

Guide

d'enseignement
efficace des
mathématiques
de la 4^e à la 6^e année

Géométrie et sens de l'espace
Fascicule 1
Formes géométriques

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la 4^e à la 6^e année
Géométrie et sens de l'espace

Fascicule 1 : Formes géométriques

Le Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la 4^e à la 6^e année – Géométrie et sens de l'espace est réparti en deux fascicules : Formes géométriques et Position et déplacement. Ce premier fascicule, Formes géométriques, comprend une introduction, une description détaillée de la grande idée de formes géométriques ainsi qu'une situation d'apprentissage pour chaque année d'études au cycle moyen.

Guide
d'enseignement
efficace des
mathématiques
de la 4^e à la 6^e année

Géométrie et sens de l'espace
Fascicule 1
Formes géométriques

TABLE DES MATIÈRES

PRÉFACE	3
INTRODUCTION	5
ENSEIGNEMENT EFFICACE DE LA GÉOMÉTRIE	7
Communication.....	8
Enseignement par la résolution de problèmes.....	10
Niveaux de la pensée géométrique.....	12
Grandes idées.....	16
GRANDES IDÉES EN GÉOMÉTRIE ET SENS DE L'ESPACE	17
Aperçu.....	18
GRANDE IDÉE 1 – FORMES GÉOMÉTRIQUES	19
Aperçu et énoncés de la grande idée.....	19
Énoncé 1.....	21
Angles.....	21
Figures planes et solides.....	28
Énoncé 2.....	31
Capacité d'abstraction.....	32
Raisonnement mathématique.....	36
Argument mathématique.....	37
Établir des liens.....	38
Liens avec des expériences de la vie quotidienne.....	39
Liens avec des concepts dans les autres domaines de mathématiques.....	42
Liens avec des concepts dans les autres matières.....	44
Liens avec des professions.....	45
Cheminement de l'élève.....	47
Tableau de progression 1 – Vocabulaire.....	48
Tableau de progression 2 – Habiletés.....	49

SITUATIONS D'APPRENTISSAGE	51
Aperçu	51
Situation d'apprentissage, 4 ^e année	53
Situation d'apprentissage, 5 ^e année	69
Situation d'apprentissage, 6 ^e année	83
RÉFÉRENCES	105

PRÉFACE

Le document intitulé *Enseigner et apprendre les mathématiques : Rapport de la Table ronde des experts en mathématiques de la 4^e à la 6^e année* souligne que « L'enseignement joue un rôle central dans l'apprentissage et la compréhension des mathématiques chez les élèves du cycle moyen. » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004a, p. 35) et il en définit les principales composantes. Pour appuyer la mise en œuvre des recommandations présentées dans ce rapport, le ministère de l'Éducation de l'Ontario a entrepris l'élaboration d'une série de guides pédagogiques composée d'un guide principal et de guides d'accompagnement.

Le **guide principal**, intitulé *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 6^e année* (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006), propose des stratégies précises pour l'élaboration d'un programme de mathématiques efficace et la création d'une communauté d'apprenants et d'apprenantes chez qui le raisonnement mathématique est développé et valorisé. Les stratégies portent essentiellement sur les grandes idées inhérentes aux attentes du programme-cadre de mathématiques (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005), sur la résolution de problèmes comme principal contexte d'apprentissage des mathématiques et sur la communication comme moyen de développement et d'expression de la pensée mathématique. Ce guide contient également des stratégies d'évaluation, de gestion de classe et de communication avec les parents¹.

Les **guides d'accompagnement**, rédigés par domaine en tenant compte des attentes et des contenus d'apprentissage du programme-cadre de mathématiques, suggèrent des applications pratiques des principes et des fondements présentés dans le guide principal. Ils sont conçus pour aider l'enseignant ou l'enseignante à s'approprier la pédagogie propre à chaque domaine mathématique afin d'améliorer le rendement des élèves en mathématiques.

Le guide principal et les guides d'accompagnement ont été élaborés en conformité avec la *Politique d'aménagement linguistique de l'Ontario pour l'éducation en langue française* (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004b) pour soutenir la réussite scolaire des élèves et appuyer le développement durable de la communauté scolaire de langue française de l'Ontario. Ils mettent l'accent, entre autres, sur des stratégies d'enseignement qui favorisent l'acquisition par chaque élève, de compétences en communication orale.

1. Dans le présent document, *parents* désigne père, mère, tuteur et tutrice.



INTRODUCTION

La géométrie est l'un des domaines des mathématiques qui permet aux élèves de développer leur habileté à présenter un raisonnement et un argument mathématique cohérents, habileté qui évoluera, au palier secondaire, à la présentation de preuves plus formelles. La modélisation en géométrie et le raisonnement lié au sens de l'espace offrent aux élèves des moyens d'interpréter et de décrire le monde qui nous entoure et constituent des outils importants dans un contexte de résolution de problèmes.

(National Council of Teachers of Mathematics, 2003, p. 41, traduction libre)

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

La géométrie et le sens de l'espace au cycle moyen, c'est le développement :

- d'une compréhension des formes géométriques, de leurs propriétés et des interrelations entre elles;
- d'une conscience intuitive de la position et du déplacement d'objets dans l'espace;
- d'un raisonnement déductif informel et d'un raisonnement spatial complexe qui permettent aux élèves de résoudre des problèmes dans tous les domaines des mathématiques et dans diverses situations de la vie courante à l'école, à la maison ou au jeu.

La géométrie et le sens de l'espace au cycle moyen, ce n'est pas :

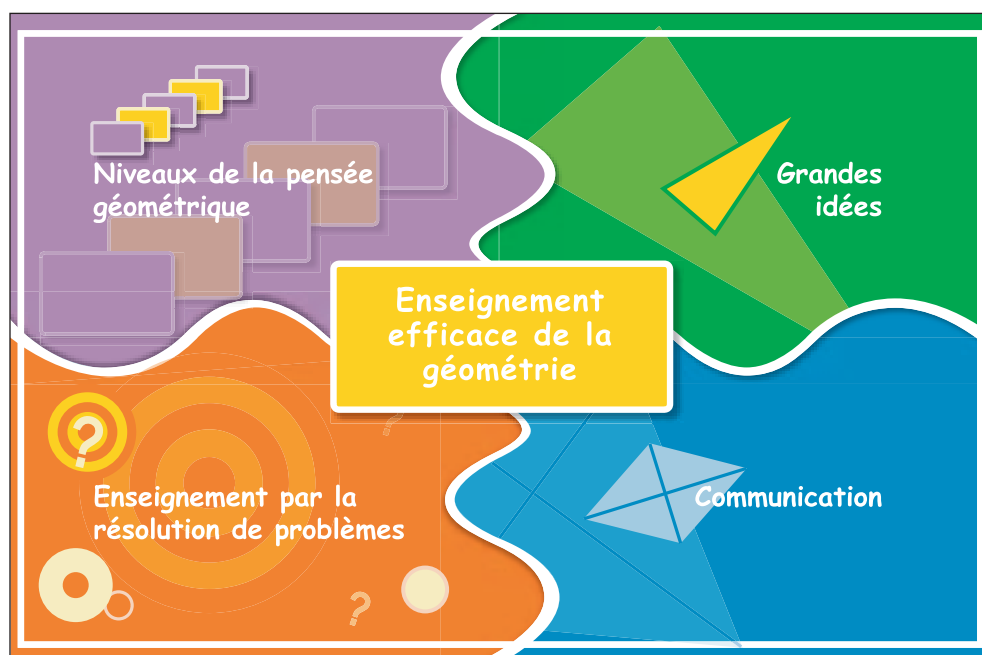
- un savoir inné reçu à la naissance par quelques rares individus;
- un enseignement ou un apprentissage centré uniquement sur les règles, les procédures, le raisonnement analytique et les démonstrations;
- une mémorisation de définitions et de propriétés;
- uniquement la classification des figures planes et des solides.

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

La géométrie et le sens de l'espace sont indissociables puisque la géométrie nous aide à décrire, à représenter et à mathématiser la réalité spatiale alors que le sens de l'espace nous permet de visualiser, de reconnaître ou d'apprécier cette réalité.

ENSEIGNEMENT EFFICACE DE LA GÉOMÉTRIE

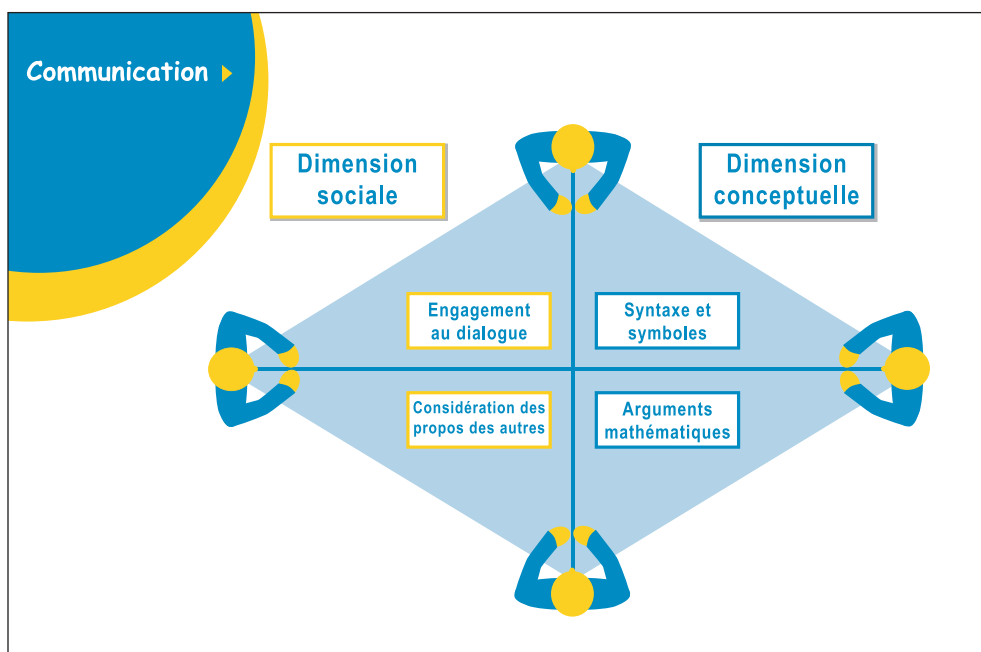
Parmi les nombreux éléments qui contribuent à l'efficacité de l'enseignement des mathématiques, certains ont une incidence plus grande que d'autres. Le présent guide est rédigé en tenant compte plus particulièrement de quatre de ces éléments, soit la communication, l'enseignement par la résolution de problèmes, les niveaux de la pensée géométrique et les grandes idées.



Communication²

... la communication, entendue comme activité sociale et culturelle médiatisée par la langue, les symboles scientifiques et les outils technologiques, apparaît comme l'un des moyens privilégiés d'appropriation du savoir. En participant à une discussion avec ses pairs et l'enseignante ou l'enseignant, l'élève acquiert une conscience de plus en plus nette des objets d'apprentissage.

(Radford et Demers, 2004, p. 15)



La communication est un élément essentiel à l'apprentissage des mathématiques. C'est une habileté qui va au-delà de l'utilisation appropriée de la terminologie et des symboles mathématiques dans une communication verbale ou écrite. C'est aussi, de façon plus importante, un véhicule par lequel les élèves acquièrent une compréhension des concepts mathématiques dans des contextes qui font appel à des raisonnements et à des arguments mathématiques. C'est ce que Radford et Demers (2004) appellent la dimension conceptuelle de la communication.

2. Pour plus de détails au sujet de la communication, voir le guide principal, chapitre 6 (fascicule 2).

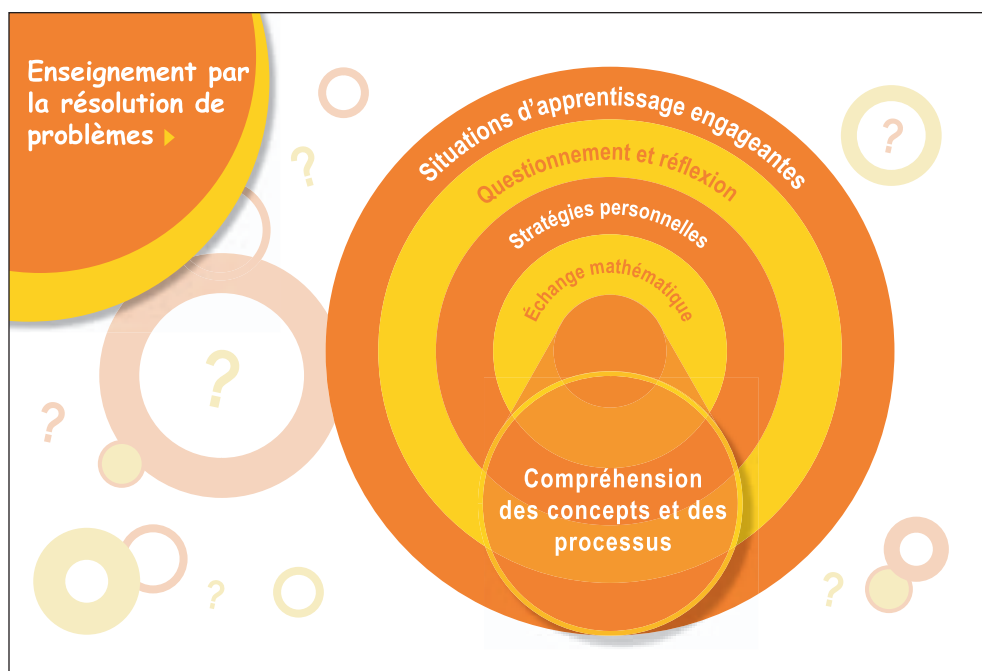
Ces chercheurs soulignent aussi l'importance de prendre en compte la dimension sociale de la communication. En effet, qui dit « communication » dit « échange » entre deux personnes ou plus. L'échange sera profitable pour toutes les personnes impliquées dans la mesure où il règne au sein du groupe un climat d'engagement au dialogue et une culture de respect et d'écoute par rapport aux propos des autres.

Pour accroître l'efficacité de l'enseignement de la géométrie dans sa salle de classe, l'enseignant ou l'enseignante doit favoriser l'émergence d'une culture qui valorise la communication comme moyen d'appropriation du savoir. Il ou elle doit aussi fournir aux élèves de multiples occasions de discuter de leurs hypothèses avec leurs pairs et de formuler un argument mathématique clair et convaincant (voir p. 37 pour plus de détails au sujet de l'argument mathématique). Dans toutes les situations d'apprentissage présentées dans ce guide, la communication joue un rôle prépondérant.

Enseignement par la résolution de problèmes³

L'activité de résolution de problèmes et l'apprentissage sont intimement liés; les élèves apprennent les mathématiques en faisant des mathématiques.

(Van de Walle et Folk, 2005, p. 44, traduction libre)



Afin d'aider les élèves à bien comprendre les concepts et les processus en géométrie et sens de l'espace, il est important de les placer en situation de résolution de problèmes dès le début d'une unité d'apprentissage. Lorsqu'ils travaillent en équipe à résoudre un problème engageant et non routinier, les élèves développent l'habileté à formuler une hypothèse et un argument mathématique. Ils apprennent aussi à prendre des risques, à persévérer et à avoir confiance en leur capacité à résoudre des problèmes. C'est dans un tel contexte que l'apprentissage des mathématiques prend tout son sens.

3. Pour plus de détails au sujet de l'enseignement par la résolution de problèmes, voir le guide principal, chapitre 5 (fascicule 2).

L'enseignement par la résolution de problèmes exige que l'enseignant ou l'enseignante présente des situations d'apprentissage riches en contenu mathématique qui incitent les élèves à réfléchir et qui retiennent leur intérêt. Il ou elle doit ensuite laisser les élèves élaborer leurs propres stratégies de résolution de problèmes sans trop les diriger. Enfin, l'enseignant ou l'enseignante doit s'assurer de clarifier les concepts mathématiques lorsque les élèves présentent leurs stratégies et leurs solutions lors de l'échange mathématique. L'échange mathématique est un temps d'objectivation au cours duquel les élèves expliquent et défendent leur raisonnement et analysent le raisonnement des autres. L'apprentissage et la compréhension se forment grâce à cette confrontation d'idées et à un questionnement efficace de la part de l'enseignant ou de l'enseignante. L'échange mathématique permet aux élèves de consolider leurs apprentissages et de développer diverses habiletés telles que l'habileté à résoudre des problèmes, à communiquer, à raisonner, à écouter et à analyser. Toutes les situations d'apprentissage présentées dans ce guide se prêtent à un enseignement par la résolution de problèmes. Pour plus de détails au sujet de l'échange mathématique, voir le chapitre 7, pages 44 et 45 du guide principal (fascicule 3).

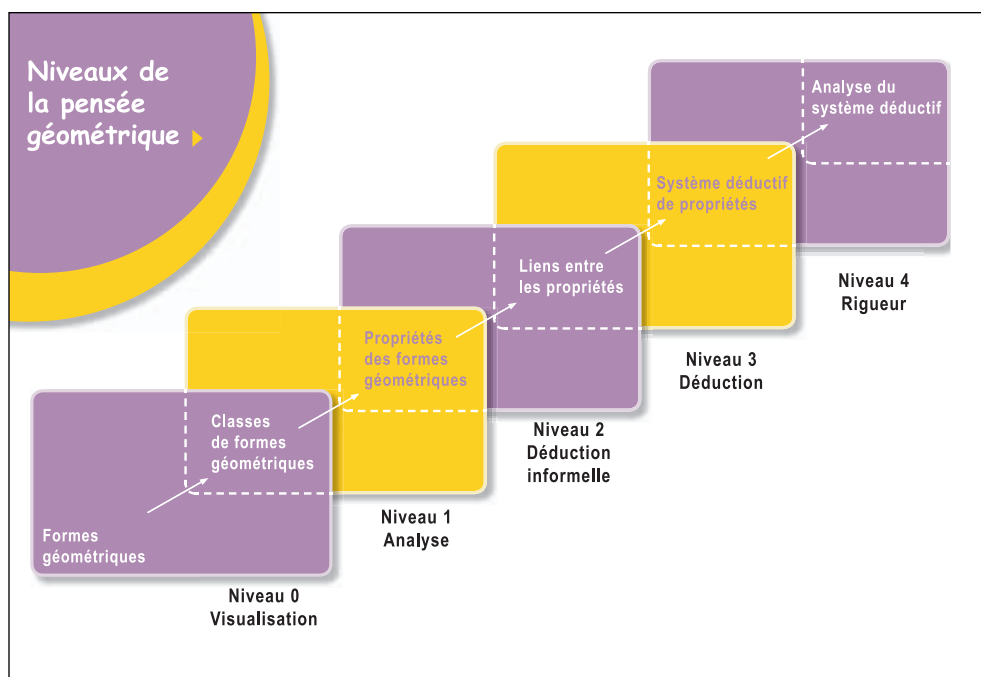
Au cours de l'échange mathématique, les apprenants – de jeunes mathématiciens et mathématiciennes au travail – défendent leur raisonnement. Des idées et des stratégies ressortent de la discussion et contribuent à former le bagage mathématique de tous les élèves de la classe.

(Fosnot et Dolk, 2001, p. 29, traduction libre)

Niveaux de la pensée géométrique⁴

Même si les élèves doivent apprendre le vocabulaire propre à la géométrie, l'apprentissage de cette terminologie ne devrait pas constituer l'aspect principal du programme. L'accent devrait plutôt être mis sur l'exploration et la compréhension des rapports entre les figures et sur le développement de la pensée géométrique.

(Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005, p. 9)



Traduit et adapté de Van de Walle et Folk, 2005, p. 329.

Deux chercheurs néerlandais, Dina van Hiele-Geldof et Pierre van Hiele, ont conçu un modèle à cinq niveaux pour décrire la compréhension des concepts géométriques à différentes étapes du développement de la pensée de l'élève. Une brève description de ces cinq niveaux ainsi que des exemples de comportements observables pour chacun sont présentés dans le tableau suivant.

4. Pour plus de détails au sujet des niveaux de la pensée géométrique, consulter le module *Formes géométriques* sur le site atelier.on.ca.

Description	Comportements observables
<p>Niveau 0 – Visualisation Perception et classement des formes géométriques selon leur apparence</p>	<p>L'élève :</p> <ul style="list-style-type: none"> • utilise du vocabulaire géométrique; • reconnaît, nomme, compare et reproduit des formes géométriques d'après leur apparence générale; • a de la difficulté à se faire une représentation mentale d'une forme géométrique (Les formes sont observées, mais ne sont pas conceptualisées. Chacune est perçue de façon globale, comme une entité.); • classe ou regroupe des formes géométriques qui se ressemblent. <p>Exemple d'énoncé : <i>C'est un carré, on le voit bien... Ses côtés sont tous pareils et il est droit.</i></p>
<p>Niveau 1 – Analyse Début de l'analyse des formes géométriques pour en découvrir les propriétés</p>	<p>L'élève :</p> <ul style="list-style-type: none"> • reconnaît certaines propriétés communes et distinctes des formes géométriques; • nomme les propriétés des formes géométriques, mais ne voit pas les sous-classes à l'intérieur d'une famille de polygones; • généralise les propriétés d'une forme géométrique donnée à l'ensemble des formes géométriques de la même famille; • classe les formes géométriques en fonction de leurs propriétés. <p>Exemple d'énoncé : <i>Cette figure est un carré parce qu'elle a quatre sommets, quatre coins droits, quatre côtés égaux et deux paires de côtés parallèles.</i></p>

Description	Comportements observables
<p>Niveau 2 – Déduction informelle Établissement de liens entre les formes géométriques et entre les propriétés d'une forme géométrique donnée</p>	<p>L'élève :</p> <ul style="list-style-type: none"> • déduit certaines des propriétés d'une forme géométrique; • reconnaît et établit des sous-classes de formes géométriques; • émet et vérifie certaines hypothèses; • comprend et utilise les relations d'inclusion et d'exclusion; • développe des listes de propriétés qui sont nécessaires et suffisantes pour décrire une forme géométrique quelconque; • formule des arguments mathématiques clairs et suffisants en utilisant le vocabulaire de causalité (p. ex., parce que, car, donc) et de conséquence logique (p. ex., si... alors, puisque... donc). <p>Exemple d'énoncé : <i>C'est un carré mais c'est aussi un trapèze, car la propriété qui décrit le trapèze est qu'au moins deux côtés opposés sont parallèles. Je crois donc que le carré est une sorte de trapèze.</i></p>
<p>Niveau 3 – Déduction Étude des définitions, des preuves, des théorèmes, des axiomes et des postulats</p>	<p>L'élève :</p> <ul style="list-style-type: none"> • présente une preuve sans se limiter à la mémorisation; • prouve un énoncé de différentes façons; • comprend les sous-classes de formes géométriques et leurs relations. <p>Exemple d'énoncé : <i>Un parallélogramme qui a deux côtés adjacents congrus doit être un losange.</i></p>
<p>Niveau 4 – Rigueur Étude de la géométrie de façon abstraite</p>	<p>L'élève :</p> <ul style="list-style-type: none"> • utilise des systèmes déductifs abstraits; • travaille avec la géométrie non euclidienne; • fait les liens entre les concepts et développe parfois de nouveaux postulats.

Selon la théorie des van Hiele, les élèves doivent passer par chacun des niveaux (visualisation, analyse, déduction informelle...) pour chaque nouveau concept. Ils peuvent donc être au niveau 1 (analyse) par rapport à un concept et au niveau 0 (visualisation) par rapport à un autre. À titre d'exemple, un ou une élève peut être capable de décrire certaines propriétés du carré (niveau 1), mais n'être capable de reconnaître le parallélogramme que par son apparence (niveau 0). Les élèves peuvent progresser d'un niveau de pensée à un autre dans la mesure où ils sont exposés à des activités qui misent sur la comparaison et la classification des formes géométriques, et sur l'analyse de leurs propriétés.

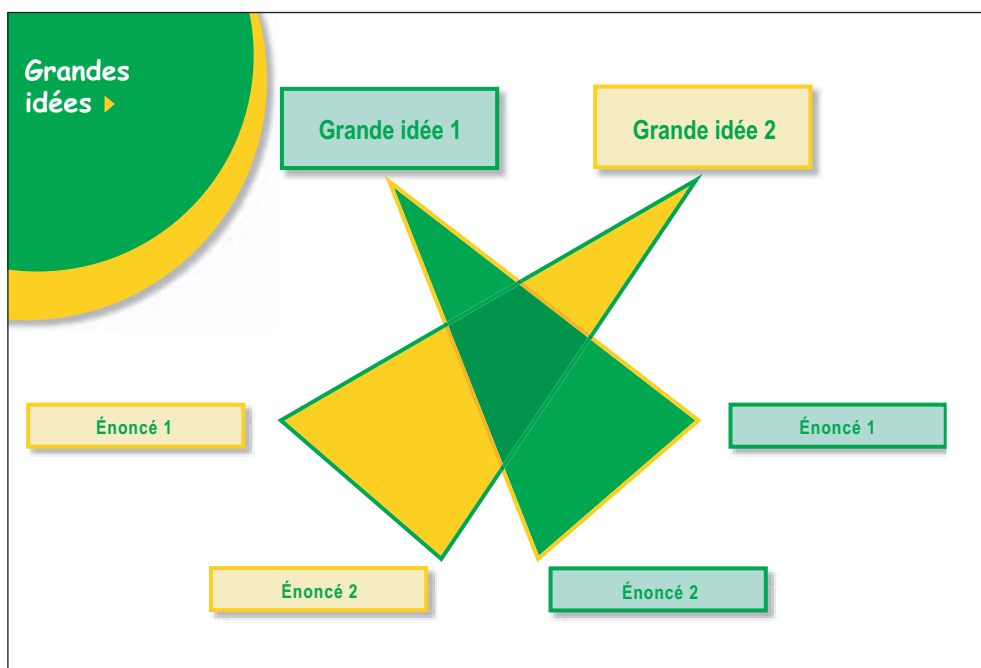
L'enseignant ou l'enseignante qui sait reconnaître à quel niveau de pensée se situent ses élèves par rapport à un concept donné d'après certains comportements observables est davantage en mesure de les aider à comprendre ce concept et à les faire cheminer vers un niveau de pensée plus élevé. De façon générale, la plupart des élèves au cycle primaire se situent principalement aux niveaux de la visualisation et de l'analyse. L'enseignant ou l'enseignante au cycle moyen doit les aider à cheminer vers le niveau de la déduction informelle (niveau 2). Ce cheminement se poursuit en 7^e et 8^e année alors que le cheminement vers le niveau de la déduction (niveau 3) se fait habituellement au palier secondaire.

Note : Il est important de retenir que les cinq niveaux de la pensée géométrique décrits par les van Hiele ne sont aucunement liés aux quatre niveaux de rendement que l'on retrouve dans la grille d'évaluation du rendement du programme-cadre de mathématiques.

Grandes idées⁵

Lorsque les enseignantes et enseignants disposent d'un programme-cadre structuré, axé sur les concepts essentiels en mathématiques et, en outre, fondé sur les grandes idées, ils peuvent déterminer la composition de leçons susceptibles de favoriser l'apprentissage de ces concepts mathématiques importants.

(Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004a, p. 21)



Une grande idée est l'énoncé d'une idée fondamentale pour l'apprentissage des mathématiques, une idée qui lie de nombreuses connaissances mathématiques en un tout cohérent.

(Charles, 2005, p. 10, traduction libre)

Les attentes et les contenus d'apprentissage du programme-cadre de mathématiques font appel à un grand nombre de concepts. Les grandes idées permettent à l'enseignant ou l'enseignante de voir comment ces concepts peuvent être regroupés pour permettre une programmation plus efficace de l'enseignement. En planifiant son enseignement en fonction des grandes idées, ainsi que des concepts et des habiletés qui s'y rattachent, l'enseignant ou l'enseignante est en mesure d'élaborer des situations d'apprentissage cohérentes qui permettent aux élèves :

- d'explorer les concepts en profondeur;
- d'établir des liens entre les différents concepts;
- de reconnaître que les mathématiques forment un tout cohérent et non un éventail de connaissances isolées.

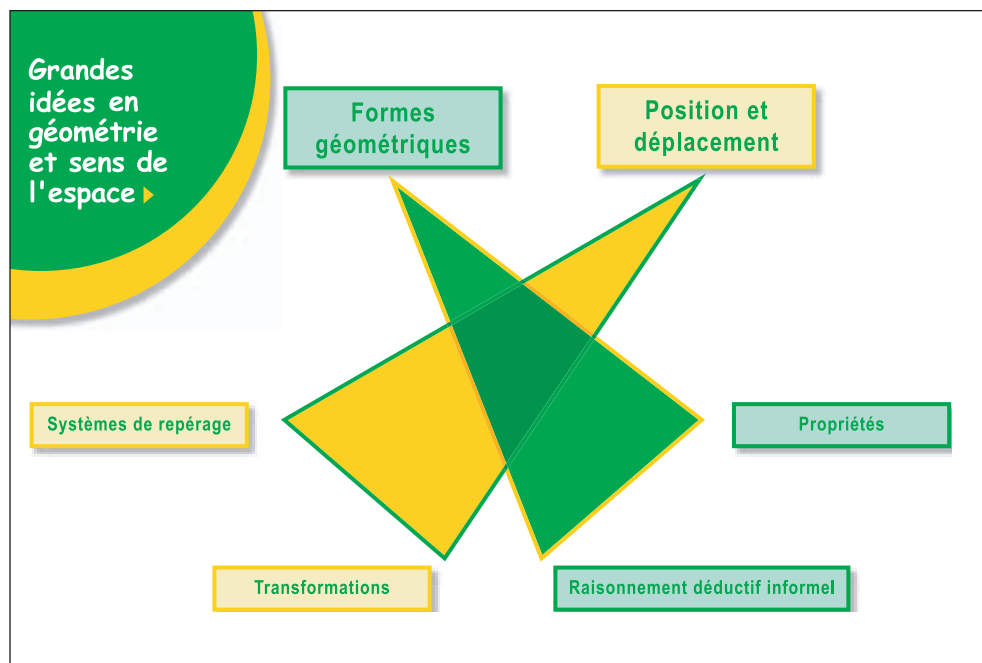
Dans la section qui suit, on retrouve les deux grandes idées en géométrie et sens de l'espace, chacune étant appuyée de deux énoncés qui la sous-tendent.

5. Pour plus de détails au sujet du concept de grandes idées, voir le guide principal, chapitre 2 (fascicule 1).

GRANDES IDÉES EN GÉOMÉTRIE ET SENS DE L'ESPACE

Le fait de relier la connaissance des contenus mathématiques à un nombre restreint de grandes idées permet de développer une compréhension solide des mathématiques.

(Charles, 2005, p. 10, traduction libre)



Aperçu

Les deux grandes idées qui constituent la base des attentes du domaine Géométrie et sens de l'espace de la 4^e à la 6^e année sont :

Grande idée 1 : Formes géométriques (fascicule 1)

La connaissance des formes géométriques et de leurs propriétés permet de mathématiser le monde qui nous entoure.

Énoncé 1 : Propriétés

L'exploration et la construction de diverses représentations d'angles, de figures planes et de solides favorisent le développement de la compréhension de leurs propriétés.

Énoncé 2 : Raisonnement déductif informel

L'analyse des propriétés des figures planes et des solides permet de développer les habiletés de la pensée liées au raisonnement déductif informel.

Grande idée 2 : Position et déplacement (fascicule 2)

Les concepts de position et de déplacement en géométrie permettent de développer le sens de l'espace bidimensionnel et tridimensionnel.

Énoncé 1 : Systèmes de repérage

Les systèmes de repérage avec coordonnées servent à préciser la position d'un objet dans l'espace.

Énoncé 2 : Transformations

Le déplacement de formes géométriques peut être décrit à l'aide de diverses transformations.

Les deux grandes idées se recoupent et se complètent. Par exemple, le fait de bien comprendre les propriétés des formes géométriques permet de les déplacer et de préciser leur position dans l'espace avec plus de facilité. L'enseignant ou l'enseignante doit aider les élèves à faire des liens entre ces deux grandes idées et entre les concepts qui s'y rattachent, ainsi qu'avec les expériences de la vie quotidienne.

Dans la section qui suit, on retrouve pour la première grande idée en géométrie et sens de l'espace de la 4^e à la 6^e année :

- une description détaillée des énoncés qui la sous-tendent;
- des exemples d'activités qui permettent aux élèves d'établir des liens entre des concepts liés aux formes géométriques et des expériences de la vie quotidienne, des concepts dans les autres domaines de mathématiques et des concepts dans les autres matières;
- des exemples de professions qui nécessitent une bonne connaissance des formes géométriques et de leurs propriétés;
- le cheminement de l'élève en ce qui a trait au vocabulaire et aux habiletés relatifs aux formes géométriques.

GRANDE IDÉE 1 - FORMES GÉOMÉTRIQUES

À mesure que les élèves développent leurs connaissances des formes géométriques, ils devraient apprendre à formuler des hypothèses au sujet des propriétés des formes géométriques et des relations entre elles. Ils peuvent développer et vérifier leurs idées à l'aide de dessins, de matériel concret et de logiciels de géométrie, et formuler un argument mathématique clair pour justifier pourquoi une relation géométrique est vraie.

(National Council of Teachers of Mathematics, 2003, p. 165-166, traduction libre)

Aperçu et énoncés de la grande idée

Les formes géométriques font partie de notre environnement, tant dans la nature (p. ex., fleurs, cristaux, coquillages) que dans l'univers matériel créé par l'être humain (p. ex., architecture, art). Grâce à l'étude des propriétés des figures planes et des solides, les élèves apprennent à reconnaître et à apprécier ces formes dans leur milieu. Au fur et à mesure qu'ils étudient leur environnement selon une perspective mathématique, c'est-à-dire qu'ils le mathématisent, ils en développent une meilleure compréhension.

La grande idée de formes géométriques est liée à la compréhension et à l'analyse des propriétés des figures planes et des solides. Les élèves développent cette compréhension dans le cadre d'activités qui misent sur l'exploration, la manipulation, la représentation, la construction, la visualisation et la résolution de problèmes. En utilisant ces propriétés pour définir, comparer et classer les figures planes et les solides, ils développent des habiletés de la pensée propres au raisonnement déductif informel, ce qui leur permet de progresser au niveau 2 (déduction informelle) du modèle de développement de la pensée géométrique proposé par Dina van Hiele-Geldof et Pierre van Hiele (voir Niveaux de la pensée géométrique, p. 12).

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

HORN, Ann. 2004. Photo reproduite avec permission.

Au cycle primaire, les élèves développent l'habileté à reconnaître diverses figures planes et solides selon certains de leurs attributs observables et selon certaines de leurs propriétés. Ils apprennent :

- à identifier, à classer, à classifier et à représenter diverses figures planes et divers solides;
- à déterminer l'axe ou les axes de symétrie d'une figure plane;
- à utiliser le vocabulaire relatif aux figures planes et aux solides (p. ex., carré, triangle; prisme, pyramide; sommet, axe de symétrie).

L'étude des formes géométriques au cycle primaire passe de la reconnaissance de ces formes en fonction d'attributs (p. ex., couleur, taille, forme) à l'identification de certaines de leurs propriétés (p. ex., nombre de côtés, congruence, symétrie). Selon le modèle de développement de la pensée géométrique des van Hiele, cette étude devrait permettre aux élèves de cheminer du niveau 0 (visualisation) au niveau 1 (analyse).

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

Au cycle moyen, les élèves poursuivent l'étude des propriétés des figures planes et des solides de façon à établir des liens entre ces propriétés. Ce faisant, ils développent l'habileté à utiliser un argument logique pour justifier ces liens. Ils apprennent :

- à identifier divers angles, à estimer et à mesurer leur grandeur et à les construire;
- à utiliser les relations d'inclusion et d'exclusion pour classifier les principaux quadrilatères;
- à reconnaître et à tracer la représentation en deux dimensions de divers solides (p. ex., développement);
- à utiliser le vocabulaire relatif aux angles, aux figures planes et aux solides à l'étude (p. ex., angle aigu, angle obtus; triangle isocèle, deltoïde; cylindre, cône).

Selon le modèle de développement de la pensée géométrique des van Hiele, l'étude des propriétés des formes géométriques devrait permettre aux élèves de cheminer des niveaux 0 (visualisation) et 1 (analyse) au niveau 2 (déduction informelle).

Grande idée 1 : Formes géométriques

La connaissance des formes géométriques et de leurs propriétés permet de mathématiser le monde qui nous entoure.

- L'exploration et la construction de diverses représentations d'angles, de figures planes et de solides favorisent le développement de la compréhension de leurs propriétés.
- L'analyse des propriétés des figures planes et des solides permet de développer les habiletés de la pensée liées au raisonnement déductif informel.

ÉNONCÉ 1

L'exploration et la construction de diverses représentations d'angles, de figures planes et de solides favorisent le développement de la compréhension de leurs propriétés.

Au fur et à mesure qu'ils classent, manipulent, dessinent, modélisent, tracent, mesurent et construisent, les élèves développent leur habileté à visualiser les relations entre les formes géométriques.

(National Council of Teachers of Mathematics, 2003, p. 165, traduction libre)

Au cycle primaire, les élèves apprennent par l'exploration à reconnaître certains attributs ou certaines propriétés remarquables des figures planes et des solides à l'étude, ce qui leur permet de les identifier et de les nommer (p. ex., « Cette figure plane est un triangle parce qu'elle a trois côtés. »). En effectuant des activités de classement, ils développent leur habileté à formuler un argument fondé sur la généralisation (p. ex., « Toutes ces figures planes peuvent être regroupées parce qu'elles ont toutes quatre côtés. »).

Au cycle moyen, les élèves développent une compréhension du concept d'angle et découvrent d'autres propriétés des figures planes et des solides (p. ex., angles congrus, côtés ou faces parallèles). Grâce à des activités qui exigent de manipuler, de dessiner, de mesurer et de construire, ils apprennent à regrouper les formes géométriques en sous-classes (p. ex., « Tous ces triangles sont des triangles isocèles et ceux-là sont des triangles scalènes. »), à reconnaître un solide à partir de son développement et à tracer le développement d'un solide.

Angles

Au cycle moyen, les élèves commencent à explorer le concept d'angle, plus particulièrement dans le contexte d'un angle formé par deux segments sécants. Puisque c'est un concept très abstrait, il est préférable de l'aborder de façon intuitive et d'éviter d'en

donner une définition formelle ou explicite. Un défi que pose l'enseignement du concept d'angle provient du fait qu'un angle est un objet mathématique, une construction de l'esprit qui ne correspond pas à un objet concret. Un angle n'est pas une figure géométrique comme le sont par exemple le triangle, le quadrilatère ou le pentagone. Au cycle moyen, il suffit de décrire l'angle entre deux segments de droite sécants en tant qu'inclinaison d'un des deux segments par rapport à l'autre à leur point d'intersection. Au cours des années ultérieures, ils étudieront les angles dans d'autres contextes (p. ex., angle entre une droite et un plan, ou angle entre deux plans).

Congrus :

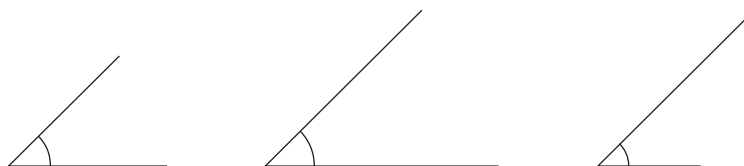
Se dit de deux angles ou de deux segments de droite dont les mesures sont égales.

Congruentes :

Se dit de deux figures planes dont les mesures de tous les éléments correspondants (côtés et angles) sont égales.

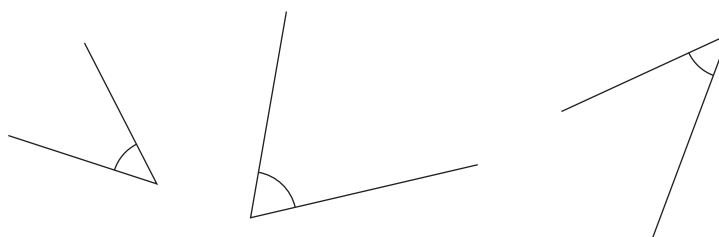
On représente habituellement un angle en traçant deux segments de droite à partir d'un point quelconque. L'écart entre ces segments correspond à la mesure de l'angle. Lorsque les élèves regardent la représentation d'un angle, ils doivent porter leur attention sur la grandeur de l'écart et non sur la longueur des segments de droite qui le forment. Par exemple, toutes les représentations ci-dessous (Figure 1) illustrent le même angle. Pour vérifier si les angles sont congrus, les élèves peuvent les superposer afin de déterminer si l'écart entre les segments de droite à leur point d'intersection est le même, et ce, peu importe la longueur de leurs côtés respectifs.

Figure 1



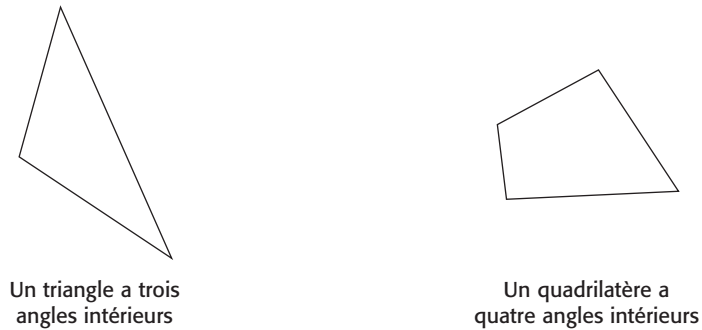
Les élèves auront tendance à développer une représentation mentale unique d'un angle si l'enseignant ou l'enseignante utilise toujours une représentation « traditionnelle », c'est-à-dire celle où l'un des segments de droite est placé horizontalement vers la droite comme dans les exemples précédents. Il importe donc de varier ces représentations lors des activités afin que les élèves soient en mesure de visualiser des angles selon diverses orientations (Figure 2).

Figure 2



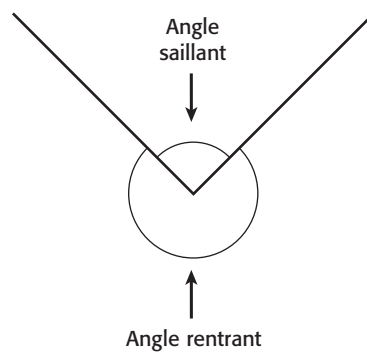
Les élèves doivent aussi être en mesure de reconnaître les angles formés à l'intérieur d'une figure plane à chacun de ses sommets (Figure 3).

Figure 3



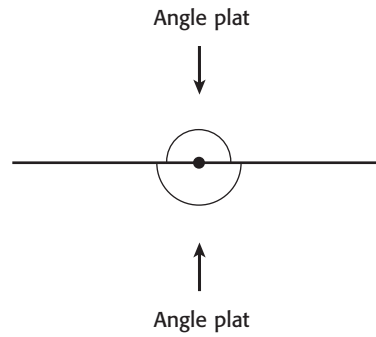
Un autre défi que pose l'acquisition du concept d'angle relève du fait que lorsque deux segments de droite sont tracés à partir d'un point commun, ils forment en réalité deux angles différents (Figure 4), soit l'angle saillant (angle dont la mesure se situe entre 0° et 180°) et l'angle rentrant (angle dont la mesure se situe entre 180° et 360°). Au cycle moyen, il est principalement question de l'angle saillant.

Figure 4



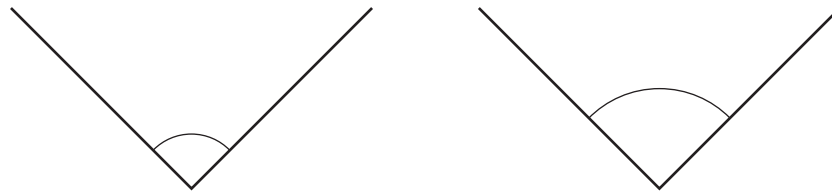
Il existe un cas d'exception où les deux segments de droite ne forment pas deux angles différents (Figure 5). C'est le cas lorsque les deux segments de droite sont alignés puisqu'ils forment alors deux angles égaux de 180° (angles plats).

Figure 5



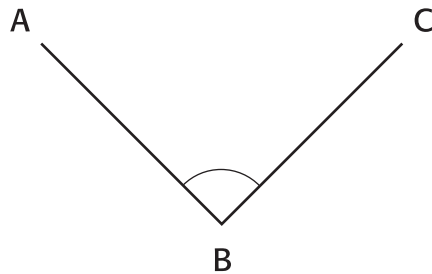
Par convention, on trace un arc entre les deux segments de droite pour indiquer de quel angle il est question. Il importe que les élèves n'associent pas la grandeur de l'arc à la mesure de l'angle. Par exemple, les deux angles représentés ci-dessous (Figure 6) sont congrus même si les arcs peuvent donner l'impression qu'un angle est plus grand que l'autre.

Figure 6



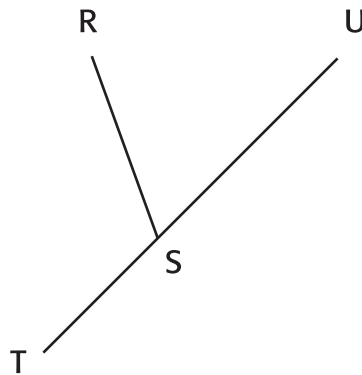
Le symbole \angle est utilisé pour remplacer le mot *angle*. Pour nommer un angle, on utilise habituellement des lettres majuscules. Ainsi, l'angle représenté ci-dessous (Figure 7) peut être nommé en utilisant l'une ou l'autre des notations suivantes : $\angle ABC$, $\angle CBA$ ou encore tout simplement $\angle B$.

Figure 7



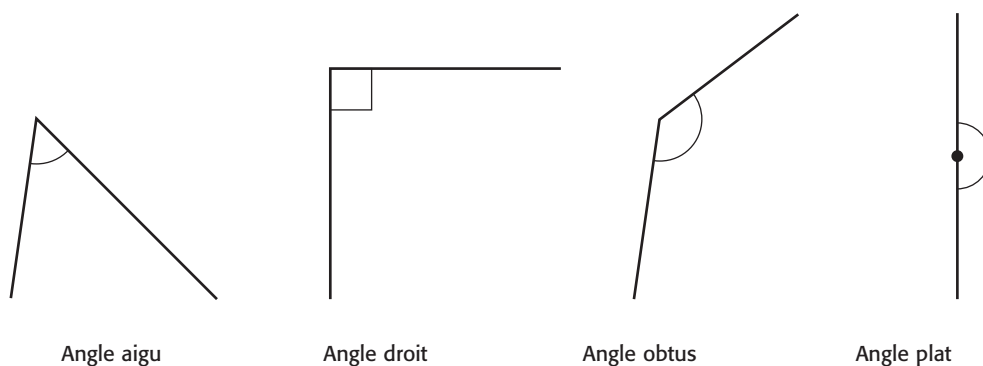
On utilise une seule lettre pour nommer un angle uniquement dans les situations où il n'y a aucune confusion possible. Autrement, on utilise trois lettres, la lettre au centre correspondant au sommet de l'angle. Par exemple, les deux angles saillants dans la figure 8 sont : $\angle RST$ (ou $\angle TSR$) et $\angle RSU$ (ou $\angle USR$). On évitera d'écrire $\angle S$ puisqu'il serait impossible de déterminer s'il s'agit de $\angle RST$ ou de $\angle RSU$.

Figure 8



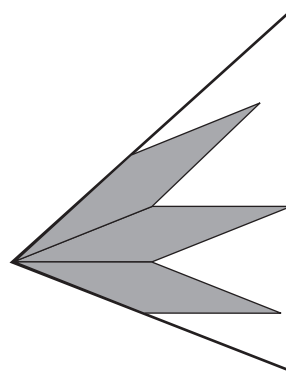
Au cycle primaire, les élèves acquièrent une compréhension intuitive de l'angle droit au fur et à mesure qu'ils explorent les propriétés des carrés et des rectangles. En 5^e année, les élèves utilisent l'angle droit comme angle repère pour classifier d'autres angles (Figure 9) : angles plus petits que l'angle droit (angles aigus), angles correspondant à deux angles droits (angles plats) et angles plus grands que l'angle droit et plus petits que l'angle plat (angles obtus).

Figure 9



Ils acquièrent une plus grande compréhension de la mesure d'un angle en utilisant des unités de mesure non conventionnelles (p. ex., sommet d'un losange) pour mesurer divers angles (Figure 10).

Figure 10



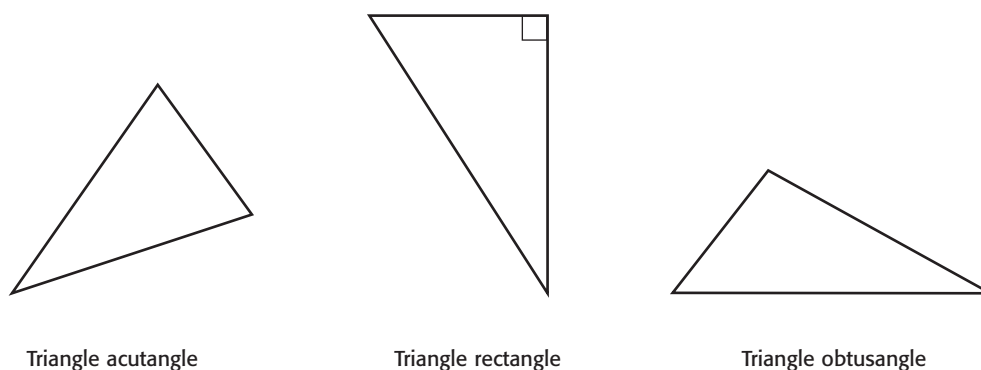
Ils apprennent aussi à estimer la mesure d'angles en degrés et à déterminer cette mesure avec un rapporteur. Au début, bien des élèves ont de la difficulté à placer correctement le rapporteur sur l'angle qu'ils veulent mesurer et à utiliser la bonne graduation pour lire la mesure (consulter le module *Angles* sur le site atelier.on.ca pour une description de l'utilisation du rapporteur). Il est essentiel de donner aux élèves une variété d'activités qui nécessitent l'utilisation du rapporteur afin de leur permettre de développer cette habileté (p. ex., construire des angles et des triangles de mesures données).

Un angle de 1 degré (1°) correspond à la 90^{e} partie d'un quart de cercle ou à la 360^{e} partie d'un cercle complet.

atelier.on.ca

En 5^e année, les élèves utilisent leurs connaissances des sortes d'angles pour classer des triangles en fonction de la mesure de leurs angles (Figure 11) : triangles ayant trois angles aigus (triangles acutangles), triangles ayant un angle droit (triangles rectangles) et triangles ayant un angle obtus (triangles obtusangles).

Figure 11



En 6^e année, les élèves découvrent que la somme de la mesure des angles dans n'importe quel triangle est égale à 180° (consulter le module *Angles* sur le site atelier.on.ca pour une animation qui illustre cette propriété) et utilisent cette propriété pour déterminer la mesure d'un angle manquant dans un triangle. Ils construisent aussi divers polygones de mesures données (p. ex., angles et côtés).

atelier.on.ca

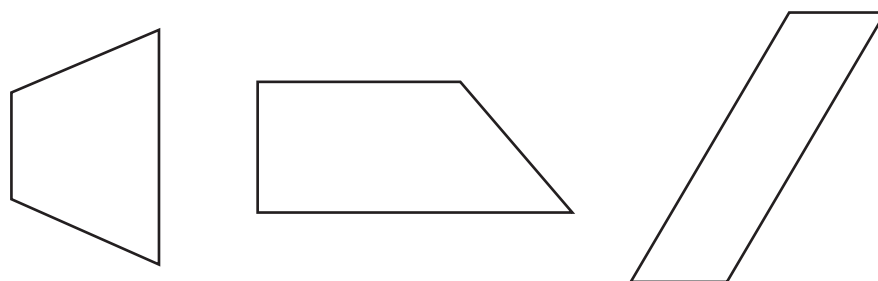
Figures planes et solides

Au cycle moyen, les élèves poursuivent l'étude des propriétés des figures planes et des solides dans le cadre d'activités de construction (p. ex., construction avec un géoplan, des pailles, de la pâte à modeler, du carton, des cubes emboîtables) et de représentation sur papier (p. ex., représentation sur du papier quadrillé, du papier à points). Ces activités aident les élèves à se construire une représentation mentale des figures planes et des solides fondée sur des propriétés précises et favorisent le développement d'habiletés liées à la visualisation.

Visualisation : Habileté à se former et à décrire une représentation mentale de lieux, d'objets à deux et à trois dimensions, et de déplacements dans un espace bidimensionnel ou tridimensionnel.

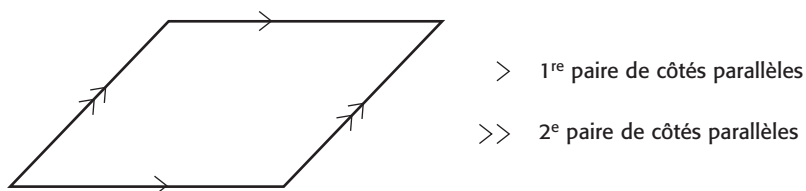
Les élèves ont appris au cycle primaire à classer les polygones en fonction du nombre de côtés (p. ex., triangles, quadrilatères, pentagones, hexagones). Au cycle moyen, ils apprennent à classer les triangles et les quadrilatères en fonction d'autres propriétés (p. ex., nombre de côtés congrus, d'angles congrus, de côtés parallèles, d'axes de symétrie). Les activités de manipulation avec du matériel concret et de construction avec le géoplan sont particulièrement utiles à cet effet. Comme pour les angles, il est nécessaire que l'enseignant ou l'enseignante représente ces figures planes de diverses façons afin que les élèves n'en développent pas une représentation mentale unique. Par exemple, ils doivent reconnaître que chacune des figures planes ci-dessous (Figure 12) représente un trapèze.

Figure 12



Les élèves doivent aussi être en mesure de tracer diverses représentations de chacune des figures planes à l'étude et d'utiliser les notations symboliques conventionnelles pour mettre en évidence certaines propriétés (Figure 13).

Figure 13

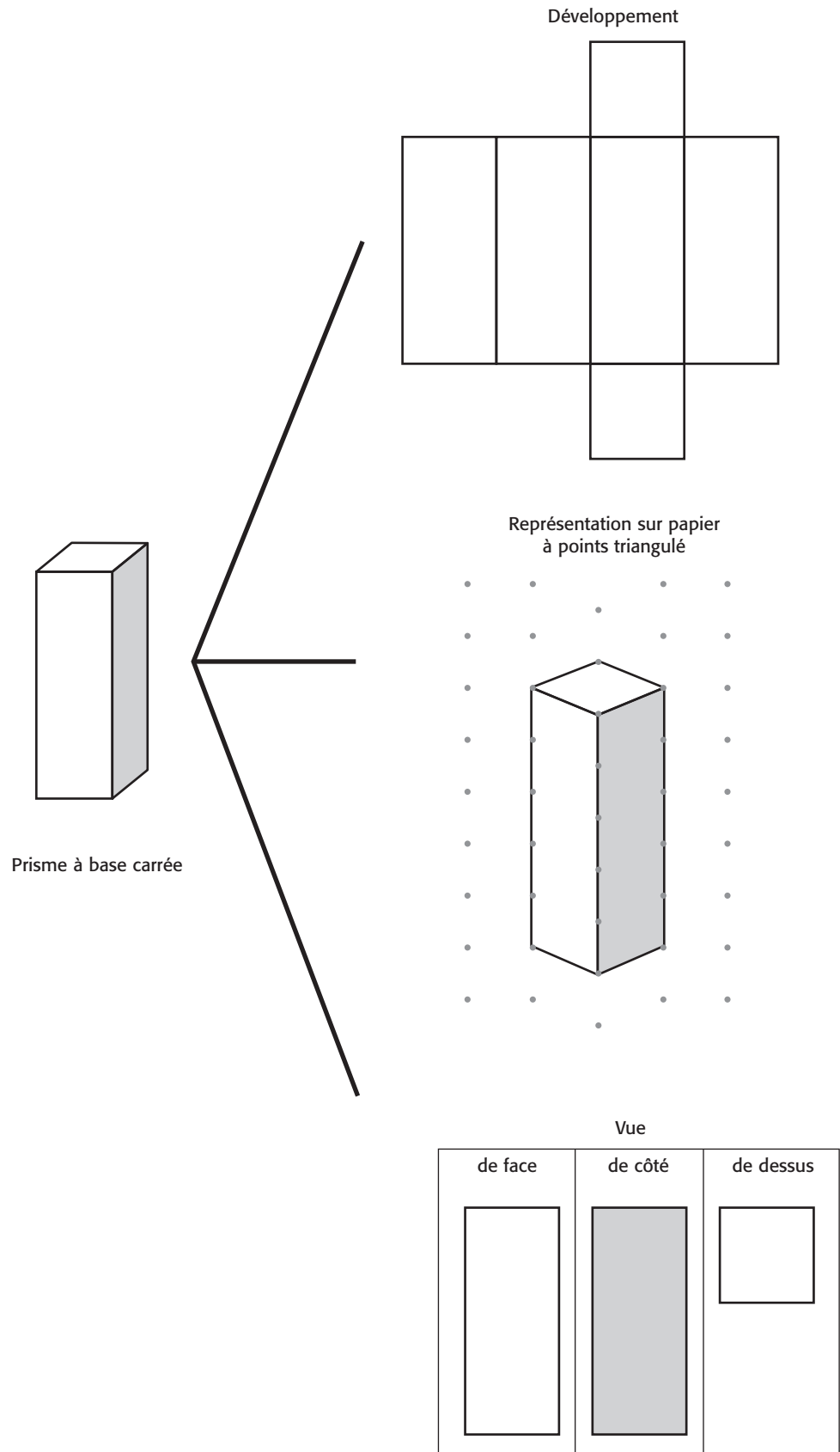


Afin de se construire une bonne représentation mentale des solides, les élèves doivent être en mesure de les visualiser aussi bien dans l'espace bidimensionnel des figures planes que dans l'espace tridimensionnel des solides (Figure 14). Pour les aider à développer l'habileté à passer d'un espace à l'autre et à consolider leurs connaissances des propriétés des solides, l'enseignant ou l'enseignante peut avoir recours à diverses activités de construction (p. ex., construire un modèle à l'aide de cubes, construire la coquille d'un solide à partir d'un développement donné) et à diverses activités de représentation (p. ex., tracer le développement d'un solide, associer un solide à son développement ou à ses vues de face, de côté et de dessus).

En traçant la représentation bidimensionnelle d'une forme tridimensionnelle et en construisant une forme tridimensionnelle à partir de sa représentation bidimensionnelle, les élèves apprennent à reconnaître les principales caractéristiques.

(National Council of Teachers of Mathematics, 2003, p. 168-169, traduction libre)

Figure 14



ÉNONCÉ 2

L'analyse des propriétés des figures planes et des solides permet de développer les habiletés de la pensée liées au raisonnement déductif informel.

Les élèves peuvent formuler des hypothèses au sujet des propriétés géométriques et des liens entre elles à mesure que leur compréhension des formes géométriques évolue. En utilisant des dessins, du matériel de manipulation et des logiciels pour développer et vérifier cette compréhension, ils acquièrent aussi l'habileté à articuler des arguments mathématiques clairs pour expliquer pourquoi une relation géométrique est vraie.

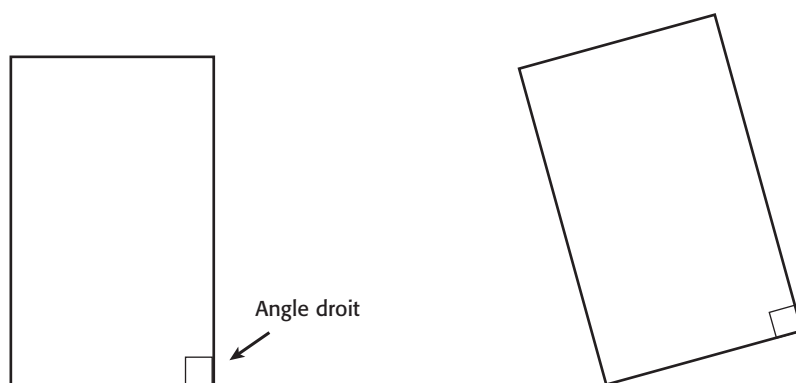
(National Council of Teachers of Mathematics, 2003, p. 165-166, traduction libre)

Selon le modèle du développement de la pensée géométrique des van Hiele (voir Niveaux de la pensée géométrique, p. 12), l'objet de la pensée des élèves aux cycles primaire et moyen en géométrie passe de la reconnaissance des formes géométriques (Niveau 0 – Visualisation) à la description de leurs propriétés (Niveau 1 – Analyse) et ensuite à leur hiérarchisation (Niveau 2 – Déduction informelle). Il est important de préciser que la pensée des élèves ne se situe pas toujours à un seul niveau; elle va et vient d'un niveau à l'autre en fonction des concepts qui sous-tendent les activités d'apprentissage proposées. L'enseignant ou l'enseignante devrait donc chercher divers indices dans le travail et le discours de ses élèves qui indiquent à quel niveau de la pensée géométrique ils se situent et leur proposer des activités qui leur permettront de cheminer à un niveau plus élevé. Ces indices se manifestent principalement dans des situations d'apprentissage qui mettent en évidence leur capacité d'abstraction, la nature de leur raisonnement mathématique et leur habileté à formuler un argument mathématique.

Capacité d'abstraction

Au cycle primaire, la pensée géométrique des élèves se situe généralement aux niveaux 0 et 1. Au début, les élèves apprennent à reconnaître les formes géométriques, à les nommer et à identifier certains de leurs attributs physiques (p. ex., la sphère est ronde et elle roule). Plusieurs se construisent alors une représentation mentale des formes géométriques en les associant à des objets connus (p. ex., un rectangle ressemble à une porte, une sphère ressemble à un ballon). Dans certains cas, cette représentation est tellement ancrée qu'elle les empêche de concevoir une orientation de la forme autre que celle qui correspond à la représentation qu'ils en ont (Figure 15).

Figure 15



Les élèves associent un rectangle à un objet connu (p. ex., une porte)

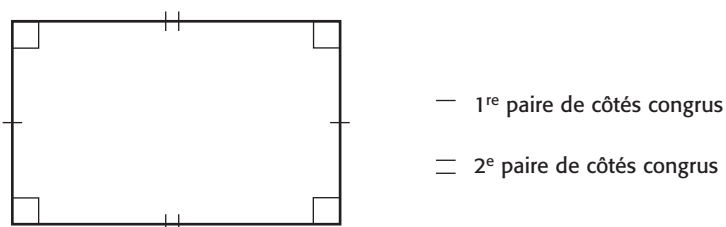
Cette figure ne correspond pas à l'image que se font certains jeunes élèves d'un rectangle.

Propriétés nécessaires :

Les propriétés nécessaires d'une forme géométrique constituent l'ensemble des propriétés que possède cette forme.

Par la suite, les élèves délaissent progressivement les références aux attributs physiques et aux objets connus au fur et à mesure qu'ils apprennent à décrire les formes géométriques en fonction d'une liste de propriétés nécessaires (p. ex., un rectangle [Figure 16] est une figure plane qui a quatre côtés, quatre angles droits et des côtés opposés qui sont congrus et parallèles).

Figure 16



Au cycle moyen, la pensée géométrique des élèves progresse vers le niveau 2 au fur et à mesure que leur capacité d'abstraction se développe. Cette capacité est liée à la faculté de concentrer son attention sur certaines propriétés de façon isolée. Elle leur permet entre autres de choisir, parmi la liste de propriétés nécessaires d'une forme géométrique, celles qui suffisent à la définir (propriétés suffisantes). L'enseignant ou l'enseignante peut aider les élèves à développer cette faculté en leur proposant diverses situations d'apprentissage :

Propriétés suffisantes :

Les propriétés suffisantes d'une forme géométrique constituent une liste minimale de propriétés qui suffisent à définir la forme. Cette liste forme donc un sous-ensemble de l'ensemble des propriétés nécessaires.

- **Situations d'apprentissage qui font appel à une ou deux propriétés en particulier**

Par exemple, l'enseignant ou l'enseignante peut demander aux élèves de construire sur un géoplan ou tracer sur du papier à points, un quadrilatère qui a quatre côtés congrus et au moins un angle droit. En comparant leurs résultats, les élèves constateront que toutes les figures obtenues sont des carrés et pourront conclure que pour définir un carré, il suffit de dire que c'est un quadrilatère qui a quatre côtés congrus et au moins un angle droit.

- **Situations d'apprentissage impossibles à réaliser**

Par exemple, l'enseignant ou l'enseignante peut demander aux élèves de construire sur un géoplan ou tracer sur du papier à points, un triangle qui a trois côtés congrus et un angle obtus. Ils constateront que c'est impossible et pourront conclure qu'un triangle équilatéral ne peut être obtusangle.

- **Situations d'apprentissage qui exigent la considération simultanée de plus d'une forme géométrique**

Par exemple, l'enseignant ou l'enseignante peut demander aux élèves de construire sur un géoplan ou tracer sur du papier à points, un quadrilatère qui est à la fois un losange et un rectangle. En tenant compte des propriétés de chacune des deux figures planes, les élèves constateront que la figure est nécessairement un carré et pourront conclure qu'il est possible de définir un carré comme étant un losange qui a quatre angles droits ou un rectangle qui a quatre côtés congrus. Ce type de situation permet aux élèves de classer les formes géométriques de façon hiérarchique (Figures 17 et 18) afin de faire ressortir les relations d'inclusion (p. ex., tous les rectangles font partie de la famille des parallélogrammes, mais tous les parallélogrammes ne font pas partie de la famille des rectangles) et d'exclusion (p. ex., un triangle acutangle ne peut pas être obtusangle et vice versa).

Figure 17 : Relation d'inclusion

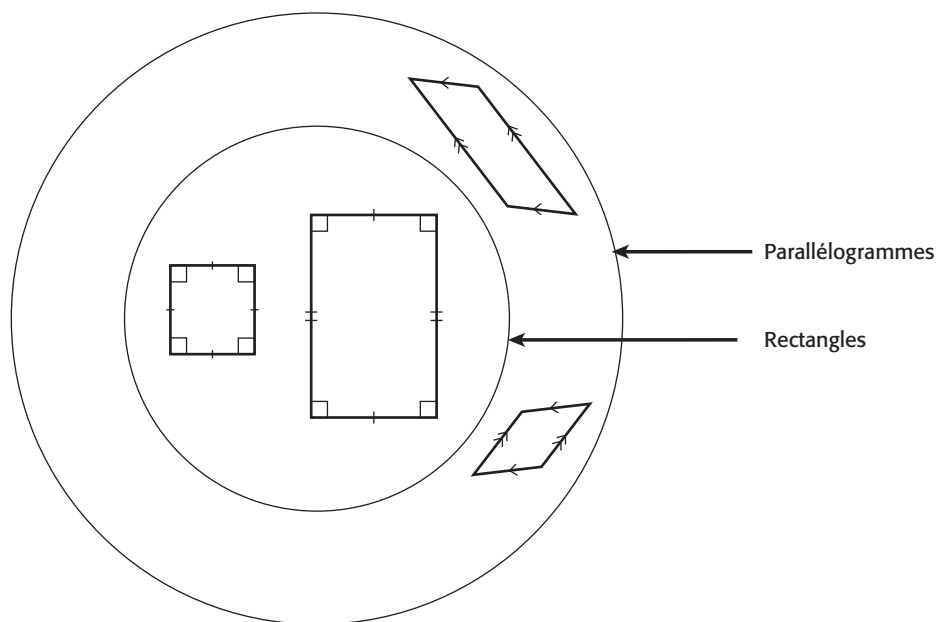
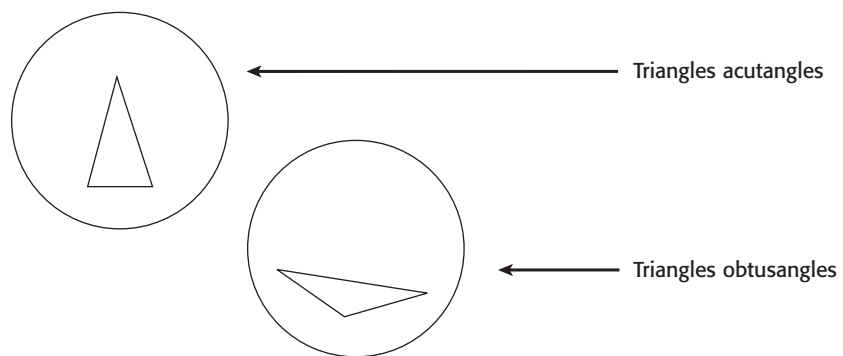


Figure 18 : Relation d'exclusion



L'habileté à comparer des formes géométriques et à les classer de façon hiérarchique devrait se développer tout le long du cycle moyen en misant d'abord sur deux formes, puis trois, puis quatre, etc. À ce stade du développement de la pensée géométrique, soit au niveau 2, les élèves sont en mesure de se construire une représentation mentale de plusieurs formes géométriques liées entre elles (Figures 19 et 20).

Figure 19 : Classification de certains triangles

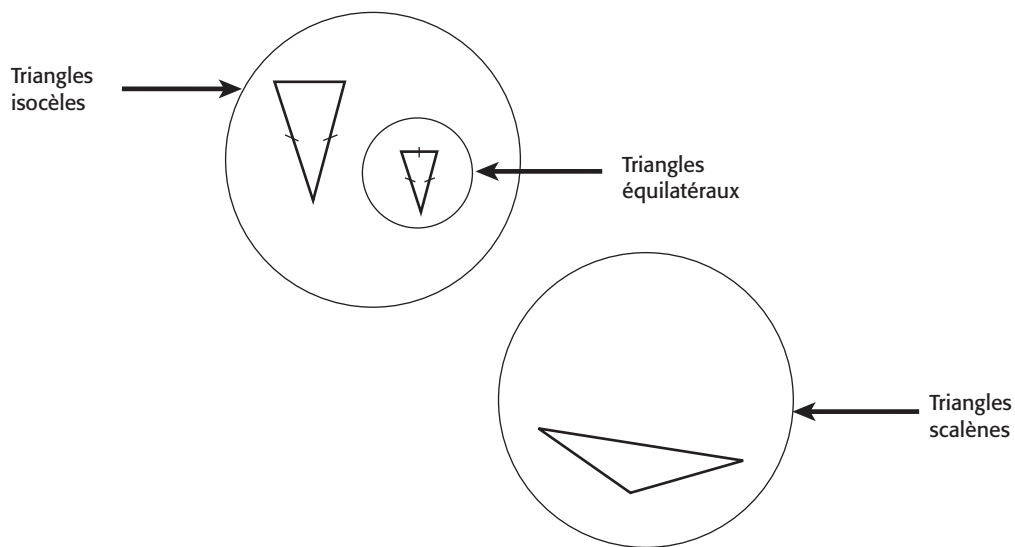
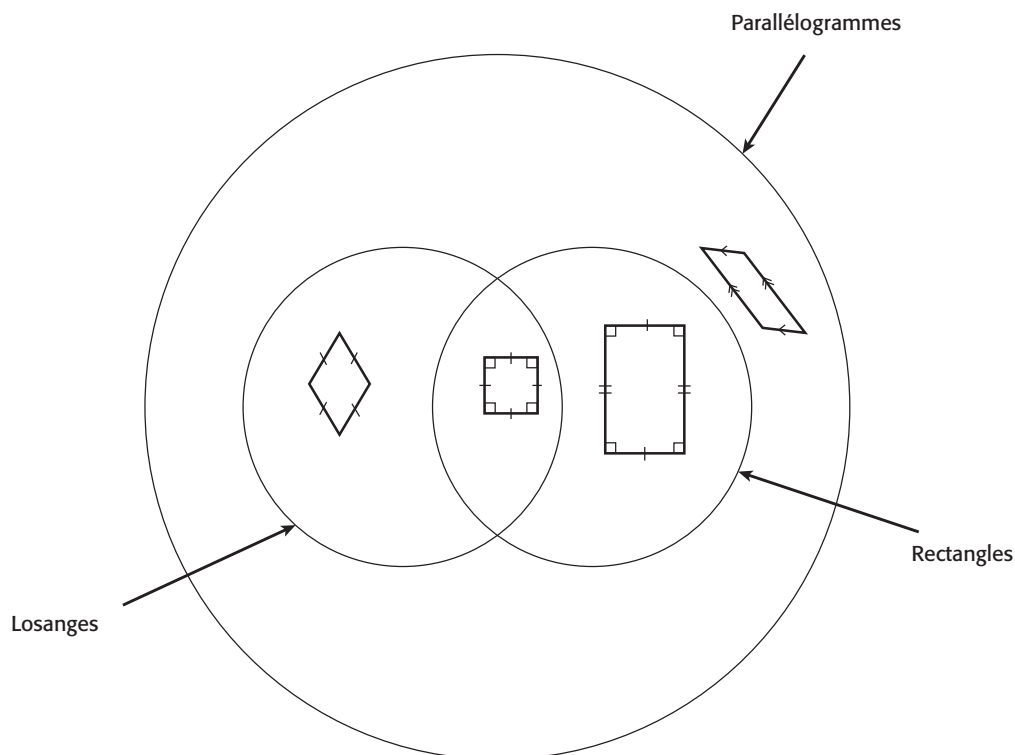


Figure 20 : Classification de certains quadrilatères

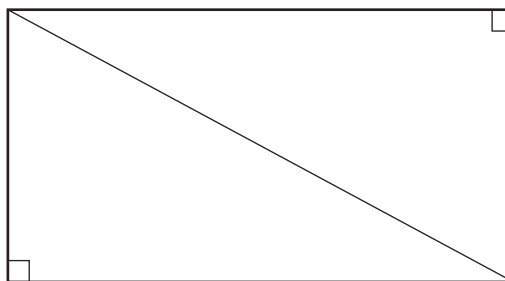


Raisonnement mathématique

La nature du raisonnement mathématique des élèves est étroitement liée à leur capacité d'abstraction. Aux niveaux 0 et 1, les élèves utilisent surtout un raisonnement mathématique de type inductif, c'est-à-dire un raisonnement qui va du particulier au général. Ainsi, lorsqu'ils manipulent un nombre limité de formes géométriques semblables et qu'ils en observent les attributs ou les propriétés, ils attribuent ces caractéristiques à l'ensemble des formes géométriques qui font partie de la même famille. Par exemple, après avoir manipulé un petit nombre d'objets de forme pyramidale, ils peuvent conclure que toutes les pyramides ont une extrémité pointue.

Au cycle moyen, les élèves passent progressivement d'un raisonnement inductif à un raisonnement déductif informel, c'est-à-dire un raisonnement qui va du général au particulier. Ce type de raisonnement leur permet de tirer certaines conclusions au sujet d'une forme géométrique quelconque à partir de propriétés connues. Par exemple, après avoir reconnu que lorsqu'on trace une des deux diagonales d'un rectangle on obtient deux triangles congruents, ils peuvent déduire que l'aire de chacun de ces triangles est égale à la moitié de l'aire du rectangle (Figure 21).

Figure 21



La diagonale d'un rectangle forme deux triangles congruents.

Argument mathématique

La capacité des élèves à présenter un argument mathématique reflète aussi leur niveau de pensée. Selon Radford et Demers (2004), les élèves au cycle primaire commencent à être capables de présenter un argument mathématique en utilisant des termes de causalité tels que *alors*, *car* ou *parce que*. Par contre, comme ils n'ont pas toujours bien compris la notion de causalité, ils utilisent parfois ces termes incorrectement lorsqu'ils tentent de justifier une conclusion ou la solution à un problème (p. ex., « C'est un carré parce que ça ressemble à un carré. »). L'enseignant ou l'enseignante peut aider les élèves à développer l'habileté à utiliser les termes de causalité en leur donnant l'occasion de réagir de façon critique aux arguments présentés par d'autres élèves (p. ex., « Marie dit que c'est un carré parce que ça ressemble à un carré. Selon vous, est-ce que c'est un argument clair et convaincant? »).

Au cycle moyen, les élèves peuvent davantage présenter un argument mathématique en utilisant correctement les termes de causalité (p. ex., « La figure est un carré parce qu'elle a quatre côtés congrus et quatre angles droits. »). Ils commencent aussi à employer les termes de conséquence logique tels que *si ... alors* ou *puisque ... donc* (p. ex., « *Puisque* tout quadrilatère qui a quatre angles droits est un rectangle et que tous les carrés ont quatre angles droits, *donc* tous les carrés sont des rectangles. »). Même s'ils ne sont pas encore en mesure de présenter une preuve formelle et rigoureuse, ils peuvent apprécier la logique d'un bon argument mathématique.

Dans la section qui suit, on retrouve des exemples d'activités qui permettent aux élèves d'établir des liens entre l'apprentissage de la géométrie et leur vécu.

Argument mathématique :
Présentation orale ou écrite d'un raisonnement dans le but de démontrer ou de réfuter une idée mathématique.

Établir des liens

Les élèves doivent se rendre compte que « ... les mathématiques sont beaucoup plus qu'un ensemble de notions théoriques et pratiques isolées. Les enseignantes et enseignants encouragent les élèves à découvrir de quelles façons les mathématiques sont reliées à leurs expériences quotidiennes afin de leur permettre d'en comprendre l'utilité et la pertinence, à l'école et ailleurs. »

(Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005, p. 19)

Afin de faciliter l'apprentissage des concepts liés à la grande idée de formes géométriques, l'enseignant ou l'enseignante doit fournir aux élèves des occasions d'établir des liens entre ces concepts et :

- des expériences de la vie quotidienne;
- des concepts dans les autres domaines de mathématiques;
- des concepts dans les autres matières;
- des professions.

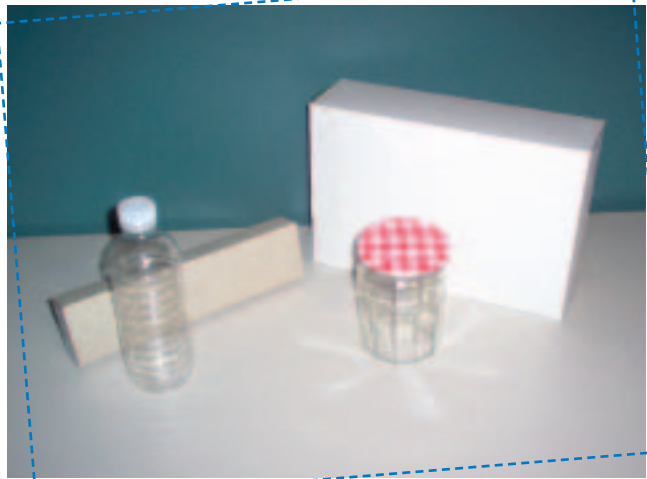
Voici quelques exemples d'activités qui permettent de créer ces liens ainsi que des exemples de professions qui demandent une bonne connaissance des formes géométriques et de leurs propriétés.

LIENS AVEC DES EXPÉRIENCES DE LA VIE QUOTIDIENNE

Exemple 1 : Emballages emballants!

Cette activité permet aux élèves de constater que plusieurs des facteurs déterminants dans le choix d'un emballage pour un produit quelconque sont reliés aux propriétés des formes géométriques.

Quelques jours avant le début de l'activité, l'enseignant ou l'enseignante demande aux élèves d'apporter de la maison un emballage vide d'un produit quelconque (p. ex., boîte de céréales, boîte de conserve, pot de confitures) sans le montrer aux autres élèves et d'écrire sur une feuille une propriété géométrique du solide correspondant à l'emballage choisi (p. ex., *Mon emballage a une surface courbe.*).



Le jour de l'activité, l'enseignant ou l'enseignante utilise diverses stratégies pour regrouper les élèves en équipes de deux à quatre (p. ex., regrouper les élèves qui ont écrit la même propriété). Lorsque toutes les équipes sont formées, les élèves dévoilent au sein de leur équipe l'emballage qu'ils ont apporté, nomment le solide correspondant ou un solide apparenté et le décrivent en fonction de ses propriétés. Ils discutent ensuite en équipe des ressemblances et des différences entre les solides. Chaque membre de l'équipe doit expliquer pourquoi, selon lui ou elle, le fabricant a choisi cet emballage pour son produit (p. ex., emballage solide, facile à manipuler, à ranger, à transporter, de grande capacité, de faible coût de production). Chaque équipe choisit ensuite un des emballages présentés et discute de ses avantages et de ses désavantages. Lors de la mise en commun, chaque équipe présente ses conclusions au groupe classe.

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

Exemple 2 : Un trou d'un coup

Cette activité permet aux élèves de réaliser qu'on utilise les angles dans de nombreuses activités ludiques (p. ex., hockey, basket-ball, billard, billes, jeux vidéo) et que la géométrie peut nous aider à déterminer l'angle de tir approprié.

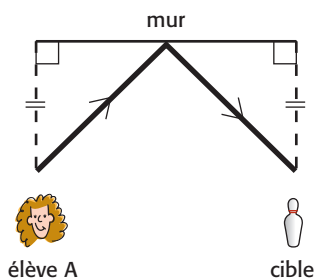
L'enseignant ou l'enseignante entame une discussion au sujet du minigolf et des défis à relever lorsqu'on veut faire un trou d'un coup. Les élèves vont probablement souligner qu'il est souvent nécessaire de faire rebondir la balle contre la bande

afin de contourner un obstacle. L'enseignant ou l'enseignante leur demande alors s'il y a moyen de déterminer vers quel endroit sur la bande la balle doit se diriger pour rebondir ensuite directement dans le trou. Après une courte discussion, il ou elle leur propose une activité qui leur permettra de vérifier les hypothèses émises.

L'activité consiste à faire rouler une balle (p. ex., balle de tennis, ballon de soccer) vers un mur (p. ex., mur du gymnase, mur de l'école) afin qu'elle touche une cible (p. ex., quille, cône) après le rebond. Il s'agit de déterminer quel endroit sur le mur il faut viser.

Les élèves se regroupent en équipes de deux. Un ou une élève (élève A) se place à une distance de un à deux mètres du mur d'où il ou elle fera rouler la balle. L'autre (élève B) place une cible de telle sorte qu'elle soit à la même distance du mur que l'élève A (Figure 22).

Figure 22



Les deux élèves discutent afin de déterminer l'endroit à viser sur le mur. L'élève B indique l'endroit convenu à l'aide de ruban-cache. L'élève A fait alors rouler la balle vers ce point et les deux élèves observent le résultat. Si la cible n'est pas touchée, les élèves tiennent compte de la trajectoire de la balle pour déterminer un nouveau point à viser

sur le mur. L'élève B marque ce point et l'élève A fait un deuxième essai. L'activité se poursuit ainsi jusqu'à ce qu'il ou elle réussisse à atteindre la cible deux fois. Les élèves reprennent ensuite l'activité en changeant de rôle.

Note : Certains élèves sauront de façon intuitive que si l'élève A et la cible sont à la même distance du mur, l'endroit à viser sur le mur correspond au point milieu tel qu'il est illustré à la figure 23. D'autres feront plutôt remarquer qu'il faut viser un point où l'angle formé par la trajectoire de la balle avec le mur avant le rebond est le même que celui formé après le rebond (Figure 24).

Figure 23

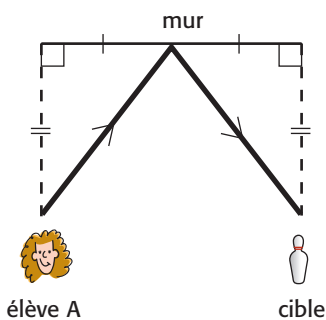
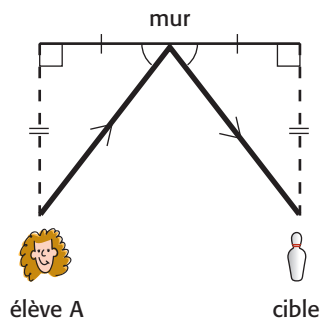


Figure 24



Lorsque les deux élèves ont réussi l'activité, ils la reprennent en plaçant la cible plus près (Figure 25) ou plus loin (Figure 26) du mur que l'élève A.

Figure 25

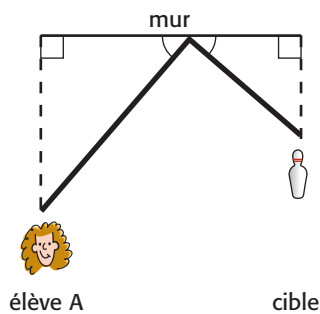
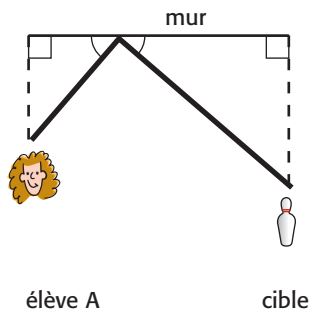


Figure 26



LIENS AVEC DES CONCEPTS DANS LES AUTRES DOMAINES DE MATHÉMATIQUES

Exemple 1 : Est-ce possible?

Cette activité intègre des concepts en géométrie et sens de l'espace et en traitement des données et probabilité.

L'enseignant ou l'enseignante formule un énoncé lié aux propriétés des formes géométriques qui présente une situation certaine, probable ou impossible. Par exemple, il ou elle dit : *Mon rectangle a un angle de 45°* . Les élèves doivent utiliser leurs connaissances des propriétés des formes géométriques pour indiquer si c'est certain, probable ou impossible, et pour justifier leur réponse. Dans cet exemple, un ou une élève pourrait répondre que c'est impossible, car tous les rectangles ont quatre angles de 90° . L'enseignant ou l'enseignante leur demande ensuite de modifier l'énoncé afin qu'il présente une situation certaine ou probable. Par exemple, un ou une élève pourrait dire : *Mon rectangle a quatre angles congrus* (situation certaine) ou *Mon rectangle est aussi un carré* (situation probable).

Autres exemples d'énoncés :

- *Ma pyramide a une base carrée*. Cet énoncé représente une situation probable, car la pyramide pourrait non seulement avoir une base carrée mais aussi une base triangulaire, pentagonale, hexagonale, etc.
- *Mon angle aigu mesure 120°* . Cet énoncé représente une situation impossible, car tous les angles aigus mesurent moins de 90° .
- *Mon hexagone a six côtés*. Cet énoncé représente une situation certaine, car tous les hexagones ont six côtés.

L'enseignant ou l'enseignante groupe les élèves par deux et leur demande d'écrire des énoncés semblables à ceux qu'il ou elle leur a présentés et qui sont en lien avec des formes géométriques qu'ils connaissent. Tour à tour, un ou une élève lit un de ses énoncés. L'autre précise, avec justifications à l'appui, si l'énoncé représente une situation certaine, probable ou impossible. Par la suite, il ou elle modifie l'énoncé pour qu'il représente l'une ou l'autre des deux autres situations. L'élève qui a lu l'énoncé initial doit à son tour préciser quelle est la situation qui est représentée par ce nouvel énoncé.

Exemple 2 : Une équation géométrique

Cette activité intègre des concepts en géométrie et sens de l'espace, en modélisation et algèbre, en numération et sens du nombre et en mesure.

L'enseignant ou l'enseignante présente aux élèves diverses situations qui leur permettent de faire des liens entre une équation, certaines propriétés des figures planes et certains concepts en mesure. Les élèves peuvent ensuite déterminer, selon l'année d'études, la valeur de l'inconnue ou des variables dans l'équation. Voici quelques exemples d'énoncés et de résolution :

- *Le périmètre d'un carré mesure 12 cm. Représente cette situation par une équation à une inconnue et détermine les dimensions du carré. (exemple de 4^e, 5^e ou 6^e année)*

Les élèves utilisent le concept de périmètre et le fait qu'un carré a 4 côtés congrus pour écrire une équation avec une inconnue telle que $* + * + * + * = 12$ cm ou $4 \times * = 12$ cm. Ils déterminent ensuite par inspection ou par essais systématiques que la valeur de l'inconnue est 3 cm.

- *Le périmètre d'un quadrilatère est donné par l'équation $* + 4 + * + 4 = 20$ cm. Détermine de quel quadrilatère il s'agit, de même que la valeur de l'inconnue. (exemple de 4^e, 5^e ou 6^e année)*

Les élèves déduisent de l'équation que le quadrilatère a deux paires de côtés congrus (une paire de côtés mesurant 4 cm chacun et une paire de côtés mesurant * cm chacun). Ils utilisent leurs connaissances des propriétés des figures planes pour conclure qu'il peut s'agir d'un rectangle, d'un parallélogramme, d'un deltoïde ou d'un cerf-volant. Ils déterminent ensuite par inspection ou par essais systématiques que la valeur de l'inconnue est 6 cm.

- *Un triangle isocèle a un périmètre de 15 cm et la mesure de chacun des côtés est une valeur entière. Représente cette situation par une équation et détermine les mesures possibles des côtés du triangle. (exemple de 6^e année)*

Les élèves utilisent le fait que le triangle est isocèle pour écrire une équation telle que $a + b + b = 15$ cm. Ils peuvent ensuite substituer la variable a par diverses valeurs et déterminer la valeur correspondante de b. Les mesures possibles sont : 1, 7, 7; 3, 6, 6; 7, 4, 4 et 5, 5, 5 (triangle équilatéral faisant partie de la famille des triangles isocèles). Les élèves peuvent aussi souligner que la valeur de a doit être un nombre impair.

LIENS AVEC DES CONCEPTS DANS LES AUTRES MATIÈRES

Exemple 1 : La géométrie dans les œuvres d'art

Cette activité intègre des concepts en géométrie et sens de l'espace et en éducation artistique.

L'enseignant ou l'enseignante affiche diverses œuvres d'artistes qui exploitent les formes géométriques ou les lignes (p. ex., œuvres de Sonia et de Robert Delaunay, de Piet Mondrian, de Claude Tousignant, de Bridget Riley) et demande aux élèves d'examiner les éléments géométriques présents dans ces œuvres. Les élèves utilisent le vocabulaire propre à la géométrie pour nommer les formes géométriques (p. ex., cercles, carrés, losanges), la sorte de lignes (p. ex., lignes courbes; lignes droites obliques, horizontales ou verticales; droites perpendiculaires ou parallèles) et les transformations (p. ex., rotation, réflexion, translation) qu'ils observent dans ces œuvres. Ils discutent aussi des effets que produit chacun de ces éléments (p. ex., calme, mouvement, profondeur). Les élèves prennent enfin connaissance du titre de chacune des œuvres et discutent du lien entre le titre et l'œuvre.

L'enseignant ou l'enseignante demande aux élèves de choisir l'artiste qui les touche le plus et de s'en inspirer pour créer leur propre œuvre en utilisant des formes géométriques, des lignes ou des transformations. Les élèves explorent d'abord divers matériaux et techniques et produisent quelques ébauches. Ils créent ensuite leur œuvre et lui donnent un titre. Pour terminer le processus de création artistique, ils présentent au groupe classe leur œuvre en précisant les éléments géométriques choisis et en expliquant les techniques utilisées. Les autres élèves expriment leur appréciation à l'égard de l'œuvre en faisant référence à l'effet produit par l'utilisation des éléments géométriques clés.

Exemple 2 : Les objets et leur forme

Cette activité intègre des concepts en géométrie et sens de l'espace et en sciences et technologie.

Afin de promouvoir le développement d'habiletés en recherche scientifique et en conception, l'enseignant ou l'enseignante propose aux élèves d'analyser un objet usuel en mettant l'accent sur les propriétés reliées à sa forme. Par exemple, il ou elle peut demander aux élèves :

- de se représenter un objet quelconque qui a une forme différente de la forme traditionnelle et de discuter de ses avantages et de ses désavantages (p. ex., une porte qui n'est pas rectangulaire, un ballon qui n'est pas sphérique, un toit qui n'est pas triangulaire);

- de recenser les diverses formes que prend un objet et de faire ressortir les avantages et les désavantages de chacune (p. ex., diverses formes d'ampoules électriques).

L'activité peut aussi être en lien avec certains contenus d'apprentissage spécifiques du programme-cadre de sciences et technologie tels que :

- examiner, en faisant des recherches, l'influence des diverses propriétés des matériaux, dont leur **forme**, sur la nature du son produit; (Matière et matériaux, 4^e année)
- reconnaître les qualités esthétiques d'un produit qu'elle ou il a fabriqué (p. ex., la **forme**); (Structures et mécanismes, 5^e année)
- démontrer et expliquer de quelle façon la **forme** d'une surface sur laquelle l'air passe influe sur la portance pour vaincre la gravité. (Matière et matériaux, 6^e année)

Divers objets peuvent ainsi être étudiés en accordant une attention particulière à leur forme (p. ex., porte-voix, tambour, kaléidoscope, périscope, loupe, sac-repas, pont, girouette, fusée, parachute, montgolfière, frisbee, cerf-volant, sablier). L'enseignant ou l'enseignante groupe les élèves par deux. Chaque équipe doit mener une recherche (p. ex., à la bibliothèque, dans Internet) et construire un prototype d'un objet en utilisant une forme géométrique non traditionnelle (p. ex., construire un porte-voix en forme de cylindre, de prisme, de pyramide). Les élèves doivent ensuite présenter leur objet à la classe et en faire ressortir les avantages et les désavantages, plus particulièrement ceux reliés à sa forme (p. ex., malléabilité, résonance, solidité, capacité, aérodynamisme, esthétique). Lors de la construction du prototype, il importe cependant que les élèves ne mettent pas l'accent uniquement sur l'aspect esthétique de l'objet.

LIENS AVEC DES PROFESSIONS

Dans le cadre de la mise en œuvre de la politique *Des choix qui mènent à l'action : Politique régissant le programme d'orientation et de formation au cheminement de carrière dans les écoles élémentaires et secondaires de l'Ontario*, l'enseignant ou l'enseignante doit aider les élèves « ... à identifier dans le milieu communautaire les emplois et les professions connexes aux matières étudiées à l'école » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 1999, p. 8). Pour ce faire, il ou elle peut profiter de toutes les occasions pour mettre en évidence les professions qui nécessitent une bonne connaissance des formes géométriques et de leurs propriétés. Le tableau suivant présente de nombreux exemples de telles professions.

Champs d'expertise	Exemples de professions
<p>Construction De l'organisation de l'espace à la construction, plusieurs professions nécessitent une bonne connaissance des propriétés des figures planes et des solides.</p> 	<ul style="list-style-type: none"> • Architecte • Carreleur ou carreuse mosaïste • Charpentier ou charpentière • Coffreur-boiseur ou coffreuse-boiseuse • Scénographe • Designer industriel • Ingénieur civil ou ingénieure civile • Maçon ou maçonne • Tailleur ou tailleuse de pierre
<p>Mise en page De la conception d'un produit à sa mise en page, plusieurs professions nécessitent une bonne connaissance de la symétrie des formes, des lignes et des couleurs pour créer l'effet désiré.</p> 	<ul style="list-style-type: none"> • Concepteur ou conceptrice multimédia • Dessinateur ou dessinatrice publicitaire • Développeur ou développeuse Web • Graphiste • Infographiste • Maquettiste • Technicien ou technicienne de prépresse • Opérateur ou opératrice en informatique • Technicien ou technicienne en animation 3D
<p>Assemblage De la conception à l'assemblage de différents objets, plusieurs professions nécessitent une bonne connaissance des angles et des propriétés des solides.</p> 	<ul style="list-style-type: none"> • Chaudronnier ou chaudronnière • Dessinateur ou dessinatrice en construction mécanique • Diamantaire • Ébéniste • Menuisier ou menuisière • Métallier ou métallièr • Soudeur ou soudeuse • Technicien ou technicienne de fabrication de mobilier
<p>Éclairage De la position pour la prise de vue à l'angle de projection, plusieurs professions nécessitent une bonne connaissance des propriétés des angles.</p> 	<ul style="list-style-type: none"> • Cadreur ou cadreuse • Directeur ou directrice de la photographie • Éclairagiste • Ingénieur opticien ou ingénieure opticienne • Photographe • Technicien ou technicienne en optique de précision

Cheminement de l'élève

Les élèves poursuivent leur apprentissage en géométrie et sens de l'espace en s'appuyant sur les connaissances acquises au cours des années précédentes et sur l'acquisition d'un nouveau vocabulaire et de nouvelles habiletés.

Les tableaux 1 et 2 ci-après présentent une synthèse du vocabulaire et des habiletés relatifs à la grande idée de formes géométriques à l'étude au cycle primaire et une progression du vocabulaire et des habiletés à développer au cours de la 4^e à la 6^e année.

Note : Sous chacune des années d'études sont inscrits seulement le vocabulaire et les habiletés présentés pour la première fois. Toutefois, afin de s'assurer que les élèves en poursuivent l'acquisition et la consolidation tout au long du cycle moyen, l'enseignant ou l'enseignante doit tenir compte de l'ensemble du tableau lors de sa planification.

TABLEAU DE PROGRESSION 1 - VOCABULAIRE

Synthèse du cycle primaire		4 ^e année	5 ^e année	6 ^e année	
FIGURES PLANES ET SOLIDES					
Vocabulaire	Lignes, droites et angles	<ul style="list-style-type: none"> • Ligne ouverte • Ligne fermée • Ligne brisée • Ligne courbe • Ligne droite • Droite verticale • Droite horizontale • Droite oblique • Coin droit • Sommet 	<ul style="list-style-type: none"> • Droites parallèles • Droites perpendiculaires • Droites sécantes 	<ul style="list-style-type: none"> • Angle • Angle droit • Angle aigu • Angle obtus • Degré 	<ul style="list-style-type: none"> • Angles complémentaires • Angles supplémentaires
	Figures planes	<ul style="list-style-type: none"> • Figure plane • Cercle • Côté • Polygone • Polygone régulier • Polygone irrégulier • Polygone symétrique • Axe de symétrie • Carré • Rectangle • Triangle • Quadrilatère • Pentagone • Hexagone • Heptagone • Octogone • Côtés congrus • Figures congruentes • Propriétés 	<ul style="list-style-type: none"> • Côtés parallèles • Côtés adjacents • Polygone convexe • Polygone non convexe • Trapèze • Parallélogramme • Losange • Cerf-volant • Deltoïde • Triangle scalène • Triangle isocèle • Triangle équilatéral 	<ul style="list-style-type: none"> • Diagonale • Triangle rectangle • Triangle acutangle • Triangle obtusangle • Triangle équiangle • Propriétés communes • Propriétés distinctes 	<ul style="list-style-type: none"> • Relation d'inclusion • Relation d'exclusion
	Solides	<ul style="list-style-type: none"> • Solide • Arête • Base • Sommet • Apex • Face • Face latérale • Faces congruentes • Surface courbe • Surface plane • Cube • Cône • Cylindre • Sphère • Pyramide • Prisme • Charpente • Coquille 	<ul style="list-style-type: none"> • Faces parallèles • Développement d'un solide 	<ul style="list-style-type: none"> • Polyèdres • Corps ronds 	<ul style="list-style-type: none"> • Vue de face • Vue de côté • Vue de dessus

TABLEAU DE PROGRESSION 2 - HABILITÉS

Synthèse du cycle primaire		4 ^e année	5 ^e année	6 ^e année	
FIGURES PLANES ET SOLIDES					
Habilités	Lignes, droites et angles	Identifier et tracer des lignes brisées, droites, courbes, fermées et ouvertes et des droites horizontales, verticales et obliques.	Identifier et tracer des droites parallèles, perpendiculaires et sécantes.	Identifier, construire, mesurer et comparer des angles et estimer leur mesure. Découvrir les propriétés des angles complémentaires, des angles supplémentaires et de la somme des angles d'un triangle. Déterminer les mesures manquantes d'angles dans diverses figures.	
	Figures planes	Identifier, décrire, dessiner et construire des figures planes et les comparer, les classer et les classer en fonction de leurs attributs ou leurs propriétés. Identifier et construire des figures symétriques.	Classifier des figures planes selon des propriétés données. Identifier, décrire et classer des triangles en fonction de la mesure des côtés et divers quadrilatères en fonction de leurs propriétés. Tracer et construire différentes représentations de triangles et de quadrilatères. Construire des figures congruentes.	Classifier des quadrilatères selon leurs propriétés communes et distinctes. Identifier, décrire et classer des triangles en fonction de la mesure des angles. Tracer et construire différentes représentations de triangles. Démontrer la congruence de figures planes.	Classifier , à l'aide d'un diagramme de Venn, des quadrilatères selon les relations d'inclusion et d'exclusion. Construire des polygones de mesures données.
	Solides	Identifier, décrire, dessiner et construire des solides et les comparer, les classer et les classer en fonction de leurs attributs ou leurs propriétés. Construire des charpentes et des coquilles de pyramides et de prismes droits. Reconnaître et décrire des liens entre les propriétés géométriques étudiées, son vécu et d'autres domaines.	Classifier le cube et les prismes selon des propriétés données. Distinguer les propriétés des prismes de celles des pyramides. Tracer le développement de prismes et de pyramides.	Distinguer les propriétés des polyèdres de celles des corps ronds. Construire un polyèdre à l'aide de cubes et des coquilles de cônes et de cylindres à partir d'un développement donné.	Construire un modèle à l'aide de cubes et le représenter en deux dimensions. Associer des solides à leurs vues.

SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

Aperçu

Cette section présente, pour chacune des années d'études du cycle moyen, une situation d'apprentissage en lien avec la grande idée de *formes géométriques*. Ce sont des situations de résolution de problèmes engageantes qui suscitent le questionnement et la réflexion. En outre, elles contribuent au développement de l'habileté à communiquer et à formuler un bon argument mathématique. Chacune des situations d'apprentissage est riche en contenu mathématique. Afin d'être en mesure d'anticiper les difficultés que pourraient éprouver les élèves et de planifier ses interventions, il est préférable de résoudre le problème avant de le présenter aux élèves.

Toutes les situations d'apprentissage présentées sont structurées en trois temps : avant l'apprentissage (mise en train), pendant l'apprentissage (exploration) et après l'apprentissage (objectivation/échange mathématique). Elles sont suivies de suggestions d'adaptations pour faciliter ou enrichir la tâche, d'une activité de suivi à la maison et de quelques activités supplémentaires que l'enseignant ou l'enseignante pourrait utiliser comme prolongement.

Dans un contexte d'enseignement par la résolution de problèmes, l'enseignant ou l'enseignante a recours à l'étayage et à des stratégies de questionnement efficaces afin d'inciter les élèves à réfléchir et à développer leurs propres stratégies de résolution de problèmes. Pour plus de détails au sujet du rôle de l'enseignant ou de l'enseignante dans un contexte de résolution de problèmes, voir le guide principal, chapitre 5, Résolution de problèmes (fascicule 2), page 27.

Dans la présentation des situations d'apprentissage, les icônes suivantes sont utilisées afin de faciliter le repérage de certaines informations.

Légende

Icônes d'ordre organisationnel



Travail individuel



Travail en équipe



Travail en groupe classe



Durée approximative

Icônes d'ordre pédagogique



Observations possibles



Mise au point à l'intention de l'enseignant ou de l'enseignante



Pistes de questionnement

Situation d'apprentissage, 4^e année

Un logo à triangles!

GRANDE IDÉE : FORMES GÉOMÉTRIQUES

SOMMAIRE

Dans cette situation d'apprentissage, les élèves explorent la relation entre la mesure de chacun des côtés d'un triangle en construisant trois triangles différents de même périmètre.

INTENTION PÉDAGOGIQUE

Cette situation d'apprentissage a pour but d'amener les élèves :

- à identifier les triangles en fonction de la mesure de leurs côtés;
- à construire des triangles en tenant compte de restrictions relatives à la mesure de leurs côtés;
- à développer des stratégies de résolution de problèmes.

Matériel

- transparents des annexes 4.1 et 4.2
- rétroprojecteur
- annexe 4.2 (1 copie par équipe)
- grandes feuilles de papier (1 par équipe)
- marqueurs (1 par équipe)
- bâtonnets à café de longueurs égales (30 par équipe)
- bâtonnets géo (facultatif)
- logiciel Cybergéomètre (facultatif)

ATTENTE ET CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Attente

L'élève doit pouvoir représenter et construire des triangles, des quadrilatères, des prismes et des pyramides.

Contenus d'apprentissage

L'élève doit :

- identifier, décrire et classer des triangles en fonction de la mesure des côtés (p. ex., équilatéral, isocèle, scalène);
- tracer et construire différentes représentations de triangles scalènes, isocèles et équilatéraux, à l'aide de matériel concret.



Équipes de 2



Durée approximative de la situation d'apprentissage : **90 minutes**

CONTEXTE

Au cycle primaire, les élèves ont appris à identifier les triangles parmi les figures planes, à les construire et à décrire leurs propriétés relatives au nombre de côtés et de sommets. Ils ont progressé du niveau 0 (visualisation) vers le niveau 1 (analyse) de la pensée géométrique des van Hiele (voir Niveaux de la pensée géométrique, p. 12). En 4^e année, les élèves poursuivent l'étude des triangles; ils apprennent à les classer en fonction de la mesure des côtés.

PRÉALABLES

Dans la présente situation d'apprentissage, les élèves construisent différentes représentations de triangles à l'aide de matériel concret et apprennent à définir ces triangles en fonction de la mesure de leurs côtés :

- triangle scalène : triangle ayant trois côtés de différentes longueurs;
- triangle isocèle : triangle ayant **au moins** deux côtés congrus;
- triangle équilatéral : triangle ayant trois côtés congrus.

Note : Tous les triangles équilatéraux sont aussi des triangles isocèles.

Pour être en mesure de réaliser cette situation d'apprentissage, les élèves doivent comprendre les concepts de périmètre et de congruence de triangles.

VOCABULAIRE MATHÉMATIQUE

Figures congruentes, côtés congrus, segment de droite, ligne ouverte, ligne fermée, supérieur à, inférieur à, multiple, périmètre, triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle scalène.

AVANT L'APPRENTISSAGE (MISE EN TRAIN)

À l'aide du transparent de l'annexe 4.1 (*Un logo pour l'école*), présenter la situation suivante.

Le directeur ou la directrice souhaite avoir un logo afin de faire la promotion de l'école. Il ou elle aimerait que ce logo représente à la fois les élèves, le personnel de l'école et les parents. Il ou elle en a parlé au personnel enseignant lors de la dernière réunion.

Lors des discussions, il a été suggéré que le triangle serait un bon symbole pour représenter chacun des trois groupes qui forment la communauté scolaire. De plus, pour illustrer le fait que chaque groupe tient un rôle différent dans la vie de l'école, il a été recommandé que le logo soit composé de trois triangles différents, mais ayant le même périmètre.

Puisque nous étudions les triangles cette année, j'ai pensé que notre classe pourrait soumettre certaines suggestions de logos.

Avant de procéder, s'assurer que les élèves comprennent ce qu'est un logo. Au besoin, leur montrer quelques exemples de logos connus et revoir la définition de périmètre. Dire aux élèves :

Nous allons d'abord utiliser du matériel concret pour bien visualiser comment il est possible de construire des triangles différents qui ont le même périmètre. Nous utiliserons des bâtonnets à café comme unité de mesure. Ainsi, un triangle formé de 3 bâtonnets, par exemple, aura un périmètre de 3 unités (au besoin, montrer un exemple d'un triangle formé de 3 bâtonnets). La question est de savoir s'il est possible de former trois triangles différents, chacun étant formé de 3 bâtonnets. Sinon, est-ce possible avec 4 bâtonnets? 5 bâtonnets? 6 bâtonnets? Bref, il s'agit de déterminer quel nombre de bâtonnets permet de construire trois triangles différents de même périmètre. Pour des raisons pratiques, on n'utilisera pas plus de 10 bâtonnets par triangle.

À l'aide du transparent de l'annexe 4.2 (*Les trois triangles*), présenter l'énoncé du problème et les critères à respecter dans la construction des trois triangles. Remettre une copie à chaque élève. Souligner aussi les trois questions posées ainsi que les éléments à noter en prévision de l'échange mathématique.



environ
15 minutes

Problème

Construire trois triangles différents de même périmètre à l'aide de bâtonnets à café.

Critères

- Les trois triangles doivent être différents, c'est-à-dire non congruents.
- Les trois triangles doivent être construits en utilisant le même nombre de bâtonnets (même périmètre).
- Chaque triangle doit être construit avec au plus 10 bâtonnets.
- Les bâtonnets ne peuvent pas être superposés ou coupés.

Questions à se poser

- Quel nombre de bâtonnets permet de construire trois triangles différents de même périmètre?
- Est-ce le seul nombre possible?
- Y a-t-il une relation entre le nombre de bâtonnets de chaque côté du triangle et le fait d'être capable ou pas de construire un triangle?

Communication

- Noter vos essais et vos observations par rapport aux combinaisons de bâtonnets de chaque côté qui permettent de construire un triangle et celles qui ne le permettent pas.
- Préparer une présentation dans laquelle vous soulignez vos conclusions et vos observations ainsi que la stratégie utilisée pour résoudre le problème.
- Préparer des arguments mathématiques clairs et convaincants pour appuyer vos conclusions.



S'assurer que les élèves ont bien compris le problème à résoudre et les critères à respecter en posant des questions telles que :

- « Qui peut expliquer la tâche à effectuer en ses propres mots? »
- « Qu'est-ce qu'on entend par des triangles différents? »

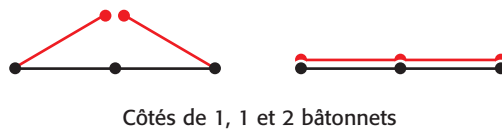
Leur rappeler l'importance de noter leurs essais et d'examiner quelles combinaisons de bâtonnets de chaque côté permettent de construire un triangle et lesquelles ne le permettent pas.

Note : En tentant de résoudre le problème, les élèves devraient constater qu'il est impossible de former un triangle :

- lorsque la somme des mesures de deux côtés est égale à la mesure du troisième puisqu'une ligne droite est formée (Exemple 1);

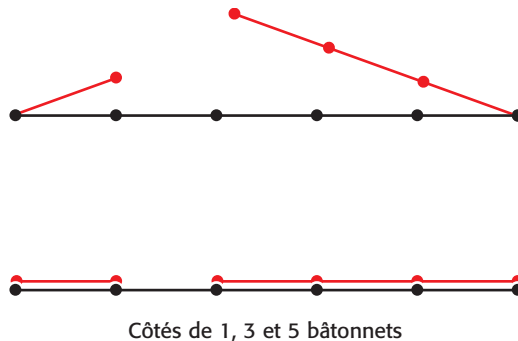


Exemple 1



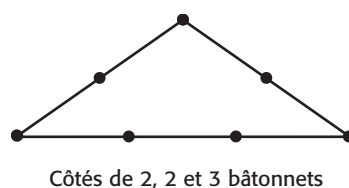
- lorsque la somme des mesures de deux côtés est inférieure à la mesure du troisième puisqu'une ligne ouverte est formée (Exemple 2).

Exemple 2



Ils pourraient alors conclure, à l'aide du raisonnement déductif informel (niveau 2 de la pensée géométrique des van Hiele), qu'il est possible de construire un triangle seulement si la somme des mesures de deux des côtés est supérieure à la mesure du troisième côté (Exemple 3).

Exemple 3





Équipes de 2

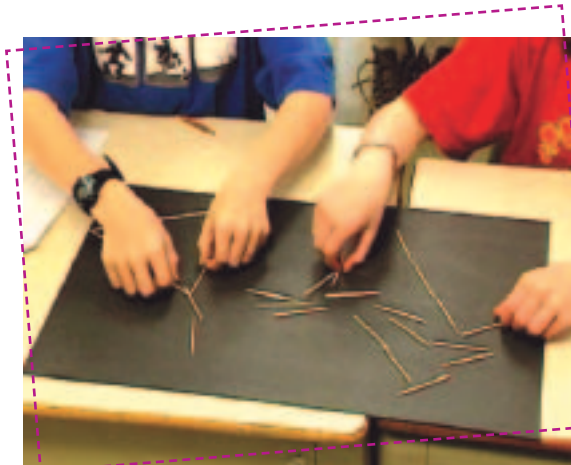


environ
45 minutes


PENDANT L'APPRENTISSAGE (EXPLORATION)

Grouper les élèves par deux et distribuer à chaque équipe 30 bâtonnets à café de longueurs égales, une grande feuille et un marqueur.

Allouer suffisamment de temps pour permettre aux élèves d'explorer diverses stratégies pour résoudre le problème. Circuler et observer les stratégies utilisées dans chacune des équipes. Intervenir au besoin afin d'aider certaines équipes à cheminer.



**Extrait non disponible
en raison de restrictions
relatives aux droits d'auteur.
Pour l'intégrale, voir la
version imprimée.**

Observations possibles	Interventions possibles
<p>Une équipe procède par essais et erreurs et découvre en faisant une liste partielle qu'avec 5, 6, 7 ou 8 bâtonnets, on ne peut construire trois triangles différents, mais qu'avec 9 bâtonnets, c'est possible.</p>	<p>« Pourquoi ne pouviez-vous pas faire de triangle avec 4 bâtonnets? »</p> <p>« Est-ce que vous pouvez faire un triangle avec des côtés de 2, 4 et 1 bâtonnets? Pourquoi? »</p> <p>« Examinez vos essais qui n'ont pas fonctionné. Qu'ont-ils en commun? »</p> <p>« Peut-on construire un autre triangle avec 6 bâtonnets? 7 bâtonnets? »</p>
<p>Une équipe élimine immédiatement tous les nombres qui ne se divisent pas par 3. Elle commence avec 6 bâtonnets puis passe ensuite à 9.</p>	<p>« Pourquoi avez-vous commencé à construire vos triangles avec 6 bâtonnets? »</p> <p>« Êtes-vous certains que c'est seulement avec 9 bâtonnets que l'on peut construire trois triangles différents? »</p>
<p>Une équipe construit trois triangles congruents, mais dont l'orientation est différente.</p>	<p>« Comment vos triangles sont-ils différents? »</p> <p>« Que veut dire <i>différent</i> dans le problème? »</p> <p>« Vos triangles sont-ils congruents ou non congruents? »</p>
<p>Une équipe indique qu'avec 8 bâtonnets, on peut former le triangle 2, 2, 4.</p>	<p>« Essayez de construire ce triangle avec des bâtonnets géo. »</p> <p>« Que pouvez-vous conclure au sujet de la relation entre le nombre de bâtonnets de chaque côté et le fait d'être capable ou pas de construire un triangle? »</p>
<p>Une équipe identifie des situations qui permettent de construire des triangles (« ferme ») et d'autres qui ne le permettent pas (« ferme pas »). Elle réussit à faire, avec 4 bâtonnets, un triangle qui « ferme un peu ».</p> 	<p>« Que voulez-vous dire par <i>ferme pas</i>? »</p> <p>« Que voulez-vous dire par <i>ferme un peu</i>? »</p> <p>« Peut-on savoir si ça ferme ou pas sans utiliser les bâtonnets? »</p>

Demander aux équipes de noter leurs essais, leurs réflexions et leurs constructions sur les grandes feuilles. Leur demander aussi de préparer leur présentation en utilisant des arguments mathématiques clairs et convaincants ainsi que des termes de causalité (p. ex., puisque, si... alors).

Examiner attentivement les différentes solutions afin de choisir celles qui contribueront le plus à la discussion. Choisir par exemple une ou des équipes :

- qui ont fait des observations qui mettent en évidence certains concepts ou relations (p. ex., pour construire un triangle avec trois côtés congrus, on doit utiliser 3, 6 ou 9 bâtonnets);
- qui ont utilisé différentes stratégies de résolution de problème (p. ex., essais et erreurs, liste ordonnée);
- qui ont découvert que certaines combinaisons de bâtonnets de chaque côté ne permettent pas de construire un triangle (p. ex., 1, 1, 2 ou 1, 3, 5);
- qui peuvent expliquer pourquoi 9 est le seul nombre de bâtonnets avec lequel il est possible de construire trois triangles différents.

Note : Le tableau suivant présente l'ensemble des triangles possibles en fonction du nombre de bâtonnets utilisés. Il est présenté à titre indicatif seulement. Les élèves n'ont pas nécessairement besoin de développer un tableau semblable.



Triangles possibles en fonction du nombre de bâtonnets utilisés

Nombre de bâtonnets	Triangles possibles		
1	Aucun		
2	Aucun		
3	1, 1, 1		
4	Aucun		
5	1, 2, 2		
6	2, 2, 2		
7	2, 2, 3	1, 3, 3	
8	2, 3, 3		
9	3, 3, 3	1, 4, 4	2, 3, 4
10	2, 4, 4	3, 3, 4	

APRÈS L'APPRENTISSAGE (OBJECTIVATION/ÉCHANGE MATHÉMATIQUE)

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.



Demander aux équipes choisies de présenter leur solution, leur démarche et leurs observations. Profiter de l'occasion pour présenter ou revoir la classification des triangles selon la congruence des côtés (triangles équilatéral, isocèle et scalène).

Voici quelques exemples d'observations possibles formulées à l'aide de termes de causalité :

- **Si** deux triangles ont une orientation différente mais sont congruents, **alors** ils ne sont pas différents.

Note : Pour vérifier cette observation, on peut tracer les triangles sur du papier, les découper et les superposer.

- **Puisque** tous les triangles ont trois côtés, **alors** on ne peut construire un triangle avec seulement 1 ou 2 bâtonnets.
 - **Si** un triangle a trois côtés congrus, **alors** on ne peut le construire qu'avec un multiple de 3 bâtonnets.
 - **Si** on utilise un maximum de 10 bâtonnets par triangle, **alors** c'est seulement avec 9 bâtonnets qu'on peut construire trois triangles différents. Il s'agit des triangles 2, 3, 4 (trois côtés non congrus), 1, 4, 4 (deux côtés congrus) et 3, 3, 3 (trois côtés congrus).
- Note* : Cette observation peut servir à présenter ou à revoir la classification des triangles selon la congruence des côtés.

- **Si** la somme des mesures de deux côtés est égale ou inférieure à la mesure du troisième côté, **alors** on ne peut pas construire un triangle.
- **Si** la somme des mesures de deux côtés est supérieure à la mesure du troisième côté, **alors** on peut construire un triangle.



environ
30 minutes



Exemple d'observation d'une élève : « Nous nous sommes rendues compte que si on additionne un côté avec un autre côté, bien le premier côté avec le deuxième côté comme si $1 + 4$ va éгалer 5, c'est toujours plus haut que le troisième côté. »

Inviter les autres élèves à poser des questions ou à résumer ce qu'ils ont compris. Leur demander par exemple :



- « Qui peut résumer en ses propres mots l'argument présenté par cette équipe pour expliquer sa solution? »
- « Est-ce que l'argument présenté était clair et convaincant? »
- « Qui peut me donner un autre exemple ou un contre-exemple? »
- « Est-ce toujours vrai? »

Projeter de nouveau le transparent de l'annexe 4.1 (*Un logo pour l'école*) et demander à chaque équipe de créer un logo avec les trois triangles différents de périmètre 9. Cette activité peut être intégrée à la programmation en Éducation artistique. Par la suite, demander aux équipes de présenter leur logo au groupe classe et d'expliquer pourquoi il représente bien l'école.

ADAPTATIONS

L'activité peut être modifiée pour répondre aux différents besoins des élèves.

Pour faciliter la tâche

- intervenir lors de l'exploration pour faire ressortir davantage comment un triangle peut être différent d'un autre triangle;
- diriger la construction en faisant ressortir certains exemples et certains contre-exemples;
- aider les élèves à développer une stratégie pour vérifier toutes les possibilités avec un nombre donné de bâtonnets.

Pour enrichir la tâche

- augmenter le nombre maximal de bâtonnets à 12 afin d'obtenir un plus grand nombre de réponses possibles.
Note : Le tableau ci-dessous présente l'ensemble des triangles qu'il est possible de construire avec 11 ou 12 bâtonnets. On constate qu'avec 11 bâtonnets, il est possible de construire quatre triangles différents, dont trois sont isocèles et un est scalène.

Triangles possibles en fonction du nombre de bâtonnets utilisés

Nombre de bâtonnets	Triangles possibles			
11	3, 4, 4	1, 5, 5	3, 3, 5	2, 4, 5
12	3, 4, 5	2, 5, 5	4, 4, 4	

SUIVI À LA MAISON

À la maison, les élèves peuvent :

- trouver des objets de forme triangulaire et en mesurer les côtés afin de vérifier la propriété des triangles relative à la mesure des côtés;
- montrer à un membre de sa famille, à l'aide d'exemples et de contre-exemples, que la somme des mesures de n'importe quels deux côtés d'un triangle est toujours supérieure à la mesure du troisième côté.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 1

Les arrangements des triangles

Demander aux élèves de créer un arrangement de triangles et d'identifier à l'aide d'une légende les sortes de triangles utilisés. Leur indiquer qu'ils peuvent avoir recours à divers matériaux et à divers moyens pour réaliser leur création (p. ex., assembler des pailles, des bâtonnets, des bandes de papier ou de carton, faire un dessin, utiliser un logiciel). Le produit final peut être, par exemple, un mobile, une affiche, un dessin, un casse-tête, un collage.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 2

Peut-on créer un triangle?

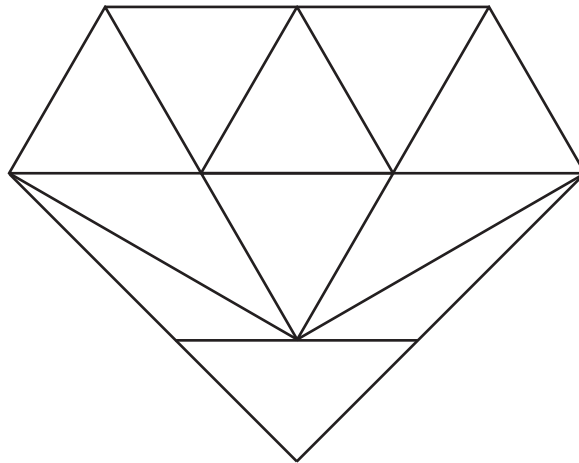
Placer dans un sac opaque, des pailles de longueurs variées. Y placer aussi des pailles de même longueur. Inviter les élèves à tour de rôle à venir piger trois pailles. Leur demander d'expliquer comment ils peuvent utiliser les longueurs des pailles pour déterminer s'il est possible de construire un triangle avec ces trois pailles. S'il est possible de construire un triangle, leur demander d'indiquer aussi de quelle sorte il s'agit.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 3

Les triangles cachés

Dans la figure ci-dessous, combien y a-t-il :

- a) de triangles équilatéraux?
- b) de triangles isocèles?
- c) de triangles scalènes?



Note : Il y a 7 triangles équilatéraux, 12 triangles isocèles (5 avec 2 côtés congrus et 7 avec 3 côtés congrus) et 6 triangles scalènes.

ANNEXE 4.1

Un logo pour l'école

Le directeur ou la directrice souhaite avoir un logo afin de faire la promotion de l'école. Il ou elle aimerait que ce logo représente à la fois les élèves, le personnel de l'école et les parents. Il ou elle en a parlé au personnel enseignant lors de la dernière réunion.

Lors des discussions, il a été suggéré que le triangle serait un bon symbole pour représenter chacun des trois groupes qui forment la communauté scolaire. De plus, pour illustrer le fait que chaque groupe tient un rôle différent dans la vie de l'école, il a été recommandé que le logo soit composé de trois triangles différents, mais ayant le même périmètre.

Puisque nous étudions les triangles cette année, j'ai pensé que notre classe pourrait soumettre certaines suggestions de logos.

ANNEXE 4.2

Les trois triangles

Problème

Construire trois triangles différents de même périmètre à l'aide de bâtonnets à café.

Critères

- Les trois triangles doivent être différents, c'est-à-dire non congruents.
- Les trois triangles doivent être construits en utilisant le même nombre de bâtonnets (même périmètre).
- Chaque triangle doit être construit avec au plus 10 bâtonnets.
- Les bâtonnets ne peuvent pas être superposés ou coupés.

Questions à se poser

- Quel nombre de bâtonnets permet de construire trois triangles différents de même périmètre?
- Est-ce le seul nombre possible?
- Y a-t-il une relation entre le nombre de bâtonnets de chaque côté du triangle et le fait d'être capable ou pas de construire un triangle?

Communication

- Noter vos essais et vos observations par rapport aux combinaisons de bâtonnets de chaque côté qui permettent de construire un triangle et celles qui ne le permettent pas.
- Préparer une présentation dans laquelle vous soulignez vos conclusions et vos observations ainsi que la stratégie utilisée pour résoudre le problème.
- Préparer des arguments mathématiques clairs et convaincants pour appuyer vos conclusions.

Situation d'apprentissage, 5^e année

Tout un casse-tête!

GRANDE IDÉE : FORMES GÉOMÉTRIQUES

SOMMAIRE

Dans cette situation d'apprentissage, les élèves construisent un casse-tête formé d'un ensemble de quadrilatères conformément à une série de critères donnés.

INTENTION PÉDAGOGIQUE

Cette situation d'apprentissage a pour but d'amener les élèves :

- à tenir compte des propriétés des différents quadrilatères;
- à visualiser un dallage formé de quadrilatères;
- à utiliser un logiciel de géométrie dynamique;
- à utiliser des stratégies de résolution de problèmes.

Matériel

- transparent de l'annexe 5.1
- rétroprojecteur
- annexe 5.1 (1 copie par élève)
- annexe 5.2 (1 copie par élève, au besoin)
- logiciel Cybergéomètre ou rapporteur et règle
- ordinateurs (1 par élève)
- papier
- crayons

ATTENTE ET CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Attente

L'élève doit pouvoir représenter et construire des triangles et des quadrilatères à partir des angles et comparer les propriétés des polyèdres et des corps ronds.

Contenus d'apprentissage

- L'élève doit :
- classifier les différents quadrilatères (carré, rectangle, losange, parallélogramme, trapèze, cerf-volant et deltoïde) selon leurs propriétés communes et distinctes (p. ex., axes de symétrie, côtés de même longueur, côtés parallèles, diagonales, angles);
 - identifier, mesurer et utiliser l'angle droit comme angle repère pour comparer d'autres angles;
 - démontrer la congruence de figures planes en fonction des mesures de leurs côtés et de leurs angles, en utilisant un rapporteur et une règle ou des logiciels.



Durée approximative de la situation d'apprentissage : **140 minutes**

CONTEXTE

Au cours des années d'études précédentes, les élèves ont appris à identifier et à construire diverses figures planes, et à les classer selon des propriétés données. En 5^e année, ils accordent une attention particulière aux propriétés communes et aux propriétés distinctes des quadrilatères.

PRÉALABLES

La présente situation d'apprentissage permet aux élèves de consolider leur compréhension des propriétés des quadrilatères, de travailler au niveau 1 (analyse) et de cheminer vers le niveau 2 (déduction informelle) de la pensée géométrique des van Hiele (voir Niveaux de la pensée géométrique, p. 12). Elle leur permet aussi d'apprendre à utiliser le logiciel de géométrie dynamique Cybergéomètre.

Pour être en mesure de réaliser cette situation d'apprentissage, les élèves doivent :

- connaître les différentes sortes de quadrilatères ainsi que leurs principales propriétés;
- connaître quelques options de base du logiciel Cybergéomètre (au besoin, voir l'activité préparatoire facultative décrite ci-après).

Note : La situation d'apprentissage est rédigée en fonction de l'utilisation du logiciel Cybergéomètre. Elle pourrait toutefois être réalisée à l'aide d'un autre logiciel ou même à l'aide du rapporteur et de la règle. Dans un tel cas, le texte qui suit devra être modifié en conséquence.

VOCABULAIRE MATHÉMATIQUE

Symétrique, congruent, rectangle, quadrilatère, deltoïde, trapèze, cerf-volant, losange, angle droit, angle aigu, angle obtus.

ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE FACULTATIVE

Cette activité préparatoire facultative permet aux élèves de se familiariser avec les principales options du logiciel Cybergéomètre ou de les revoir. Si nécessaire, distribuer à chaque élève une copie de l'annexe 5.2 (*À la découverte de Cybergéomètre*).

Expliquer aux élèves comment construire des segments de droite et des polygones en utilisant Cybergéomètre et leur demander d'en construire quelques-uns. Ensuite, leur demander de construire un triangle isocèle et un triangle équilatéral, puis de vérifier la congruence des côtés à l'aide du menu *Mesures* du logiciel.



environ
20 minutes

AVANT L'APPRENTISSAGE (MISE EN TRAIN)

À l'aide du transparent de l'annexe 5.1 (*Tout un casse-tête!*), présenter le problème suivant aux élèves.



environ
10 minutes

Tout un casse-tête!

C'est bien connu, les élèves de 5^e année aiment relever de nouveaux défis. À l'aide du logiciel Cybergéomètre, construis un casse-tête en tenant compte des critères suivants.

Ton casse-tête doit être :

- symétrique;
- de forme rectangulaire;
- composé seulement de quadrilatères.

Parmi les quadrilatères, tu dois avoir :

- au plus deux paires différentes de quadrilatères congruents ayant chacun quatre angles droits;
- au moins une paire de deltoïdes congruents;
- au moins une paire de trapèzes congruents ayant chacun exactement deux angles droits;
- au moins un cerf-volant ayant exactement un angle droit;
- seulement un losange, celui-ci ayant deux angles obtus de plus de 105°.

Démontre par écrit que tu as répondu à tous les critères.

S'assurer que les élèves ont bien compris le défi à relever en posant des questions telles que :

- « Qui peut expliquer le défi en ses propres mots? »
- « De quels critères devrez-vous tenir compte lors de la construction des quadrilatères? »
- « Quelles sont les propriétés du trapèze? du deltoïde? du cerf-volant? du losange? »
- « Que signifie le mot *congruent*? »





environ
**2 périodes de
50 minutes**



PENDANT L'APPRENTISSAGE (EXPLORATION)

L'activité a lieu au laboratoire d'informatique. Distribuer une copie de l'annexe 5.1 (*Tout un casse-tête.*), à chaque élève. Préciser que la construction du casse-tête est un travail individuel. Si nécessaire, leur distribuer une copie de l'annexe 5.2 (*À la découverte de Cybergéomètre*). Allouer suffisamment de temps pour leur permettre de résoudre le problème.

Note : Apporter au laboratoire d'informatique des crayons au cas où des élèves en auraient besoin. Par exemple, certains élèves peuvent décider de cocher les critères au fur et à mesure qu'ils y répondent. Cependant, afin de laisser les élèves développer leur propre stratégie de résolution de problème et d'éviter de suggérer implicitement une stratégie, il est préférable de donner un crayon seulement aux élèves qui le demandent.

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

Observer les élèves et les appuyer dans leur travail sans toutefois leur dire comment relever le défi. Il faut les amener, par des interventions stratégiques, à réfléchir aux propriétés des quadrilatères qu'ils doivent construire et à en tenir compte dans le choix des stratégies utilisées pour résoudre le problème (p. ex., puisqu'il n'y a qu'un seul losange et que le casse-tête doit être symétrique, le losange doit être placé de part et d'autre de l'axe de symétrie).

Observations possibles	Interventions possibles
Des élèves se demandent s'il est possible de trouver le milieu d'un segment de droite sans le mesurer.	Souligner qu'il existe la commande <i>Point milieu</i> dans le menu <i>Constructions</i> et les laisser découvrir comment l'utiliser.
Quelques élèves se demandent s'il existe une commande dans le logiciel qui permet de reproduire automatiquement un quadrilatère de l'autre côté de l'axe de symétrie.	Leur demander de préciser la transformation qu'ils doivent utiliser pour assurer la symétrie (une réflexion). Les référer ensuite à la section <i>Transformations</i> présentée à l'annexe 5.2.
Des élèves construisent trois rectangles.	<p>« Ton casse-tête répond-il à tous les critères? Comment le sais-tu? »</p> <p>« Peux-tu me montrer les deux paires différentes de quadrilatères ayant chacun quatre angles droits? »</p> <p>« Que représentent ces formes (en les pointant)? »</p>
Des élèves construisent rapidement leur casse-tête, mais ne donnent aucune explication pour démontrer qu'ils ont répondu à tous les critères.	<p>« Ton casse-tête répond-il à tous les critères? Comment le sais-tu? »</p> <p>« Comment t'y es-tu pris pour t'assurer que ton casse-tête est symétrique? Peux-tu le démontrer? »</p> <p>« Y a-t-il une façon de me démontrer que tu as répondu à tous les critères? »</p>

Les observations et les interventions permettent de vérifier, dans le cadre d'une évaluation formative, les stratégies utilisées par les élèves pour créer leur casse-tête et leur compréhension des propriétés des quadrilatères. En outre, elles permettent de choisir de façon stratégique et en fonction de l'intention pédagogique les élèves qui présenteront leur casse-tête lors de l'échange mathématique.

Pour construire un casse-tête répondant aux critères donnés, les élèves peuvent utiliser plusieurs stratégies. Ils peuvent par exemple :

- tracer une forme rectangulaire afin de définir le contour du casse-tête;
- déterminer le point milieu de deux côtés opposés du rectangle et tracer un axe de symétrie (horizontal ou vertical) qui relie ces deux points;
- tracer un axe de symétrie diagonal dans le rectangle;



- dessiner un quadrilatère à l'extérieur du rectangle, le copier et le coller de chaque côté de l'axe de symétrie;
- mesurer les angles ou les côtés d'un quadrilatère afin de s'assurer de respecter ses propriétés;
- utiliser la commande *Réflexion* ou *Rotation* pour reproduire un quadrilatère dans la deuxième moitié du rectangle;
- utiliser une grille (disponible dans le menu *Graphique*) pour faciliter la construction et assurer la congruence et la symétrie;
- construire un quadrilatère dans la première moitié du rectangle, puis utiliser des droites horizontales et des mesures pour déterminer l'emplacement du quadrilatère dans l'autre moitié;
- construire un quadrilatère dans chaque moitié du rectangle et se fier à l'œil pour leur congruence.

Une fois le casse-tête terminé, dire aux élèves de l'imprimer afin de l'utiliser lors de l'échange mathématique et vous le remettre par la suite (voir annexe 5.3 pour un exemple d'un casse-tête qui répond à tous les critères de construction). Allouer suffisamment de temps pour la préparation de leur présentation du casse-tête, des étapes ayant permis sa réalisation et de la ou des stratégies utilisées. Ils doivent aussi préparer des arguments mathématiques clairs, justes et convaincants pour démontrer que leur casse-tête répond à tous les critères.



environ
30 minutes

APRÈS L'APPRENTISSAGE (OBJECTIVATION/ÉCHANGE MATHÉMATIQUE)

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

Demander aux élèves choisis de venir, à tour de rôle, faire leur présentation, soit à l'aide d'un projecteur multimédia ou d'une copie imprimée.

Note : Le choix des élèves qui présentent leur casse-tête est très important puisque c'est par l'entremise de ces différentes présentations qu'ils pourront comparer leurs stratégies à celles des autres et objectiver leur apprentissage. Par exemple, on peut choisir un ou une élève qui a utilisé le menu *Mesures* du logiciel pour s'assurer que chacune des figures construites représente bel et bien un des quadrilatères prescrits. On peut ensuite choisir un ou une élève qui a utilisé une autre stratégie (p. ex., en utilisant la commande *Réflexion*). On peut aussi choisir un ou une élève qui a utilisé une stratégie qui n'a pas donné les résultats escomptés. En effet, les non-exemples sont aussi profitables que les exemples dans l'apprentissage des mathématiques dans la mesure où on en profite pour discuter des raisons qui font que la stratégie s'est avérée inefficace dans cette situation particulière.



Après chaque présentation, les autres élèves enrichissent l'échange mathématique en posant des questions et en faisant des observations pertinentes dans un climat de respect propre à une communauté d'apprentissage. L'enseignant ou l'enseignante pose au besoin des questions telles que :

- « Qui peut expliquer dans ses mots la stratégie qu'on vient de présenter? »
- « Est-ce une stratégie efficace? »
- « Est-ce que d'autres élèves ont utilisé cette stratégie? »
- « Est-ce que quelqu'un est arrivé au même résultat d'une autre façon? »
- « Est-ce que tous les critères de construction ont été respectés? »
- « Est-ce que les arguments présentés sont clairs, justes et convaincants? »



Encourager l'emploi d'un vocabulaire précis et de termes de causalité dans la communication. Voici quelques exemples d'observations possibles :

- Je savais que je devais placer le losange sur l'axe de symétrie **parce qu'il** n'y en a qu'un et que le casse-tête doit être symétrique.
- Ce quadrilatère est un losange (en le montrant du doigt sur sa copie imprimée), **car** les mesures données ici confirment qu'il a quatre côtés congrus.

ADAPTATIONS

L'activité peut être modifiée pour répondre aux différents besoins des élèves.

Pour faciliter la tâche

- enlever le critère relatif à l'utilisation d'un seul losange;
- enlever le critère relatif à la symétrie;
- permettre l'utilisation d'un plus grand nombre de quadrilatères ayant quatre angles droits.

Pour enrichir la tâche

- imposer une restriction en ce qui a trait au nombre total de quadrilatères permis (p. ex., entre 14 et 20, moins de 25);
- exiger que le casse-tête contienne deux paires de deltoïdes congruents au lieu d'une;
- préciser les mesures de certains quadrilatères;
- préciser les dimensions du contour du casse-tête.

SUIVI À LA MAISON

À la maison les élèves peuvent, à l'aide d'un rapporteur et d'une règle ou d'un logiciel de géométrie dynamique, construire un casse-tête rectangulaire symétrique avec seulement une sorte de polygone (p. ex., seulement des rectangles, seulement des triangles).

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 1

Un casse-tête coloré

Assigner une couleur à chaque sorte de quadrilatère (p. ex., colorier les deltoïdes en bleu, les carrés en vert) et demander aux élèves de colorier leur casse-tête en suivant cette consigne. En profiter pour faire le lien avec les arts plastiques et choisir, soit des couleurs complémentaires, soit différentes teintes d'une même couleur. Ensuite, leur demander de créer une grande œuvre murale en collant tous les casse-tête sur de grands cartons ou sur un tableau d'affiche.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 2

Un nouveau défi!

Proposer le défi suivant aux élèves :

« En utilisant seulement quatre couleurs, coloriez tous les quadrilatères de votre casse-tête sans que deux quadrilatères unis par un segment de droite commun aient la même couleur. Toutefois, si deux quadrilatères ont seulement un point en commun, ils peuvent avoir la même couleur. »

Note : Il est possible que des élèves puissent colorier leur casse-tête en utilisant moins de quatre couleurs, surtout si le casse-tête est relativement simple. Par contre, même pour les casse-tête les plus complexes, il est toujours possible de le colorier en utilisant au plus quatre couleurs. Ce défi est analogue à un problème que les mathématiciens et les mathématiciennes ont mis plus de cent ans à résoudre. Il s'agissait de prouver qu'il est toujours possible de colorier tous les pays sur une carte du monde avec seulement quatre couleurs différentes, sans que deux pays ayant une ligne frontalière commune soient de la même couleur. Il est possible de trouver plus d'information dans Internet au sujet de ce célèbre problème en inscrivant « *Théorème des quatre couleurs* » dans un moteur de recherche.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 3

Mon casse-tête

Demander aux élèves de créer, à l'aide du logiciel Cybergéomètre, un casse-tête rectangulaire symétrique en utilisant les polygones de leur choix, puis de rédiger une liste de critères qui pourraient définir la construction du casse-tête. Une fois ce travail terminé, leur demander d'échanger leur liste avec un ou une autre élève et de tenter de construire un casse-tête qui est conforme à cette liste.

ANNEXE 5.1

Tout un casse-tête!

C'est bien connu, les élèves de 5^e année aiment relever de nouveaux défis. À l'aide du logiciel Cybergéomètre, construis un casse-tête en tenant compte des critères suivants.

Ton casse-tête doit être :

- symétrique;
- de forme rectangulaire;
- composé seulement de quadrilatères.

Parmi les quadrilatères, tu dois avoir :

- au plus deux paires différentes de quadrilatères congruents ayant chacun quatre angles droits;
- au moins une paire de deltoïdes congruents;
- au moins une paire de trapèzes congruents ayant chacun exactement deux angles droits;
- au moins un cerf-volant ayant exactement un angle droit;
- seulement un losange, celui-ci ayant deux angles obtus de plus de 105° .

Démontre par écrit que tu as répondu à tous les critères.

ANNEXE 5.2

À la découverte de Cybergéomètre (version 4.0)

Le logiciel Cybergéomètre est un logiciel de géométrie dynamique qui permet de créer des formes géométriques auxquelles on peut faire subir des transformations.

Fenêtre d'esquisse

Espace dans lequel les objets seront tracés. Cette fenêtre comprend aussi, du côté gauche, la boîte à outils.

Outils

Flèche de sélection

Cet outil permet de sélectionner un point, un segment ou des objets et ensuite de les manipuler. Pour sélectionner un point ou un segment, cliquer dessus. Pour sélectionner plusieurs objets rapidement, dessiner un rectangle de sélection autour des objets à sélectionner.

Point

Cet outil permet de créer des points n'importe où dans l'esquisse.

Compas

Cet outil permet de construire un cercle à partir d'un point qui sera le centre du cercle.

Règle

Cet outil permet de créer des segments de droite, des demi-droites ou des droites. Pour créer un segment, il suffit de cliquer sur un point de départ, de tenir le bouton de la souris enfoncé et de faire glisser la souris de façon à tracer le segment de la longueur désirée.

Texte

Cet outil permet de créer ou de modifier des étiquettes pour identifier des points ou des segments. Pour ce faire, cliquer deux fois sur le point ou le segment. Il permet aussi d'ajouter des blocs de texte à l'esquisse en dessinant un rectangle de sélection pour former une zone de texte.

Créer un nouvel outil

Cet outil permet de créer un modèle qui sera répété au besoin.

Mesures

Le logiciel Cybergéomètre permet, entre autres, de déterminer la mesure d'un angle ou d'un segment.

Mesure d'un angle

Avec la flèche de sélection, sélectionner trois points qui définissent l'angle à mesurer, et s'assurer que le second point sélectionné correspond au sommet de l'angle. Dans le menu *Mesures*, choisir la commande *Angle*. La mesure de l'angle apparaît.

Mesure d'un segment

Avec la flèche de sélection, sélectionner le segment à mesurer. Dans le menu *Mesures*, choisir la commande *Longueur*. La mesure de la longueur du segment apparaît.

Transformations

Le logiciel Cybergéomètre permet de faire rapidement des transformations.

Réflexion

Tracer un segment à l'endroit où l'on veut placer l'axe de réflexion. Sélectionner ce segment avec la flèche de sélection. Dans le menu *Transformation*, choisir la commande *Définir l'axe de réflexion*. Ensuite avec la flèche de sélection, dessiner un rectangle de sélection autour des objets à réfléchir. Dans le menu *Transformation*, choisir la commande *Réflexion* pour obtenir la réflexion des objets par rapport à l'axe de réflexion choisi.

Rotation

Choisir avec la flèche de sélection le point de rotation en cliquant deux fois sur ce point. Utiliser la flèche de sélection pour sélectionner l'objet qui subira une rotation. Dans le menu *Transformation*, choisir la commande *Rotation* et inscrire le nombre de degrés désiré. La rotation s'effectuera.

Autres informations

Vider l'esquisse

Pour vider toute l'esquisse, appuyer sur la touche [Majuscule] et choisir la commande *Défaire tout* dans le menu *Édition*.

Annuler la dernière construction

Utiliser la touche [Suppr] (supprimer) ou choisir la commande *Annuler...*, dans le menu *Édition*.

Copier une figure

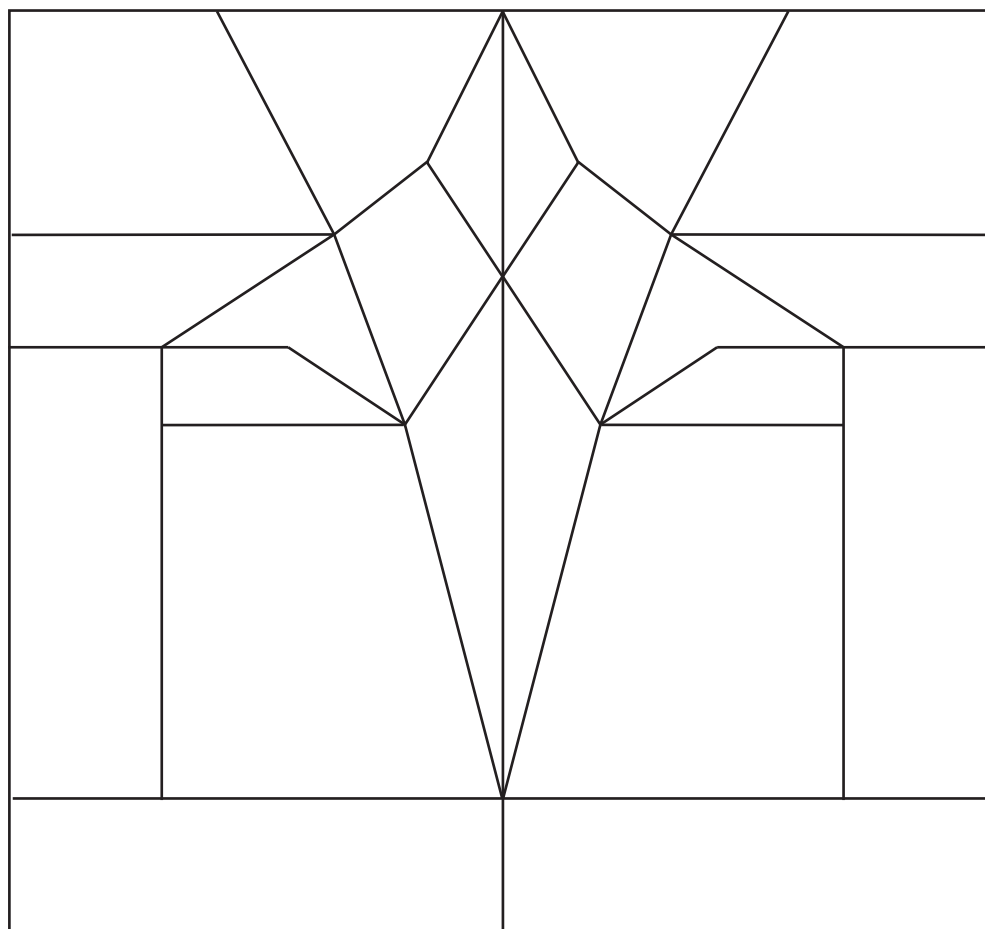
Sélectionner les segments de la figure désirée et appuyer simultanément sur les touches [Contrôle] et [C] pour en faire une copie. Cliquer dans l'esquisse à l'endroit où l'on souhaite coller la figure et appuyer simultanément sur les touches [Contrôle] et [V].

Déplacer une figure dans l'esquisse

Déplacer chacun des sommets de la figure à l'endroit désiré en utilisant la flèche de sélection ou sélectionner tous les segments de la figure et utiliser les quatre flèches sur le clavier pour la déplacer.

ANNEXE 5.3

Exemple de casse-tête qui répond à tous les critères de construction



Situation d'apprentissage, 6^e année

Mystérieuses ruines

GRANDE IDÉE : FORMES GÉOMÉTRIQUES

SOMMAIRE

Dans cette situation d'apprentissage, les élèves utilisent des cubes emboîtables pour construire une maquette de ruines qui correspond à un ensemble de vues données.

INTENTION PÉDAGOGIQUE

Cette situation d'apprentissage a pour but d'amener les élèves :

- à développer leur sens de l'espace et leur habileté à visualiser les objets en trois dimensions;
- à construire la maquette d'un solide à partir de ses vues;
- à établir des liens entre les représentations bidimensionnelles et tridimensionnelles d'un solide;
- à développer et à utiliser des stratégies de résolution de problèmes.

Matériel

- transparents des annexes 6.3, 6.4, 6.5, 6.6a et 6.6b
- rétroprojecteur
- annexes 6.1 et 6.2 (1 copie par élève)
- annexe 6.3 (2 copies par élève et 1 copie par équipe)
- annexes 6.6a et 6.6b (1 copie par équipe)
- cubes emboîtables (16 cubes par élève et 100 cubes par équipe)
- grandes feuilles de papier (1 par équipe)
- appareil photo numérique (facultatif)

ATTENTE ET CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Attente

L'élève doit pouvoir représenter et construire des figures planes et des solides dans des contextes de résolution de problèmes.

Contenus d'apprentissage

- L'élève doit :
- construire un modèle, à l'aide de cubes, et le représenter à l'aide de diverses stratégies (p. ex., papier à points, papier quadrillé).
 - associer divers solides à leurs vues de face, de côté et de dessus.



Équipes de 4



Durée approximative de la situation d'apprentissage : **90 minutes**

CONTEXTE

Au cours des années d'études précédentes, les élèves ont exploré, manipulé et classifié des solides. Ils ont construit des structures à l'aide de solides à partir d'un modèle donné et construit la charpente et la coquille d'un solide à partir de son développement. Toutes ces activités leur ont permis de développer le sens de l'espace ainsi que l'habileté à visualiser un solide quelconque en deux et en trois dimensions, et à faire des liens entre ses représentations bidimensionnelles et tridimensionnelles. En 6^e année, ils continuent à acquérir cette habileté, notamment en explorant les différentes vues (de face, de côté et de dessus) d'un solide.

PRÉALABLES

La présente situation d'apprentissage permet aux élèves d'approfondir, dans un contexte de résolution de problèmes, leur compréhension des vues et de parfaire leur habileté à visualiser un objet en trois dimensions à partir de ses vues. Les élèves doivent analyser les vues des côtés est, ouest, nord et sud des ruines d'un ancien monument et construire avec le moins de cubes possible une maquette qui correspond à ces vues. C'est une tâche d'analyse et de déduction assez complexe qui leur permet de travailler au niveau 1 (analyse) et de cheminer vers le niveau 2 (déduction informelle) de la pensée géométrique des van Hiele (voir Niveaux de la pensée géométrique, p. 12).

Pour être en mesure de réaliser cette situation d'apprentissage, les élèves doivent :

- avoir développé une certaine compréhension des vues comme représentation bidimensionnelle d'un solide quelconque;
- avoir effectué différentes activités de dessin des vues d'un solide donné et de construction d'un solide simple ou composé à partir de ses vues.

L'annexe 6.9 (*Activité préparatoire facultative*) présente un exemple d'une telle activité. S'en servir au besoin pour vérifier si les élèves ont acquis les préalables nécessaires à la réalisation de la situation d'apprentissage.

VOCABULAIRE MATHÉMATIQUE

Vue de côté, vue de face et vue de dessus.

AVANT L'APPRENTISSAGE (MISE EN TRAIN)

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

Distribuer à chaque élève 16 cubes emboîtables et une copie des annexes 6.1 (*Modèle 1*) et 6.3 (*Papier quadrillé*). Leur demander de construire, à l'aide de 9 cubes emboîtables, une maquette qui correspond au modèle sur la photo.



environ
30 minutes

Demander aux élèves, une fois leur maquette construite, de dessiner sur le papier quadrillé les cinq vues visibles, soit les vues de gauche, de droite, de devant, de derrière et de dessus. Faire une mise en commun du travail effectué. Demander à certains élèves de venir, à tour de rôle, tracer une des cinq vues au tableau ou au rétroprojecteur. Leur dire de conserver cette maquette afin de la comparer avec la prochaine maquette qu'ils auront à construire.

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

Distribuer à chaque élève une copie des annexes 6.2 (*Modèle 2*) et 6.3 (*Papier quadrillé*). Leur demander d'utiliser les 7 cubes qui restent pour construire une maquette qui correspond au modèle sur la photo et de tracer sur le papier quadrillé les cinq vues visibles. Une fois le travail terminé, demander aux élèves de se grouper par deux et de comparer leurs vues des modèles 1 et 2. Faire une mise en commun de leurs observations.

Les élèves devraient constater que les vues de gauche sont identiques pour les deux modèles et qu'il en est de même pour les vues de droite, de devant et de derrière. Cependant, les vues de dessus des deux modèles sont différentes. Leur demander d'expliquer comment il est possible de construire deux maquettes qui ont les mêmes vues de côté, mais qui utilisent un nombre différent de cubes. (*Dans le modèle 1, les cubes sont reliés les uns aux autres alors que certains sont détachés dans le modèle 2, ce qui permet d'éliminer des cubes tout en respectant les vues.*) Cette activité prépare les élèves à la mise en situation qui suit.



Équipes de 2

MISE EN SITUATION

À l'aide des transparents des annexes 6.4, 6.6a et 6.6b, présenter la mise en situation suivante.

Mystérieuses ruines¹

Sur un site archéologique, une équipe de fouilles a mis au jour les ruines d'un très ancien monument. Afin que les archéologues puissent le reconstituer, un des fouilleurs a tracé les vues de chacun des quatre côtés (est, ouest, nord, et sud).

Les archéologues veulent faire une maquette des ruines de ce monument avec des cubes d'après les quatre vues que le fouilleur a tracées. Ils se rendent compte qu'il y a plusieurs dispositions possibles des cubes qui respectent les vues.

Pouvez-vous, à l'aide de cubes emboîtables, construire une maquette de l'une de ces dispositions? Pouvez-vous en construire une avec le moins de cubes possible?

Vérifier si les élèves comprennent bien la mise en situation et la tâche à effectuer en posant des questions telles que :

- « Qui peut m'expliquer ce que sont des ruines (un site archéologique, des fouilles, des vues, une maquette, des dispositions possibles) et donner des exemples? »
- « Qui peut m'expliquer la tâche à effectuer dans ses propres mots? »



Note : On peut utiliser la photo des ruines de Stonehenge (annexe 6.5) pour illustrer le fait que les ruines d'un monument ne sont pas nécessairement composées de structures attachées les unes aux autres.

1. Traduit et adapté avec permission de Mathematics in the City Summer Institute, 2005, City College of New York: www.mitccny.org.

PENDANT L'APPRENTISSAGE (EXPLORATION)

Grouper les élèves par quatre. Distribuer à chaque équipe environ 100 cubes emboîtables et les quatre vues des ruines du monument (annexes 6.6a et 6.6b). Leur demander de construire une maquette des ruines qui respecte les vues tout en tentant d'utiliser le moins de cubes possible.

Note : L'organisation physique et matérielle de la classe peut jouer un rôle important dans la réussite de cette situation d'apprentissage. On peut par exemple demander à chaque équipe de se regrouper autour de deux pupitres placés côte à côte, sans les chaises. Cette disposition permet aux élèves de se déplacer plus facilement autour des pupitres et de bien se pencher pour observer les vues (voir photo 1). On peut aussi mettre à la disposition des élèves une variété de matériel, notamment des feuilles de papier quadrillé (annexe 6.3). Certains élèves pourraient choisir d'utiliser du papier quadrillé comme stratégie pour les aider à disposer et à aligner les cubes en groupes détachés tout en respectant les vues (voir photo 2).



Équipes de 4



environ
45 minutes

**Extrait non disponible
en raison de restrictions
relatives aux droits d'auteur.
Pour l'intégrale, voir la
version imprimée.**




Photo 1

Photo 2

Allouer suffisamment de temps pour permettre aux élèves d'explorer diverses stratégies de résolution de problèmes et d'en discuter. Circuler et intervenir au besoin. Porter une attention particulière aux stratégies utilisées et à la composition des maquettes afin de pouvoir choisir de façon stratégique les équipes qui seront invitées à faire une présentation lors de l'échange mathématique.

Observations possibles	Interventions possibles
<p>Chaque membre d'une équipe choisit une des quatre vues des ruines et construit la rangée de cubes qui lui correspond. Ensuite, l'équipe construit une maquette en disposant les quatre rangées de façon à former les murs extérieurs d'une structure rectangulaire, sans se rendre compte que deux des murs ont une largeur correspondant à 11 cubes.</p> <p>Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.</p>	<p>« Est-ce que votre maquette respecte les quatre vues données? »</p> <p>« Comment pouvez-vous le vérifier? »</p>
<p>Une équipe se rend compte qu'il est possible de construire une maquette formée de seulement deux murs extérieurs (p. ex., les vues nord et ouest) puisque la vue de derrière du côté nord correspond à la vue de face du côté sud et que la vue de derrière du côté ouest correspond à la vue de face du côté est.</p> <p>Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.</p>	<p>« Pourquoi avez-vous choisi de construire une maquette avec seulement deux murs? »</p> <p>« Combien de cubes comprend votre maquette? »</p> <p>« Êtes-vous capable d'éliminer d'autres cubes tout en respectant les vues? »</p>

Observations possibles	Interventions possibles
<p>Une équipe élimine plusieurs cubes de chacun des murs extérieurs, mais leur maquette ne respecte plus les vues données.</p> <p>Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.</p>	<p>« Pourquoi avez-vous éliminé des cubes de chacun des murs? »</p> <p>« Est-ce que votre maquette respecte toujours les quatre vues données? »</p>
<p>Certaines équipes réussissent à réduire le nombre de cubes en détachant certains cubes des murs extérieurs.</p> 	<p>« Combien de cubes avez-vous en tout? »</p> <p>« Y a-t-il des cubes que vous ne voyez pas lorsque vous observez votre maquette de côté? Sont-ils tous nécessaires? »</p> <p>« Pouvez-vous en enlever ou en détacher d'autres tout en respectant les vues données? »</p>
<p>Une équipe construit une maquette dans laquelle les cubes sont détachés et placés stratégiquement dans un espace carré de dimensions 9 x 9.</p> <p>Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.</p>	<p>« Votre maquette correspond-elle aux vues données? »</p> <p>« Combien de cubes avez-vous utilisés pour construire votre maquette? »</p> <p>« Êtes-vous certains d'avoir utilisé le plus petit nombre de cubes possible pour représenter ces ruines? »</p>

Demander aux équipes de noter leurs stratégies, leurs essais et leurs réflexions sur une grande feuille. Si un appareil photo numérique est disponible, demander aux équipes de prendre une photo de leur maquette.



Note : Dans cette situation d'apprentissage, le nombre minimal de cubes que l'on doit utiliser est 20. On devrait toutefois éviter d'accorder trop d'importance à ce nombre. L'important, c'est que les élèves puissent visualiser comment enlever certains cubes tout en respectant les vues données. La photo 2 (p. 87) montre une maquette possible construite avec 20 cubes. Les annexes 6.7a et 6.7b illustrent, à l'aide de la vue de dessus, d'autres exemples de dispositions possibles.



environ
15 minutes

APRÈS L'APPRENTISSAGE (OBJECTIVATION/ÉCHANGE MATHÉMATIQUE)

Demander aux équipes choisies de présenter leur maquette, d'expliquer la stratégie utilisée pour résoudre le problème et de faire part de leurs observations. Leur demander de formuler ces observations en utilisant des termes de causalité ou de conséquence logique. Voici quelques exemples d'observations possibles :

- Lorsqu'on construit un rectangle en utilisant les quatre rangées de cubes qui correspondent aux quatre vues, on obtient une maquette qui ne respecte plus les vues données **parce que** deux des côtés du rectangle ont alors 11 colonnes de cubes au lieu de 9.
- **Puisque** la vue du côté sud est simplement la réflexion de la vue du côté nord, alors on peut utiliser une seule rangée de cubes pour représenter les deux vues. C'est la même chose pour les vues des côtés est et ouest.
- Il est permis de détacher les cubes des murs extérieurs **parce que** les ruines ne sont pas nécessairement composées de cubes reliés les uns aux autres selon une disposition rectangulaire.



Note : Pour les présentations, il peut être assez difficile pour les élèves de déplacer les maquettes à l'avant de la classe. S'ils ont pris des photos, ils peuvent les projeter à l'aide du rétroprojecteur. Sinon, on peut demander aux élèves de se regrouper autour de la maquette de l'équipe qui présente.

Inviter les autres élèves à réagir à chacune des présentations et à faire part de leurs observations ou de leurs questions. Faciliter le déroulement de l'échange mathématique en posant au besoin des questions telles que :

- « Qui peut m'expliquer en ses propres mots la stratégie utilisée par cette équipe pour construire sa maquette? »
- « Croyez-vous que leur maquette respecte les vues données? »
- « Est-ce que d'autres équipes ont utilisé la même stratégie? Avez-vous utilisé le même nombre de cubes? »
- « Êtes-vous d'accord avec ce que vient de dire cette équipe? Pourquoi? »
- « Est-ce que quelqu'un a une stratégie qui permet d'enlever d'autres cubes? Peux-tu venir le démontrer? »



ADAPTATIONS

L'activité peut être modifiée pour répondre aux différents besoins des élèves.

Pour faciliter la tâche	Pour enrichir la tâche
<ul style="list-style-type: none">• enlever la restriction relative à l'utilisation du plus petit nombre de cubes possible;• montrer aux élèves comment il est possible d'enlever certains cubes tout en respectant les vues données;• remettre une copie de l'annexe 6.8 (<i>Exemple d'une vue de dessus possible</i>) et leur demander de construire leur maquette à l'aide de cette vue et des quatre autres vues données.	<ul style="list-style-type: none">• demander aux élèves de trouver une façon de résumer, avec une seule vue, l'emplacement des éléments qui composent les ruines du monument (voir exemples des annexes 6.7a et 6.7b);• demander aux élèves de présenter un argument mathématique convaincant pour expliquer pourquoi le nombre minimal de cubes à utiliser est 20.

SUIVI À LA MAISON

Demander aux élèves d'apporter à la maison leurs dessins des vues des modèles 1 et 2 (annexes 6.1 et 6.2). Leur demander d'utiliser des cubes disponibles à la maison pour construire les maquettes qui correspondent aux deux modèles. Au besoin, leur permettre d'apporter des cubes emboîtables à la maison. Leur demander de montrer à un membre de la famille comment il est possible de construire deux structures différentes à partir de quatre vues de côté données.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 1

Trois vues valent mieux que deux

Grouper les élèves par deux. Leur demander de construire une maquette quelconque avec un nombre donné de cubes emboîtables (p. ex., 15 cubes) et de tracer les vues de face, de côté et de dessus de cette maquette. Regrouper ensuite les équipes deux à deux et les identifier (p. ex., équipes A et B). Donner les explications suivantes :

L'équipe A donne d'abord à l'équipe B deux vues de sa maquette, soit la vue de dessus et la vue de côté ou de face. L'équipe B doit construire une maquette qui respecte ces vues tout en utilisant tous les cubes. L'équipe A remet ensuite la troisième vue à l'équipe B et lui demande de voir si, avec cette nouvelle information, elle doit changer l'emplacement de certains cubes. Par la suite, l'équipe B compare sa maquette finale avec celle de l'équipe A et les élèves discutent des ressemblances et des différences. C'est ensuite au tour de l'équipe A de tenter de reproduire la maquette de l'équipe B en suivant la même démarche.

Note : Même avec trois vues, il est possible de construire deux maquettes qui ne sont pas parfaitement identiques.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 2

Que voit-on d'en haut?

Demander aux élèves de dessiner toutes les vues de dessus que pourrait avoir une structure formée de quatre cubes emboîtables reliés les uns aux autres. Leur préciser qu'ils doivent d'abord tenter de visualiser toutes les structures possibles et de dessiner les vues de dessus correspondantes sans utiliser de matériel concret. Grouper ensuite les élèves par deux et les inviter à comparer leurs réponses. Au besoin, leur permettre d'utiliser des cubes emboîtables pour vérifier.

Note : Les 11 vues de dessus suivantes sont possibles.

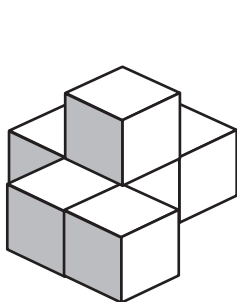


ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 3

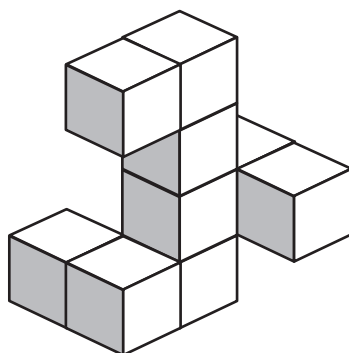
Fais-moi un dessin

Remettre aux élèves l'illustration d'une maquette (voir exemples 1, 2 et 3 ci-dessous). Leur demander de dessiner les vues de face, de côté et de dessus qui pourraient correspondre à la maquette. Grouper ensuite les élèves par deux et les inviter à comparer leurs réponses. Au besoin, leur permettre d'utiliser des cubes emboîtables pour vérifier.

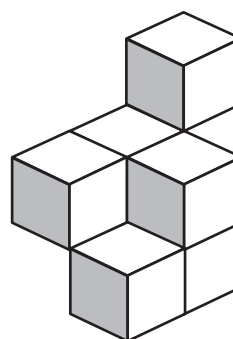
Note : L'illustration permet de voir la maquette à partir d'un seul angle. Puisqu'elle pourrait être composée de plus de cubes que ceux que l'on voit dans l'illustration, les dessins des vues pourraient varier.



Exemple 1



Exemple 2

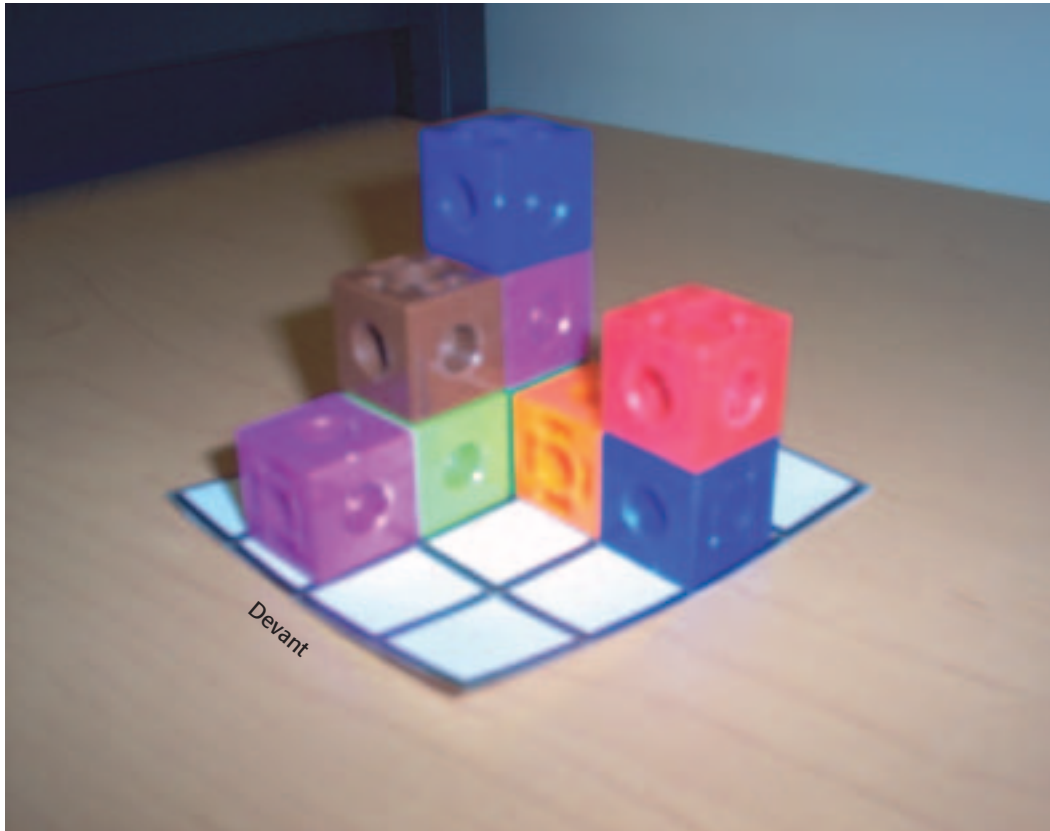


Exemple 3

ANNEXE 6.1

Modèle 1

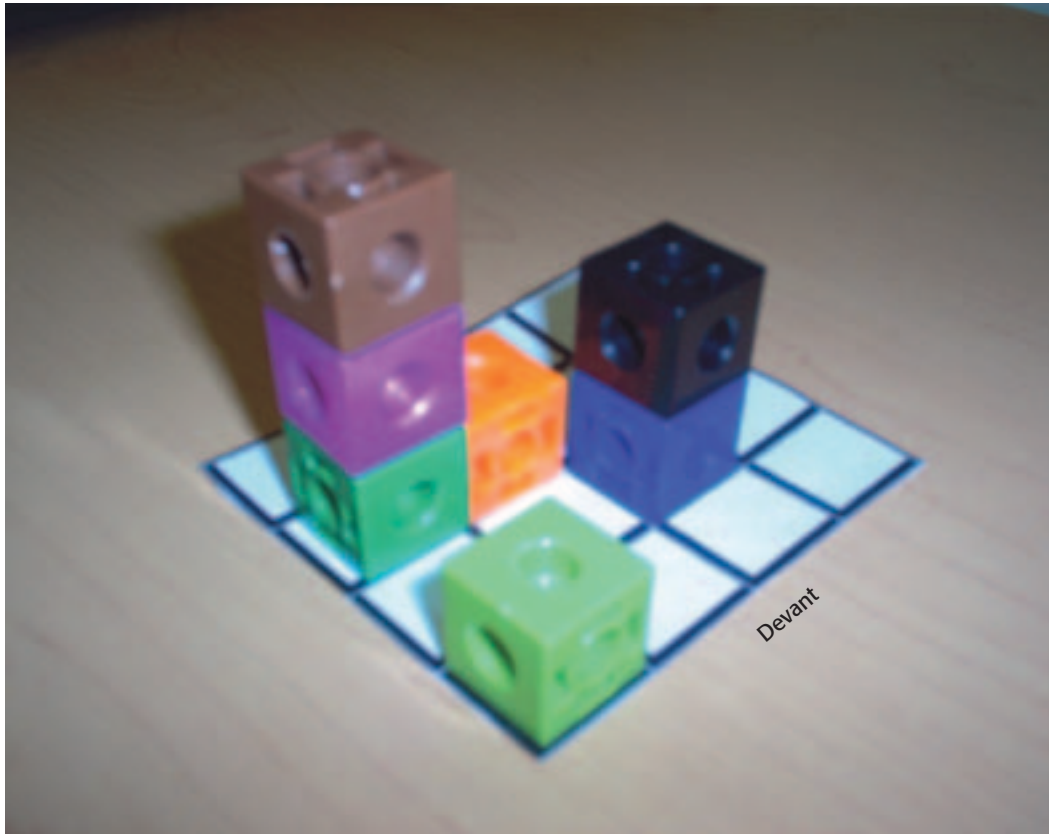
Construire, à l'aide de 9 cubes emboîtables, une maquette qui correspond au modèle sur la photo.



ANNEXE 6.2

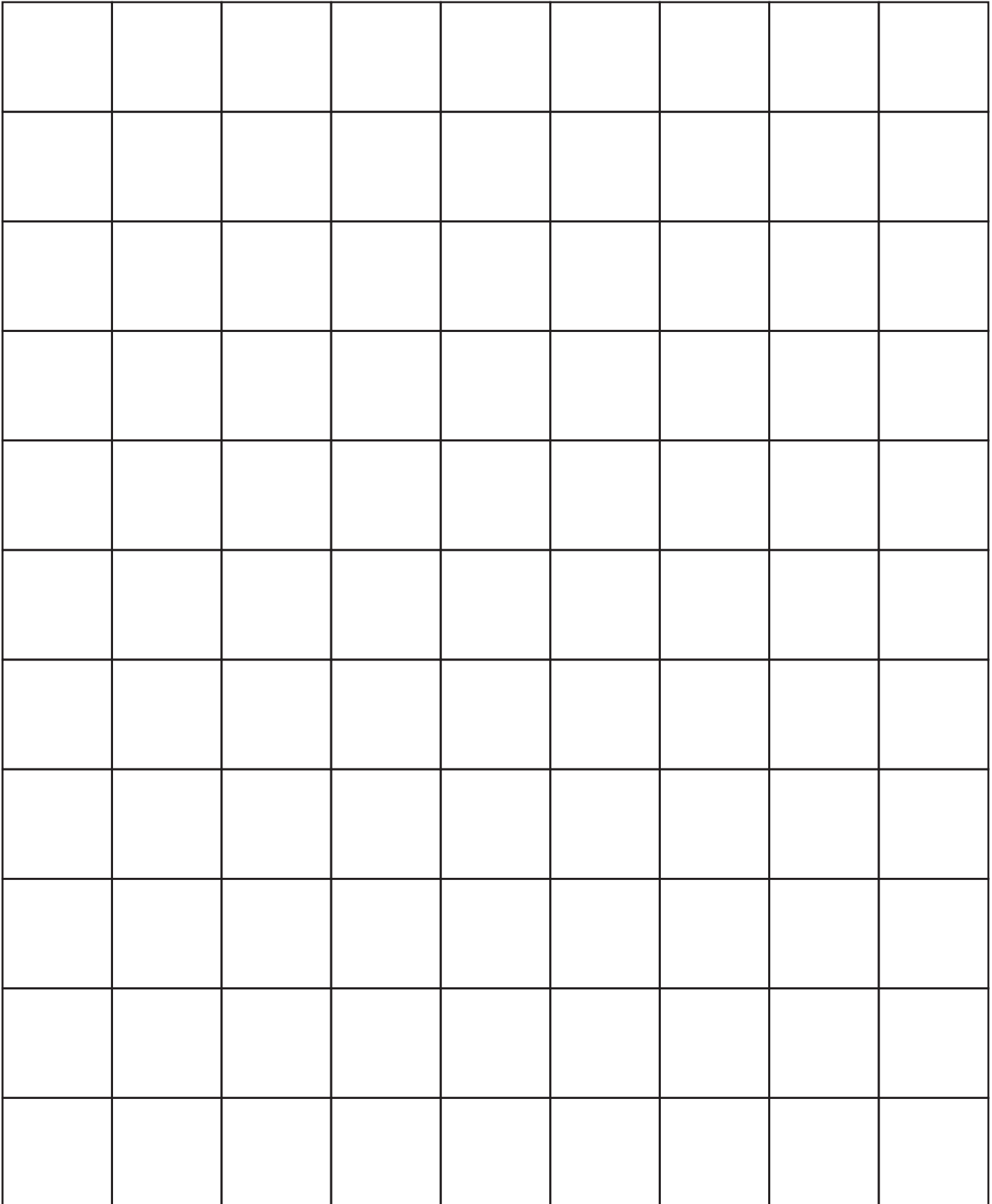
Modèle 2

Construire, à l'aide de 7 cubes emboîtables, une maquette qui correspond au modèle sur la photo.



ANNEXE 6.3

Papier quadrillé



ANNEXE 6.4

Mystérieuses ruines¹

Sur un site archéologique, une équipe de fouilles a mis au jour les ruines d'un très ancien monument. Afin que les archéologues puissent le reconstituer, un des fouilleurs a tracé les vues de chacun des quatre côtés (est, ouest, nord, et sud).

Les archéologues veulent faire une maquette des ruines de ce monument avec des cubes d'après les quatre vues que le fouilleur a tracées. Ils se rendent compte qu'il y a plusieurs dispositions possibles des cubes qui respectent les vues.

Pouvez-vous, à l'aide de cubes emboîtables, construire une maquette de l'une de ces dispositions? Pouvez-vous en construire une qui utilise le moins de cubes possible?

**Extrait non disponible
en raison de restrictions
relatives aux droits d'auteur.
Pour l'intégrale, voir la
version imprimée.**

1. Traduit et adapté avec permission de Mathematics in the City Summer Institute, 2005, City College of New York: www.mitccny.org.

ANNEXE 6.5

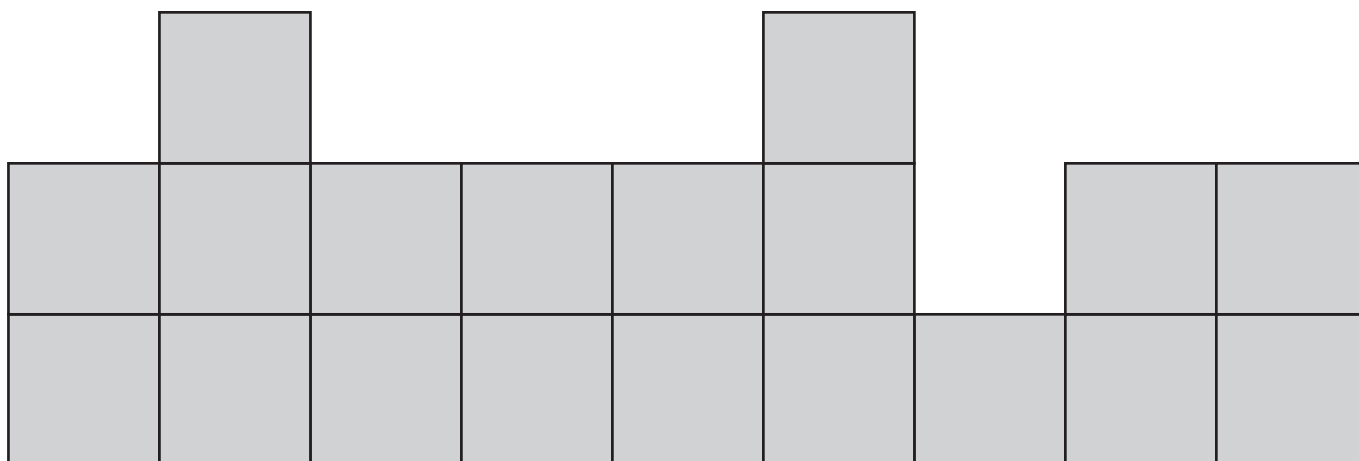
Stonehenge

**Extrait non disponible
en raison de restrictions
relatives aux droits d'auteur.
Pour l'intégrale, voir la
version imprimée.**

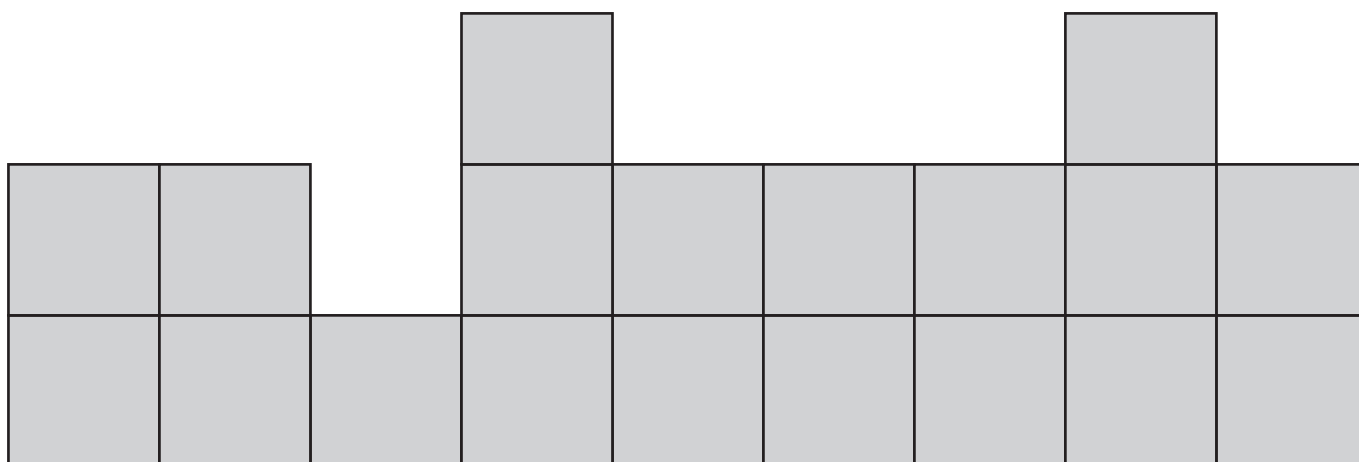
BENTLEY, Tony. 2004. Photo reproduite avec permission.

ANNEXE 6.6A

Vue du côté est

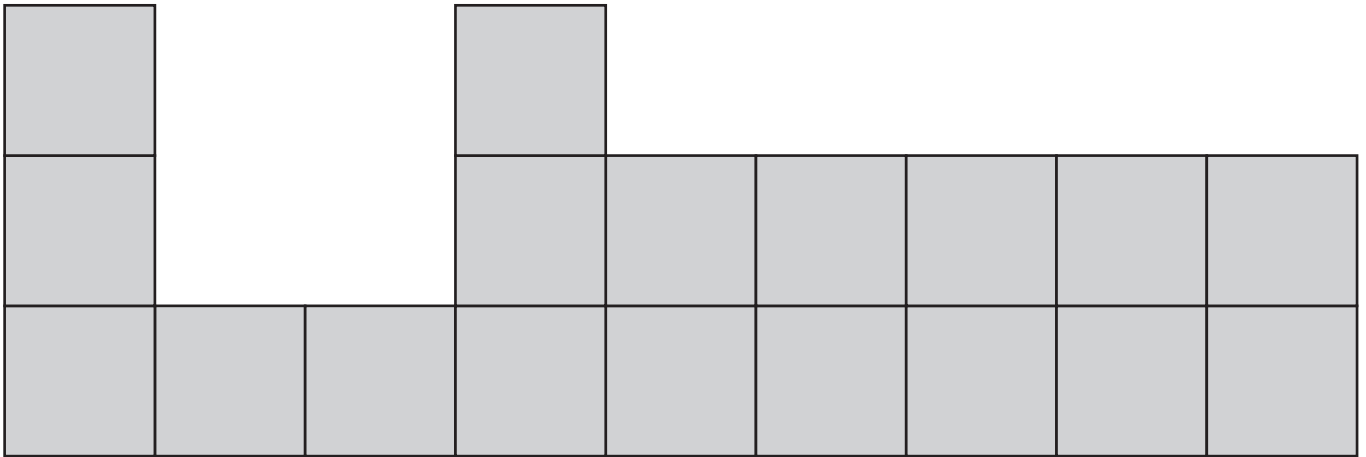


Vue du côté ouest

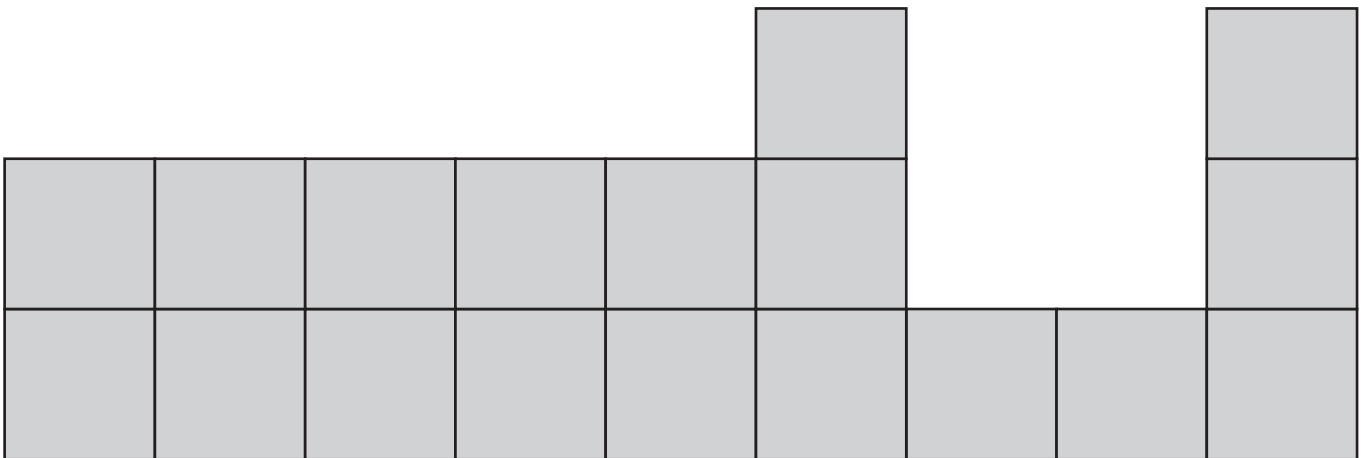


ANNEXE 6.6B

Vue du côté nord



Vue du côté sud



ANNEXE 6.7A

Exemple A

Vue de dessus

2								
2								
						1		
					3			
	2							
		2						
			2				1	
								3
				2				

Côté sud

ANNEXE 6.7B

Exemple B

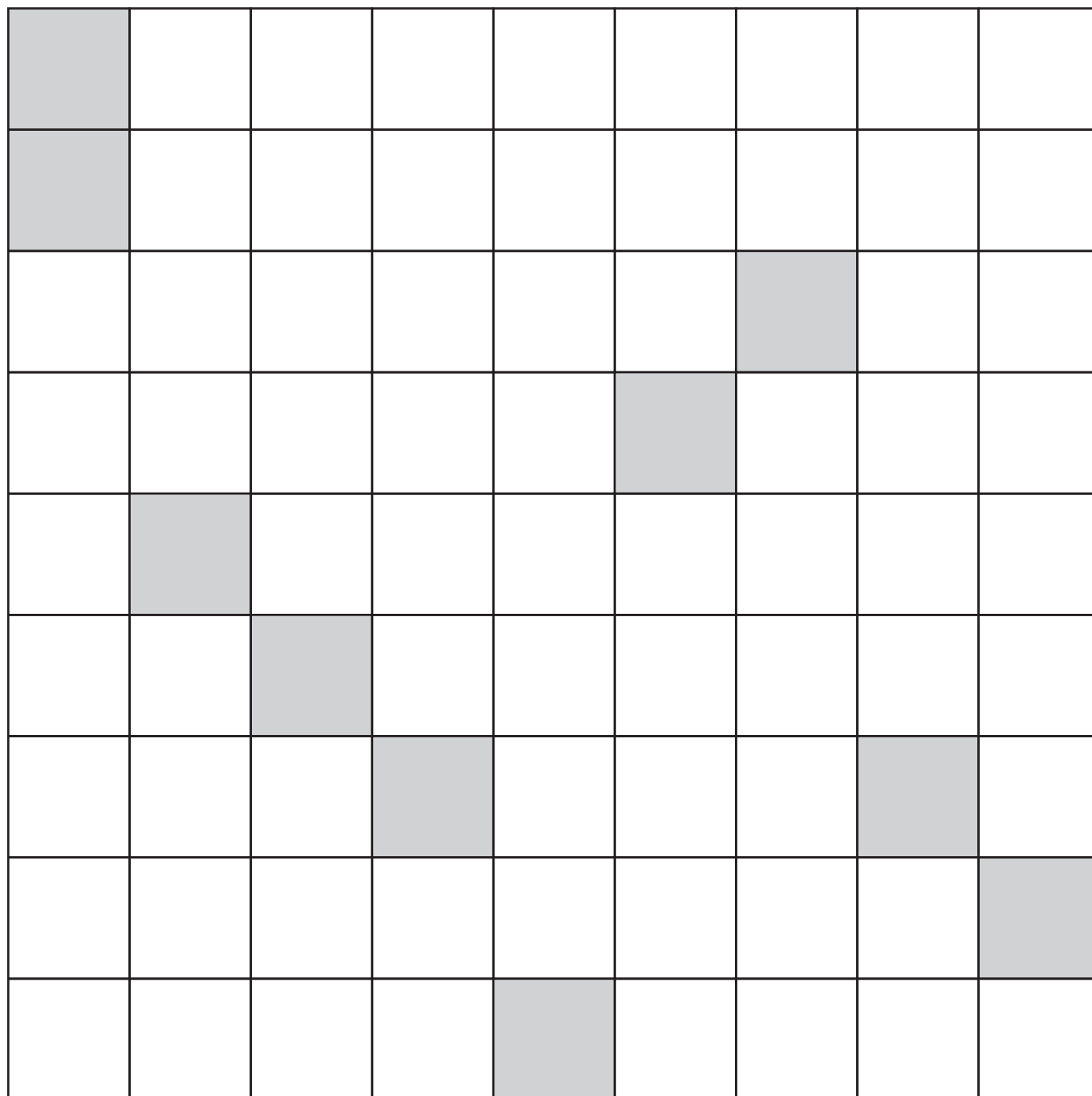
Vue de dessus

				2				
	2							
							1	
								3
					2			
			2					
2								
					3	1		
	2							

Côté sud

ANNEXE 6.8

Exemple d'une vue de dessus possible

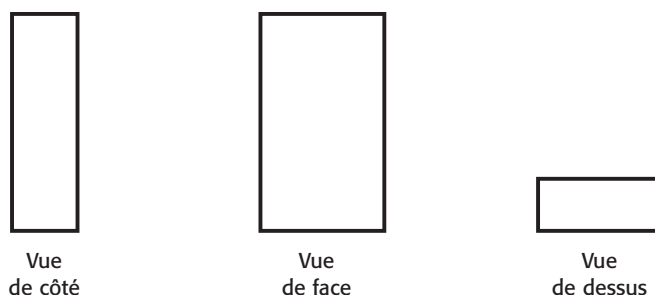


Côté sud

ANNEXE 6.9

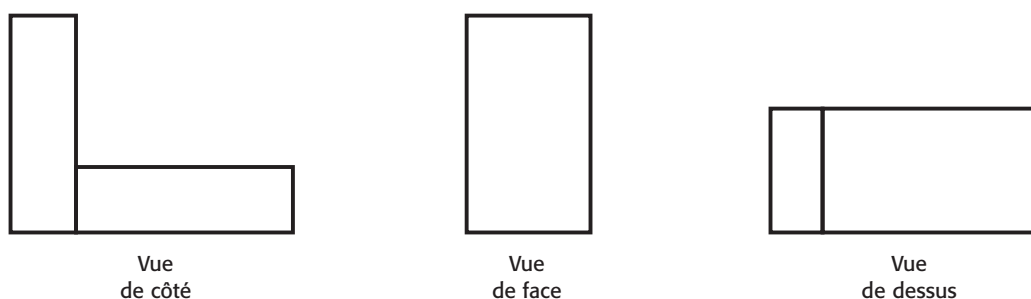
Activité préparatoire facultative

Prendre quelques prismes droits à base rectangulaire (p. ex., boîtes de papiers mouchoirs) et les placer à la verticale sur certains pupitres. Demander aux élèves de dessiner les vues de face, de côté et de dessus de ce prisme. Souligner que pour bien observer les vues de face et de côté, il est important de se placer de telle sorte que le niveau des yeux soit au niveau de la surface du pupitre. Lorsque les élèves ont terminé, demander à un ou à une élève de dessiner les différentes vues au tableau. Faire une mise en commun et s'assurer que tous les élèves sont d'accord avec les vues présentées et comprennent comment les obtenir.



Note : Les vues de côté et de face sont interchangeables selon la position de l'élève par rapport à la boîte.

Remettre ensuite un ensemble de vues d'un solide composé d'au moins deux prismes droits à base rectangulaire comme dans l'exemple suivant (vues de deux prismes congruents, un placé à la verticale et l'autre à l'horizontale).



Remettre deux prismes rectangulaires congruents à chaque élève et leur demander de construire une maquette qui correspond à ces vues. Lorsqu'ils ont terminé, faire une mise en commun.

RÉFÉRENCES

CHARLES, Randall I. 2005. « Big Ideas and Understanding as the Foundation for Elementary and Middle School Mathematics », *Journal of Mathematics Education Leadership*, Lakewood (CO), National Council of Supervisors of Mathematics, vol. 8, n° 1, p. 10.

FOSNOT, Catherine Twomey, et Maarten DOLK. 2001. *Young Mathematicians at Work: Constructing Multiplication and Division*, Portsmouth (NH), Heinemann, p. 29.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). 2003. *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston (VA), NCTM, p. 41 et 165-169.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 1999. *Des choix qui mènent à l'action : Politique régissant le programme d'orientation et de formation au cheminement de carrière dans les écoles élémentaires et secondaires de l'Ontario*, Toronto, le Ministère, p. 8.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2004a. *Enseigner et apprendre les mathématiques : Rapport de la Table ronde des experts en mathématiques de la 4^e à la 6^e année*, Toronto, le Ministère, p. 21 et 35.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2004b. *Politique d'aménagement linguistique de l'Ontario pour l'éducation en langue française*, Toronto, le Ministère, 100 p.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2005. *Le curriculum de l'Ontario de la 1^{re} à la 8^e année – Mathématiques, Révisé*, Toronto, le Ministère, p. 9 et 19.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2006. *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6^e année*, Toronto, le Ministère, 5 fascicules.

RADFORD, Luis, et Serge DEMERS. 2004. *Communication et apprentissage : Repères conceptuels et pratiques pour la salle de classe de mathématiques*, Toronto, le Ministère, p. 15.

VAN DE WALLE, John A., et Sandra FOLK. 2005. *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally*, éd. canadienne, Toronto, Pearson Education Canada, p. 44 et 329.

Le ministère de l'Éducation tient à remercier les enseignants, les enseignantes et les élèves qui ont participé à la mise à l'essai des situations d'apprentissage.



Imprimé sur du papier recyclé

06-067

ISBN 1-4249-2064-7 (fasc. 1)

ISBN 1-4249-2063-9 (série)

© Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, 2006