frac{3}{5} = \frac{60}{100} = 60\ \%$ ou $3 \div 5 = 0,60 = 60\ \%$);
- conversion d'un pourcentage en fraction décimale (p. ex., $5\ \% = \frac{5}{100}$; $77\ \% = \frac{77}{100}$).

ADAPTATIONS

L'activité peut être modifiée pour répondre aux différents besoins des élèves.

Pour faciliter la tâche	Pour enrichir la tâche
• fournir à l'équipe le nombre de lancers au lieu du pourcentage et se concentrer sur les stratégies de conversion. **Exemple** Pour les lancers effectués à une distance de 1 mètre du récipient, écrire que 3 des 5 lancers doivent être effectués de dos, par-dessus l'épaule, et demander aux élèves de déterminer le pourcentage que cela représente.	• demander aux élèves d'accorder des points à chaque lancer réussi du jeu *Visez juste!* en fonction de la distance à partir de laquelle il est effectué. L'objectif est d'obtenir, pour chacune des distances, un score d'environ 200 points après 10 lancers. **Exemple** Un ou une élève pourrait suggérer d'accorder 28 points à chaque lancer réussi effectué à une distance de 2 mètres du récipient en expliquant que lors de la mise en train, 70 % des lancers ont été réussis, soit 7 lancers sur 10 et que 7 × 28 points = 196 points. Il ou elle ferait de même pour les trois autres distances.

SUIVI À LA MAISON

Suggérer aux élèves d'inventer un jeu d'adresse (p. ex., renverser une quille en faisant rouler une balle) et d'inviter des membres de la famille à y participer. Préciser le nombre d'essais à effectuer (5, 10, 20, 25 ou 50 essais) afin qu'ils obtiennent des fractions qui peuvent être facilement converties en pourcentages. Leur demander de compiler les résultats dans un tableau semblable à celui utilisé lors de la mise en train.

Le lendemain, leur proposer de présenter leur jeu et d'inviter leurs camarades à jouer. Une fois un tableau de données rempli, leur demander de comparer les résultats en pourcentage avec ceux obtenus à la maison.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 1

Défi

Former des équipes de deux. Présenter aux élèves le problème de l'annexe 6.6 (*Défi*). Mentionner qu'ils doivent garder des traces de leur travail puisqu'ils auront à expliquer leur solution lors de l'échange mathématique.

Note : Puisque le choix de la distance optimale s'effectue selon les critères retenus par les élèves, il peut y avoir différentes réponses. Par exemple, certains élèves pourraient examiner sommairement la situation et conclure qu'il est préférable d'effectuer les lancers à partir du point situé à 4 mètres du récipient puisque c'est de cet endroit que le nombre de points accordé à chaque lancer réussi est le plus élevé. D'autres pourraient choisir la distance optimale en fonction des scores qu'ils obtiendraient s'ils se fiaient aux résultats obtenus lors de la mise en train (p. ex., à 1 mètre, 80 % des lancers ont été réussis, soit 8 lancers sur 10, et 8 × 10 points = 80 points).

Lorsque la tâche est terminée, inviter des équipes à justifier, à l'aide d'arguments clairs et précis, leur choix de distance. Animer la discussion afin de faire ressortir les forces et les faiblesses des arguments présentés.

Lorsque l'échange est terminé, demander à un ou une élève d'effectuer 10 lancers à partir du point situé à 1 mètre du récipient, à un ou une autre, d'effectuer 10 lancers à partir du point situé à 2 mètres du récipient, etc. Dans chaque cas, demander aux élèves de présenter les résultats en pourcentage, en fraction et en nombre décimal et de calculer le score obtenu. Inviter les élèves à comparer ces résultats avec leur prévision.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 2

Concentration

Grouper les élèves par deux et remettre à chaque équipe 18 petites cartes vierges. Leur demander de confectionner 6 séries de 3 cartes, dont l'une affiche un pourcentage, l'autre, la fraction décimale correspondante et la dernière, le nombre décimal correspondant.

Exemple d'une série de cartes

18 %	$\frac{18}{100}$	0,18

Expliquer ensuite le jeu *Concentration* :

> *Au hasard, on place les cartes à l'envers. Une personne retourne une carte et en retourne ensuite deux autres en tentant de retrouver les deux nombres correspondants au premier. Si elle réussit, elle obtient un point et peut continuer. Si elle échoue, elle remet les cartes à l'envers, et c'est au tour de son adversaire de jouer. Le jeu se poursuit jusqu'à ce que toutes les cartes soient retournées. La personne ayant accumulé le plus de points gagne la partie.*

Inviter les équipes à s'échanger les séries de cartes et à jouer à *Concentration*.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 3

Sondage

Présenter aux élèves quelques données statistiques intéressantes comme celles présentées dans les tableaux ci-après provenant du site de Statistique Canada.

1- Principaux modes de chauffage dans les foyers canadiens (2005)

Modes de chauffage	Pourcentage (à l'unité près)
Chauffage au mazout ou autre combustible liquide	10
Chauffage au gaz canalisé (gaz naturel)	50
Chauffage au gaz en bouteille (propane)	1
Chauffage électrique	34
Chauffage au bois	5

Source : Statistique Canada, Certaines caractéristiques des logements et équipement ménager, [En ligne], [www40.statcan.ca/l02/cst01/famil09a_f.htm] (Consulté le 7 avril 2008).

2- Équipements dans les foyers canadiens (2005)

Équipements	Pourcentage (à l'unité près)
Machine à laver	82
Sécheuse	80
Lave-vaisselle	57
Four à micro-ondes	94
Congélateur	56
Appareil de climatisation	44
Téléphone	94

Source : Statistique Canada, Certaines caractéristiques des logements et équipement ménager, [En ligne], [www40.statcan.ca/l02/cst01/famil09b_f.htm?sdi=téléphone] (Consulté le 7 avril 2008).

3- Téléphones cellulaires dans les foyers canadiens (2002-2006)

Année	2002	2003	2004	2005	2006
Pourcentage (à l'unité près)	52	54	59	64	68

Source : Statistique Canada, Certaines caractéristiques des logements et équipement ménager, [En ligne], [www40.statcan.ca/l02/cst01/famil09b_f.htm?sdi=téléphone] (Consulté le 7 avril 2008).

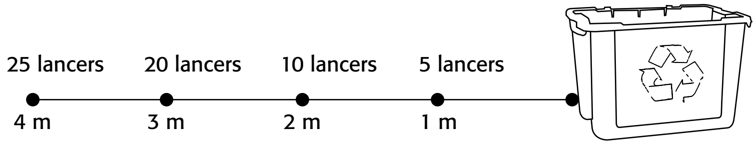
Animer une discussion afin que les élèves saisissent le sens des données présentées et leur demander de déterminer quelles questions ont pu être posées pour obtenir ces données.

Grouper les élèves par trois et les inviter à prendre une de ces questions et à effectuer un sondage auprès d'une autre population. Pour faciliter l'expression des résultats en pourcentage, leur suggérer d'utiliser un échantillon de 20, 25, 50 ou 100 personnes.

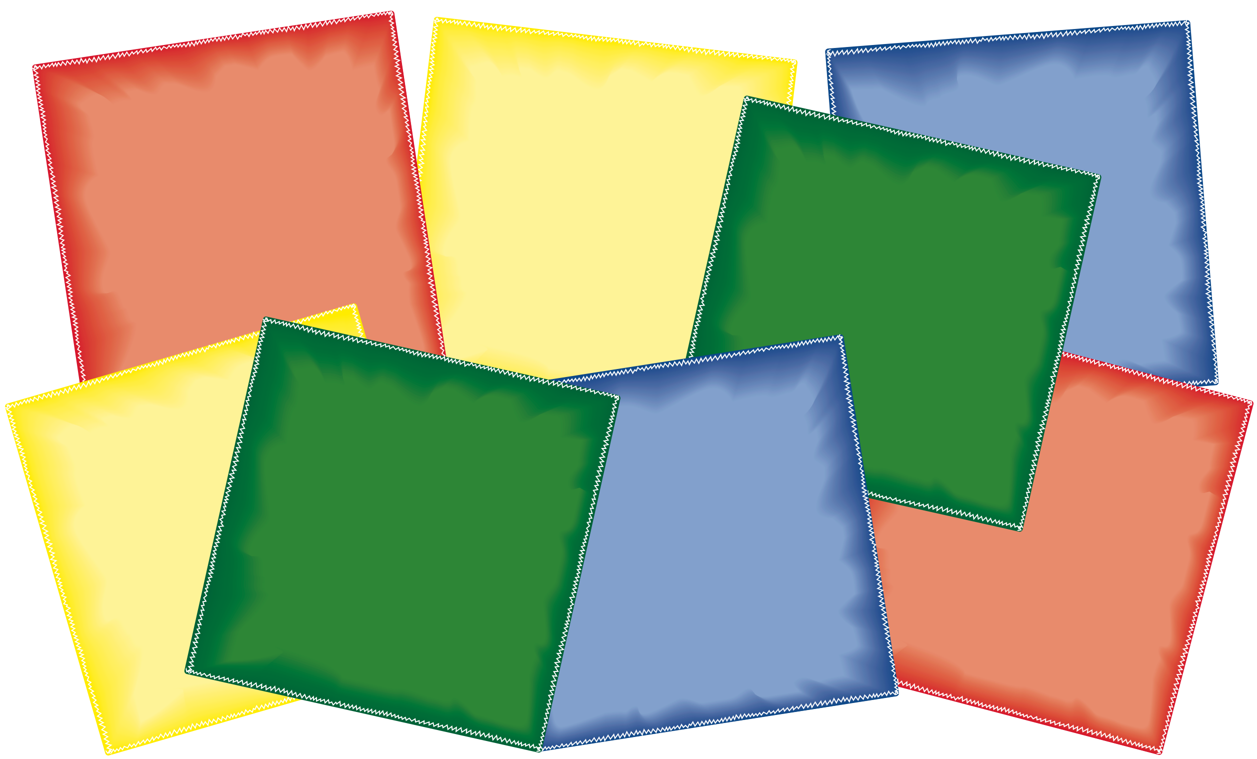
Inviter les groupes à présenter les résultats de leur sondage en les comparant aux données présentées. Ainsi, les élèves peuvent comparer à quel point, pour une question donnée, leur population sondée ressemble ou diffère de l'ensemble de la population canadienne.

ANNEXE 6.1

Visez juste!



Distance du récipient	Nombre de lancers	Nombre de lancers réussis	Résultat en fraction			
1 m	5					
2 m	10					
3 m	20					
4 m	25					



ANNEXE 6.2

Lancers à une distance de 1 mètre

Contrainte : Effectuer 60 % des lancers de dos, par-dessus l'épaule.

Distance du récipient	Nombre de lancers à effectuer	Pourcentage des lancers à effectuer en suivant la contrainte	Nombre décimal représentant les lancers à effectuer en suivant la contrainte	Fraction des lancers à effectuer en suivant la contrainte	Nombre de lancers à effectuer en suivant la contrainte	Estimation du pourcentage de réussite
1 m	5	60 %				

Montrez comment vous avez obtenu vos résultats.

Justifiez l'estimation du pourcentage de réussite à l'aide d'explications, de dessins ou de calculs.

Note : Vous devez pouvoir exposer votre raisonnement à la classe au cours de l'échange mathématique.

ANNEXE 6.3

Lancers à une distance de 2 mètres

Contrainte : Effectuer 70 % des lancers avec la main gauche pour les droitiers et avec la main droite pour les gauchers.

Distance du récipient	Nombre de lancers à effectuer	Pourcentage des lancers à effectuer en suivant la contrainte	Nombre décimal représentant les lancers à effectuer en suivant la contrainte	Fraction des lancers à effectuer en suivant la contrainte	Nombre de lancers à effectuer en suivant la contrainte	Estimation du pourcentage de réussite
2 m	10	70 %				

Montrez comment vous avez obtenu vos résultats.

Justifiez l'estimation du pourcentage de réussite à l'aide d'explications, de dessins ou de calculs.

Note : Vous devez pouvoir exposer votre raisonnement à la classe au cours de l'échange mathématique.

ANNEXE 6.4

Lancers à une distance de 3 mètres

Contrainte : Effectuer soixante-quinze centièmes des lancers en se tenant debout sur une jambe.

Distance du récipient	Nombre de lancers à effectuer	Pourcentage des lancers à effectuer en suivant la contrainte	Nombre décimal représentant les lancers à effectuer en suivant la contrainte	Fraction des lancers à effectuer en suivant la contrainte	Nombre de lancers à effectuer en suivant la contrainte	Estimation du pourcentage de réussite
3 m	20		0,75			

Montrez comment vous avez obtenu vos résultats.

Justifiez l'estimation du pourcentage de réussite à l'aide d'explications, de dessins ou de calculs.

Note : Vous devez pouvoir exposer votre raisonnement à la classe au cours de l'échange mathématique.

ANNEXE 6.5

Lancers à une distance de 4 mètres

Contrainte : Effectuer $\frac{1}{5}$ des lancers en fermant un œil.

Distance du récipient	Nombre de lancers à effectuer	Pourcentage des lancers à effectuer en suivant la contrainte	Nombre décimal représentant les lancers à effectuer en suivant la contrainte	Fraction des lancers à effectuer en suivant la contrainte	Nombre de lancers à effectuer en suivant la contrainte	Estimation du pourcentage de réussite
4 m	25			$\frac{1}{5}$		

Montrez comment vous avez obtenu vos résultats.

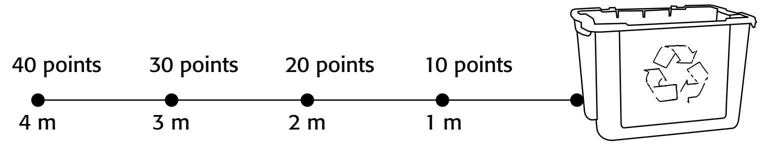
Justifiez l'estimation du pourcentage de réussite à l'aide d'explications, de dessins ou de calculs.

Note : Vous devez pouvoir exposer votre raisonnement à la classe au cours de l'échange mathématique.

ANNEXE 6.6

Défi

La situation d'apprentissage *Visez juste!* a permis d'examiner un jeu d'adresse. Ce jeu est maintenant modifié. Des points sont accordés pour chaque lancer réussi en fonction de la distance à partir de laquelle il est effectué comme illustré ci-dessous. Puisqu'il est généralement plus difficile de réussir les lancers de loin, ceux-ci valent davantage de points.



À quelle distance une personne devrait-elle se placer pour effectuer 10 lancers si elle cherche à obtenir le score le plus élevé possible? Justifiez votre réponse.

Estimez le score que cette personne pourrait obtenir. Justifiez votre estimation.

RÉFÉRENCES

BAROODY, Arthur J., et Ronald T. COSLICK. 1998. *Fostering Children's Mathematical Power: An Investigative Approach to K-8 Mathematics Instruction*, Mahwah (NJ), Lawrence Erlbaum Associates, p. 11-4 et 11-8.

BARUK, Stella. 1995. *Dictionnaire de mathématiques élémentaires : pédagogie, langue, méthode, exemples, étymologie, histoire, curiosité*, nouv. éd. enrichie de trois index, coll. « Science ouverte », Paris, Éditions du Seuil, p. 737.

BRISSIAUD, Rémi. 1998. *Les fractions et les décimaux au CM1 : Une nouvelle approche*, [En ligne], [pagesperso-orange.fr/page.perso.brissiaud/pages/Page2.html#ancre1] (Consulté le 21 décembre 2007).

CHAMPLAIN, Denis de, Pierre MATHIEU, Paul PATENAUDE et Hélène TESSIER. 1996. *Lexique mathématique enseignement secondaire*, 2e éd. revue et corrigée, Beauport (QC), Les Éditions du Triangle d'Or, p. A 57 et A 58.

CHARLES, Randall I. 2005. « Big Ideas and Understanding as the Foundation for Elementary and Middle School Mathematics », *Journal of Mathematics Education Leadership*, Lakewood (CO), National Council of Supervisors of Mathematics, vol. 8, no 1, p. 10.

FENNELL, Francis. Septembre 2006. « Representation—Show me the Math! », *NCTM News Bulletin*, vol. 43, nº 2, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 3.

FOSNOT, Catherine Twomey, et Maarten DOLK. 2001. *Young mathematicians at work: Constructing Multiplication and Division*, Portsmouth (NH), Heinemann, p. 29, 74, 80 et 98.

FOSNOT, Catherine Twomey, et Maarten DOLK. 2002. *Young mathematicians at work: Constructing Fractions, Decimals, and Percents*, Portsmouth (NH), Heinemann, p. 101 et 106.

GOLDIN, Gerald, et Nina SHTEINGOLD. 2001. « Systems of Representations and the Development of Mathematical Concepts », dans Albert A. Cuoco et Frances R. Curcio (Eds.), *The Roles of Representation in School Mathematics: 2001 Yearbook*, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 19.

HOWDEN, Hilde. Février 1989. « Teaching Number Sense », *Arithmetic Teacher*, vol. 36, nº 6, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 11.

KEIJZER, Ronald, Frans VAN GALEN et Lia OOSTERWAAL. *Reinvention revisited: learning and teaching decimals as example*, [En ligne], [www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/6339.pdf] (Consulté le 7 janvier 2008).

KOUBA, V et coll. 1997. Dans VAN DE WALLE, John A., et LouAnn H. LOVIN. 2006. *Teaching Student-Centered Mathematics: Grades 3-5*, coll. « The Van de Walle Professional Mathematics Series », vol. 2, Boston (MA), Pearson Education, p. 190.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. 1992. *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, 5e éd., Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 57.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. 1993. *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics: Number Sense and Operations*, coll. « Addenda series, Grade K-6 », Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 1.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 1999. *Des choix qui mènent à l'action : Politique régissant le programme d'orientation et de formation au cheminement de carrière dans les écoles élémentaires et secondaires de l'Ontario*, Toronto, le Ministère, p. 8.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2004a. *Enseigner et apprendre les mathématiques : Rapport de la Table ronde des experts en mathématiques de la 4e à la 6e année*, Toronto, le Ministère, p. 21 et 35.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2004b. *Politique d'aménagement linguistique de l'Ontario pour l'éducation en langue française*, Toronto, le Ministère, 100 p.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2005. *Le curriculum de l'Ontario de la 1re à la 8e année – Mathématiques, Révisé*, Toronto, le Ministère, 101 p.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2006. *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 6e année*, Toronto, le Ministère, 5 fascicules.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2007. *Le curriculum de l'Ontario de la 1re à la 8e année – Sciences et technologie*, *Révisé*, Toronto, le Ministère, p. 20 et 21.

OWENS, D. T., et D. B. SUPER. 1993. Dans BAROODY, Arthur J., et Ronald T. COSLICK. 1998. *Fostering Children's Mathematical Power: An Investigative Approach to K-8 Mathematics Instruction*, Mahwah (NJ), Lawrence Erlbaum Associates, p. 11-5.

RADFORD, Luis, et Serge DEMERS. 2004. *Communication et apprentissage : Repères conceptuels et pratiques pour la salle de classe de mathématiques*, Toronto, le Ministère, p. 15.

SMALL, Marian. 2005a. *Number and Operations: Background and Strategies*, coll. « PRIME », Toronto, Thomson, p. 136.

SMALL, Marian. 2005b. *Number and Operations: Guide to Using the Developmental Map*, coll. « PRIME », Toronto, Thomson, p. 2.

VAN DE WALLE, John A., et Karen BOWMAN WATKINS. 2003. « Early Development of Number Sense », dans Robert J. Jensen (Ed.), *Research Ideas for the Classroom: Early Childhood Mathematics*, 2e éd., Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 146.

VAN DE WALLE, John A., et Sandra FOLK. 2005. *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, éd. canadienne, Toronto, Pearson Education Canada, p. 44.

VAN DE WALLE, John A., et LouAnn H. LOVIN. 2006. *Teaching Student-Centered Mathematics: Grades 3-5*, coll. « The Van de Walle Professional Mathematics Series », vol. 2, Boston (MA), Pearson Education, p. 197.

VÉZINA, Nancy, et coll. 2006. *3e année : Apprentissages essentiels en lien avec le programme-cadre de mathématiques*, Ottawa, CEPEO, CECLFCE et CSDCEO, p. 4.

WESTERN AUSTRALIA. DEPARTMENT OF EDUCATION AND TRAINING. 2005. *First Steps in Mathematics: Number – Understand Operations; Calculate; Reason About Number Patterns*, vol. 2, Salem (MA), STEPS Professional Development & Consulting, p. 66.

Le ministère de l'Éducation tient à remercier les enseignants, les enseignantes et les élèves qui ont participé à la mise à l'essai des situations d'apprentissage.

Ministère de l'Éducation de l'Ontario
Imprimé sur du papier recyclé
08-022
ISBN 978-1-4249-6710-0 (fasc. 3)
ISBN 978-1-4249-6707-0 (série)